

大亚湾反应堆中微子流强和能谱 随裂变材料燃耗的演化

(申请清华大学理学博士学位论文)

培养单位： 工程物理系

学 科： 物理学

研 生： 杨玉梓

指导教师： CHEN SHAOMIN 教 授

二〇二二年十二月

**Evolution of Neutrino Flux and Spectrum
in Daya Bay Reactor with Fissionable
Materials Burn-up**

Dissertation Submitted to

Tsinghua University

in partial fulfillment of the requirement

for the degree of

Doctor of Philosophy

in

Physics

by

Yang Yuzi

Dissertation Supervisor: Professor CHEM SHAOMIN

December, 2022

学位论文指导小组、公开评阅人和答辩委员会名单

公开评阅人名单

无（全隐名评阅）

答辩委员会名单

主席	肖志刚	教授	清华大学
委员	CHEN	教授	清华大学
	SHAOMIN		
	曹俊	研究员	中科院高能所
	刘江来	教授	上海交通大学
	凌家杰	教授	中山大学
	王喆	副教授	清华大学
	李泽光	副教授	清华大学
秘书	李进京	助理研究员	清华大学

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：

清华大学拥有在著作权法规定范围内学位论文的使用权，其中包括：（1）已获学位的研究生必须按学校规定提交学位论文，学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文；（2）为教学和科研目的，学校可以将公开的学位论文作为资料在图书馆、资料室等场所供校内师生阅读，或在校园网上供校内师生浏览部分内容；（3）根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》及上级教育主管部门具体要求，向国家图书馆报送相应的学位论文。

本人保证遵守上述规定。

作者签名：杨玉祥

日期：2022.10.25

导师签名：S. Chen

日期：2022.10.25

摘要

作为标准模型的基本粒子，中微子一直以来都作为粒子物理、核物理和天体物理中寻找新物理的研究对象。近年来基于反应堆提供的海量兆电子伏特能量区间的中微子，实验发现反应堆中微子流强和能谱在与模型预测比较时出现了异常，暗示着可能的新的物理。为此，本论文利用了大亚湾反应堆中微子实验采集的 1958 天数据，以国际上迄今为止最高的统计量针对中微子流强和能谱随核燃料裂变的演化规律开展研究，并对惰性中微子和反应堆中微子模型提出改进意见。本论文的主要工作和成果为：

1. 在大亚湾实验的 4 个近点探测器上，利用中微子反贝塔衰变过程（IBD）产生的关联正电子和中子，以及中子在钷或者氢核上的俘获方法选取了 IBD 事例样本，并且扣除了本底事例；将每个近点探测器观测的 ^{239}Pu 有效裂变份额划分了 13 个演化组，并给出了相应 IBD 事例的总量和正电子微分能谱。
2. 在中微子流强演化研究中，计算了相应演化组的中微子 IBD 产额；构造了线性演化方程，并利用误差数据的抽样方法建立了样本演化组之间的误差协方差矩阵；测量产额随着 ^{239}Pu 裂变份额的变化率为 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}} = (-1.74 \pm 0.12) \times 10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$ ，该结果与 Huber-Mueller（HM）模型预测值有 4.3 倍标准偏差的差异，即使引入惰性中微子，该模型仍然与数据有 3.6 倍标准偏差的不符；然而，对两个最新的 Summation Method（SM2018）和 Kurchatov Institute（KI）模型的预测分析发现，它们与数据在一倍标准偏差内吻合。
3. 在中微子能谱演化研究中，计算了相应演化组的中微子 IBD 产额微分能谱；构造了不同能量区间的线性演化方程，同样建立了样本演化组和能量区间的误差协方差矩阵；结果显示中微子能谱演化测量与流强演化测量不同，它与三个模型的差异均已超过 25 倍标准偏差。
4. 研究了在模型中分别只对 ^{235}U 和 ^{239}Pu 单一同位素，以及同时对 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 四种同位素中微子能谱的三种修正方案；结果表明，第一种方案可以使得三个模型、第三种方案可以使得 SM2018 和 KI 两个模型与数据在一倍标准偏差左右吻合；而第二种方案的无效修正，意味着 ^{239}Pu 中微子能谱不是反应堆中微子流强和能谱异常的单一来源。

关键词：大亚湾反应堆中微子实验；反应堆中微子异常；核燃料裂变演化；反应堆中微子模型；惰性中微子

Abstract

As the elementary particle of the Standard Model, neutrino has long been an important component in the search for new physics of particle physics, nuclear physics, and astrophysics. In recent years, based on the massive MeV energy range neutrinos provided by the reactor, experiments have found that the neutrino flux and spectrum of the reactor are abnormal when compared with model prediction, suggesting a possible new physics. For this reason, this thesis uses the 1958-day data collected by the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment to study the evolutions of neutrino flux and energy spectrum with nuclear fuel fission using the highest statistics in the world so far, and provide suggestions for the sterile neutrino and reactor neutrino models. The main work and achievements of this paper are:

1. For the four near-site detectors of Daya Bay experiment, two IBD samples are selected by using the correlated positron and neutron generated with the neutrino inverse beta decay process (IBD) and the neutron capture method on gadolinium or hydrogen nuclei, and the background are subtracted; the ^{239}Pu effective fission fraction viewed by each detector is divided into 13 evolution groups, and the corresponding IBD events and positron differential energy spectrum are given.
2. In the study of neutrino flux evolution, the neutrino IBD yields in the groups are calculated, the linear equation of IBD yield evolution is constructed, and the error covariance matrix among samples' evolution groups is established by using the sampling method of error data; the rate of change of neutrino IBD yield with ^{239}Pu fission fraction is measured as $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}} = (-1.74 \pm 0.12) \times 10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$, the difference between this result and the predicted value of the Huber-Mueller (HM) model is 4.3 standard deviations; even if the sterile neutrino are introduced, this model is still not consistent with the data with 3.6 standard deviations; the prediction analysis of the two latest Summary Method (SM2018) and Kurchatov Institute (KI) models shows that they are consistent with the data within one standard deviation.
3. In the study of neutrino spectrum evolution, the differential spectrum of neutrino IBD yield are calculated; the linear evolution equations of different energy intervals is constructed, and the error covariance matrix of samples' evolution groups and energy intervals are also established; the results show that the measurement

of neutrino spectrum evolution is different from the measurement flux evolution, and the difference between the measurement and the three models has exceeded 25 standard deviations.

4. Three correction plans for the neutrino spectra of only the single isotopes of ^{235}U and ^{239}Pu , as well as the four isotopes of ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu and ^{241}Pu in the models are studied; the result shows that the first plan can make the three models, and the third plan can make the SM2018 and KI models consist with the data within about one standard deviation. The invalid correction of the second plan means that ^{239}Pu neutrino spectrum is not the single source of reactor neutrino flux and spectrum anomalies.

Keywords: Daya Bay antineutrino experiment; reactor antineutrino anomaly; nuclear fuel fission evolution; reactor neutrino model; sterile neutrino

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	II
目 录.....	IV
插图和附表清单.....	VIII
符号和缩略语说明.....	XXIV
第 1 章 引言	1
1.1 中微子.....	1
1.1.1 贝塔连续谱与中微子.....	1
1.1.2 中微子的来源.....	4
1.1.3 标准模型与中微子.....	7
1.1.4 三代中微子振荡.....	8
1.2 惰性中微子.....	11
1.2.1 惰性中微子可能存在的实验异常迹象.....	11
1.2.2 (3+1) 代中微子振荡模型.....	18
1.2.3 惰性中微子的寻找实验.....	19
1.3 反应堆中微子模型与反应堆中微子实验异常.....	27
1.3.1 Huber-Mueller 反应堆中微子模型.....	28
1.3.2 反应堆中微子流强和能谱异常.....	31
1.3.3 两个可替代模型.....	36
1.4 本文研究意义.....	39
1.5 本文使用数据和内容结构.....	39
1.5.1 本文数据优势.....	40
1.5.2 本文内容结构.....	41
第 2 章 大亚湾反应堆中微子实验	45
2.1 大亚湾反应堆中微子实验与中微子振荡测量.....	45
2.1.1 测量原理.....	45
2.1.2 实验布局.....	46
2.1.3 混合角 θ_{13} 测量结果	47

2.2 大亚湾与岭澳核电站的基本情况	48
2.2.1 反应堆的热功率	48
2.2.2 裂变同位素的燃耗	51
2.3 反中微子探测器	53
2.3.1 探测器结构	54
2.3.2 探测原理	55
2.3.3 中微子靶质子数	61
第 3 章 大亚湾反应堆中微子实验数据分析	63
3.1 中微子 IBD 事例选择	63
3.1.1 以周单位的原始数据划分	63
3.1.2 中子钷俘获样本中微子 IBD 事例选择条件	64
3.1.3 中子氢俘获样本中微子 IBD 事例选择条件	65
3.2 选择效率及其误差分析	65
3.2.1 缪子反符合和多重数选择效率	65
3.2.2 探测效率及其误差	66
3.3 本底分析与扣除	73
3.3.1 偶然符合本底	73
3.3.2 关联本底	75
3.3.3 反应堆非平衡态修正	78
3.3.4 乏核燃料中微子贡献	81
3.4 中微子 IBD 事例预测	83
3.4.1 预测方法	83
3.4.2 探测器能量转换矩阵	86
3.5 实验测量与预测的比较	88
3.5.1 中微子 IBD 事例比较	90
3.5.2 IBD 快信号能谱比较	91
3.6 本章小结	93
第 4 章 有效裂变份额计算和燃料燃耗演化数据分组	98
4.1 四种同位素有效裂变份额分析	98
4.1.1 有效裂变份额的计算	98
4.1.2 有效裂变份额随时间演化	100

4.2 数据演化分组.....	102
4.2.1 基于 ^{239}Pu 有效裂变份额的演化组划分.....	102
4.2.2 演化组的有效裂变份额.....	102
4.2.3 演化组的中微子 IBD 事例.....	103
第 5 章 中微子流强演化分析.....	105
5.1 中微子流强的测量.....	105
5.1.1 中微子流强与 IBD 事例数.....	105
5.1.2 中微子 IBD 产额.....	105
5.1.3 中微子 IBD 产额的演化规律研究.....	107
5.2 中微子流强的线性演化方程.....	109
5.2.1 拟合数据的 χ^2 方程.....	109
5.2.2 系统误差协方差矩阵.....	109
5.2.3 数据拟合结果.....	117
5.3 三个反应堆中微子模型的预测.....	119
5.3.1 模型估计.....	119
5.3.2 误差估计.....	119
5.4 实验测量与模型比较.....	123
5.4.1 三个模型与数据的比较.....	123
5.4.2 差异分析和惰性中微子假设.....	124
5.5 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额的演化分析.....	125
5.5.1 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额提取方法.....	126
5.5.2 提取结果.....	127
5.5.3 与三个模型比较.....	128
5.6 本章小结.....	129
第 6 章 中微子能谱演化分析.....	131
6.1 中微子微分能谱测量.....	131
6.1.1 中微子能谱与 IBD 快信号能谱.....	131
6.1.2 中微子 IBD 产额微分能谱.....	131
6.1.3 中微子 IBD 产额微分能谱演化规律研究.....	136
6.2 中微子微分能谱线性演化方程.....	136
6.2.1 拟合数据的 χ^2 方程.....	136
6.2.2 系统误差的协方差矩阵.....	137
6.2.3 数据拟合结果.....	146

6.3 三个反应堆中微子模型的预测	146
6.3.1 模型预测	147
6.3.2 误差估计	148
6.4 实验测量与模型预测的比较	150
6.4.1 数据与三个模型的比较	150
6.4.2 数据与模型归一化斜率的比较	152
6.5 本章小结	154
第 7 章 反应堆中微子模型修正方案的讨论	156
7.1 中微子模型的修正方法	156
7.2 基于钷俘获样本的模型修正方案的研究	158
7.2.1 数据拟合修正方案	158
7.2.2 修正结果与讨论	158
7.3 与氢俘获样本的联合分析以及对修正结果的影响	166
7.3.1 联合分析方法	166
7.3.2 联合分析对模型修正参数精度的影响	167
7.4 本章小结	169
第 8 章 结果与展望	171
8.1 总结与讨论	171
8.1.1 惰性中微子假设的检验	172
8.1.2 对三个反应堆模型的检验和修正建议	172
8.2 展望	174
8.2.1 大亚湾实验未来精度的提升	174
8.2.2 多实验的联合分析	176
参考文献	177
致 谢	184
声 明	185
个人简历、在学期间完成的相关学术成果	186
指导教师学术评语	187
答辩委员会决议书	188

插图和附表清单

- 图 1.1 从氚的衰变 (${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$) 中测量得到的贝塔能谱, 该连续曲线与贝塔衰变是两体衰变的假设不符合, 图片来自^[2]。 2
- 图 1.2 Reines 和 Cowan 设计来寻找中微子的实验反应过程, 主要信号为正电子的湮灭信号和中子的核俘获信号, 图片来自^[7]。 3
- 图 1.3 不同中微子源的代表性例子。横轴为不同源释放出中微子的大致能量范围, 纵轴为中微子与电子的散射截面大小。在 10^{16} eV 附近的峰是 W^- 共振造成的^[11]。 4
- 图 1.4 标准模型中的基本粒子, 夸克 (Quark) 和轻子 (Lepton) 分为三代, 每一列为一代, 三代中微子就在轻子范畴内。图中标明了每个基本粒子的质量, 自旋和电荷, 图中显示的中微子质量上限估计由氚衰变中贝塔能谱的测量给出^[33], 并不是标准模型给的限制。图来自^[31] 7
- 图 1.5 电子型中微子与电子散射费曼图, 左侧为带电流 (CC), 右侧为中性流 (NC)。 7
- 图 1.6 中微子振荡现象示意图, 中微子在传播过程中像换衣服一样变换它的味道。 8
- 图 1.7 正反中微子质量排序示意图。图中颜色分别代表不同味道的中微子, 质量本征态和味道本征态的混合原理参考公式 (1.11) 和 (1.12)。图中标出的质量差分别来自于大气 (atmospheric) 和太阳 (solar) 中微子的测量^[22] ^[25]。图中问号代表目前尚未测量得到绝对的中微子质量。 9
- 图 1.8 中微子振荡概率存活示意图。计算存活概率的公式为 (1.19), 参数值设置与文献^[35]一致, 采用正向排序, 中微子能量设定为 4 MeV, 该图仅仅考虑了 θ_{13} 和 Δm_{ee}^2 引起的振荡效应。当基线远离源点时中微子快速振荡, 此时观测到的存活概率为平均值, 如图中绿色虚线所示。 11
- 图 1.9 LSND 的实验布置示意图, 图中展示了加速器和探测器的相对位置, 图来自^[38]。 12
- 图 1.10 R_γ 分布示意图。当 $R_\gamma < 1$ 时, 主要为偶然符合本底信号, $R_\gamma > 10$ 时, 主要为相关信号, 图来自^[15]。 13

- 图 1.11 LSND 实验数据随着 L_ν/E_ν 的分布图。图中数据选择为 $R_\nu > 10$ ，其能量区间为 (20, 60) MeV。其中 L_ν 是以米为单位的中微子行进的距离， E_ν 是以 MeV 为单位的中微子能量。分析显示数据与中微子背景加上中微子振荡的低 Δm^2 预期吻合，也与高 Δm^2 预期吻合。图来自^[15]。 14
- 图 1.12 整体 LSND 数据样本 ($20 < E_e < 200$ MeV) 分析的振荡参数 ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$) 的存在空间。内部和外部区域对应 90% 和 99% CL 允许区域，可以发现 Δm^2 分成了高低两个部分，两条曲线是 Bugey 反应堆实验和 KARMEN 的 90% CL^[39] 排除线，曲线右侧为排除区域。图来自^[15]。 14
- 图 1.13 MiniBooNE 实验的示意图，展示了加速器产生中微子过程以及探测器的基本结构，图来自^[40]。 15
- 图 1.14 MiniBooNE 的 CCQE 事件随能量的分布图，此时加速器模式为中微子产生模型。CCEQ 的数据点只包含统计误差，不同颜色的直方图代表本底，蓝色虚线为最佳拟合线。 16
- 图 1.15 MiniBooNE 实验振荡分析得出的对振荡参数的允许区间分布，此时反应堆模式为中微子和反中微子模型，黑点为最佳拟合值 ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$) = (0.807, 0.043eV²)。阴影区间为 LSND 实验的振荡参与允许区域^[15]，以及 KARMEN^[39] 和 OPERA^[43] 实验的排除曲线，曲线右侧为排除区域。16
- 图 1.16 左图为 NEOS 实验示意图，图中展示了反应堆核心和探测器的布局。右图为探测器剖面图，展示了探测器内部的结构，图来自^[52]。 20
- 图 1.17 NEOS 测量中微子能谱 (顶图)，与 Huber-Mueller 模型的比较 (中间图)，与大亚湾测量能谱^[56] 比较 (底图)，最底层图中的绿线和红色虚线展示了不同赋值 ($\Delta m_{41}^2, \sin^2 2\theta_{14}$) 的振荡，受限于实验误差并不能排除无振荡的情况存在，图来自^[52]。 21
- 图 1.18 (a) PROSPECT 实验的俯视图和侧视图。(b) PROSPECT 实验探测器的俯视图 (b-左) 和侧视图 (b-右)，图来自^[58]。 22
- 图 1.19 PROSPECT 实验在探测器不同基线设置下测量到的中微子能谱与不存在惰性中微子振荡能谱的比较。不同基线的设置来自探测器内部不同光学矩形框与反应堆的相对位置。不同基线上观测到的中微子能谱符合无惰性中微子振荡的预期，图来自^[58]。 23
- 图 1.20 STEREO 实验俯视图，图中给出了探测器与反应堆的相对位置，并展示了探测器的基本结构。探测器内部的元件 (Cell) 到反应堆中心的直线距离都不相同，造成了不同的观测基线长度，图来自^[60]。 24

- 图 1.21 STEREO 实验六个中微子靶 TG 多基线测量中微子事例谱，并且与无惰性中微子振荡的比较，数据与无惰性中微子振荡的预期基本吻合，图来自 [60]。 25
- 图 1.22 Neutrino-4 实验示意图，左为俯视图，右为侧视图，详细展示了反应堆的内部结构，以及反应堆与探测器之间的相对位置。Neutrino-4 的探测器仍为模块设计，造成了对反应堆的多基线观测，图来自 [61]。 25
- 图 1.23 Neutrino-4 探测器示意图。1 - 反应堆反中微子探测器, 2 - 内部主动屏蔽, 3 - 外部主动屏蔽 (伞形), 4 - 钢和铅被动屏蔽, 5 - 硼酸化聚乙烯被动屏蔽, 6 - 可移动平台, 7 - 进给螺杆, 8 - 阶梯电机, 9 - 屏蔽来自铁的快中子, 图来自 [61]。 26
- 图 1.24 Neutrino-4 整体探测器测量到的中微子能谱与无惰性中微子振荡的期望能谱分布。测量能谱与无振荡期望谱在部分能量区间上出现了明显的差异 [61]。 26
- 图 1.25 (a) Neutrino-4 的惰性中微子参数 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm_{41}^2) 存在空间, 其最佳拟合与 0 具有超过 3 倍标准偏差的显著性。(b) Neutrino-4 实验观测结果与最佳拟合在 L/E 上的比较。采用 24 个位置点, 最佳拟合优度 (GoF) 90% 和无惰性中微子的 27% 都在图中标识, 图来自 [61]。 27
- 图 1.26 Mueller 的 *ab initio* 方法得到的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 与 ILL 实验测量贝塔能谱的比较。整体吻合的非常好, 最大差异不超过 10%, 图来自 [65]。 30
- 图 1.27 HM 模型预测的 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 的中微子能谱 (未归一), ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 数据来自于 Huber 研究 [67], ^{238}U 数据来自于 Mueller 研究 [65]。 31
- 图 1.28 反应堆中微子能谱示意图, 其中反应堆释放的能谱 (Emitted spectrum) 借鉴了 ^{235}U 的中微子能谱, 当反应堆中微子能谱乘以反贝塔衰变的反应截面 [68] (Cross-section) 时便得到了探测到的中微子能谱 (Detected spectrum), 可看到它是一个峰值在 4 MeV 附近的结构。注意图中忽略了纵轴的单位设置, 图来自 [65]。 31
- 图 1.29 不同实验观测与 HM 模型预测的比值, 实验观测值经过三代中微子振荡理论的修正, 该数据统计截止到 2018 年, 大亚湾实验 (Daya Bay) 具有当时最高的精度, 图片来自 [86]。 32
- 图 1.30 惰性中微子参数 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm^2) 可能存在空间, 其来自与反应堆中微子实验与 GALLEX 实验 [44] 的联合分析。反应堆实验不包含图 1.29 中最新的大亚湾实验结果, 图来自 [50]。 33

- 图 1.31 在已知部分实验数据中，引入惰性中微子与三代中微子振荡理论的比较。黑色实线为 (3+1) 振荡理论，虚线 (3 ν) 为现在的三代中微子振荡。在反应堆中微子异常区域，引入惰性中微子理论明显符合的更好。Neutrino-4 和镓异常数据来自^[61]^[48]。图来自^[55] 33
- 图 1.32 大亚湾 (a)，RENO (b) 和 Double Chooz (c) 测量能谱测量与 HM 模型预测的比较。在大亚湾 (a) 的中间一幅图中可以看到清晰的 5 MeV 附近的凸起，该处的显著性已经超过了 6 倍的标准偏差。同样在 RENO (b) 的下图和 RENO (c) 实验中也可以看到测量比预期的比值在 5 MeV 附近有明显的凸起。 34
- 图 1.33 NEOS (a)，PROSPECT (b)，STEREO (c) 和 Neutrino-4 实验测量能谱测量与 HM 模型预测的比较。NEOS (a) 的中间图，可以看到在与 HM 模型比较时有 5 MeV 附近的凸起，而只有 ²³⁵U 中微子的 PROSPECT (b) 和 STEREO (c) 实验在与模型预测比较时 5 MeV 附近的凸起要比其他实验弱的多。Neutrino-4 测量能谱与 HM 模型预测的比较时 5 MeV 附近没有凸起。 35
- 图 1.34 SM2018 与 HM 模型在不同同位素中微子能谱上的比较，SM2018 与 HM 模型在 ²³⁵U 中微子能谱上的有较大不同，其他同位素的中微子能谱虽有差异，但在主要能区 (2, 5) MeV 上的差异不大。图来自^[63] 37
- 图 1.35 SM2018 与 HM 预测和大亚湾测量中微子能谱的比较，比较发现在 5 MeV 附近的凸起并没有消失。图来自^[63] 37
- 图 1.36 来自 ILL 和 KI 数据的 ²³⁵U 与 ²³⁹Pu 裂变累加贝塔能谱的比值。图中仅包含了统计误差，ILL 和 KI 之间的差异稳定在 1.054 ± 0.002 ，图来自^[64]。 38
- 图 1.37 比较 KI 与 HM 预测的 ²³⁵U 能谱。与 SM2018 类似 (图 1.34)，KI 的 ²³⁵U 相当于对 HM 模型的预测的等量降低。 39
- 图 1.38 在不同裂变份额的演化组的中微子 IBD 产额 σ_f 与 ²³⁹Pu 的裂变份额 F_{239} 之间的线性关系。不同演化组的中微子 IBD 产额计算参考了 HM 模型的预测，由图可见该线性程度非常好。 42
- 图 1.39 在流强演化分析中，对 HM 模型使用不同的修正 (惰性中微子或者只改变 ²³⁵U 同位素的中微子 IBD 产额) 产生的线性演化方程。可以看到两种不同的修正方式预测的线性演化方程的斜率出现了差异，但是两种修正方式的平均中微子 IBD 产额可以保持一致。 43

图 2.1	三代振荡框架下反电子型中微子的存活概率 Δm_{31}^2 随基线的变化情况，由公式 (2.1) 计算得到，式中各个数值参考 PDG 的结果，中微子能量为 4 MeV。1.5 km 的第一振荡峰值主要由 $\sin^2 2\theta_{13}$ 造成。.....	46
图 2.2	大亚湾实验的完整布局。其中八个中微子探测器 (AD) 安装在三个地下实验大厅 (EH) 中。黑点代表反应堆，标记为 D1、D2、L1、L2、L3 和 L4。NPP 为 nuclear power plant，此处代指反应堆，黑色实线代表与实验厅连通的隧道，图来自 [69]。.....	47
图 2.3	大亚湾核电站反应堆冷却系统示意图。每个反应堆与 3 个冷却系统并联，图来自 [69]。.....	49
图 2.4	大亚湾核电站中 6 个反应堆的功率随时间变化情况，以周为单位，纵轴为该周功率/2.895 GW 的值，保密原则，横轴的时间已经打乱，且已经隐去。.....	50
图 2.5	大亚湾反应堆 D1 中四种同位素裂变份额在一个完整换料循环的模拟。不同裂变原料的裂变分数是燃耗 (burn-up) 的函数。只有 ^{235}U 的裂变份额在降低，其他三种同位素裂变份额在增加，图来自 [69]。.....	52
图 2.6	大亚湾核电站六个反应堆的 ^{239}Pu 的裂变份额演化。其间断点为反应堆停机维护、更换原料或者 AD 处于非工作状态。.....	53
图 2.7	近点探测器系统示意图。顶部覆盖 RPC 系统，提供 μ 识别。水池被分割成 IWS (inner water sheild) 和 OWS (outter water sheild)，可识别 μ 。PMT 为光电倍增管，Tyvek 为防水隔离层，图来自 [93]。.....	54
图 2.8	大亚湾实验反电子型探测器 (AD) 剖面图。八个 AD 采用全同的设计，其主体结构为内部的两个亚克力罐 (IAV, OAV) 和外部的钢罐 (SSV)，顶部为 3 个自动刻度单元 (ACU)，图来自 [86]。.....	55
图 2.9	大亚湾实验通过 IBD 反应探测中微子信号示意图。正电子在液闪中损失的能量和两个 E_γ 形成快信号，中子俘获信号为慢信号，图中列出了中子的两种俘获方式 ($n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$) 的时间特征和能量大小。.....	56
图 2.10	重建能量 E_{rec} 与真实能量 E_{true} 之间的关系。2018 年更新后的模型及其不确定性 (红色) 与之前的模型 (蓝色)。图来自 [35].....	60
图 3.1	大亚湾实验数据中的 run 的切割合并示意图。竖直的虚线代表切割线。需要切割 run 的原因为大亚湾实验的反应堆信息 (裂变份额 f_i 和热功率 W_{th}) 都是以时间单位“周”给出的。.....	64
图 3.2	大亚湾实验中 297 周的两个数据样本的 $\epsilon_\mu \times \epsilon_m$ 值。.....	67

- 图 3.3 每个近厅 AD 拟合能量峰中散裂 nH/nGd 与所有近厅拟合数据的平均值的差异，可以看到其相对差异为 0.16%，而 nGd 本身的 AD 之间相对差异为 0.12%，因此可以确定 nH 的差异为 $\sqrt{(0.12\%)^2 + (0.16\%)^2}$ 。两个颜色数据点来自于两种不同的处理方式。图和数据来自^[103]。 70
- 图 3.4 三个散射截面与中子动能的函数，数据是从 Geant4 模拟中提取的。图来自^[86] 71
- 图 3.5 来自每个 AD 的 IBD 样本的 DT 选择效率相对于 8 个 AD 平均 DT 选择效率差异，当选择 DT 上限为 800 mm 时（图中虚线所示），AD 之间的相对差异为 0.21%。图来自^[100] 72
- 图 3.6 EH1-AD1 中快慢信号能量二维分布，图中事例按照 nH 选择条件筛选，仅没有加入慢信号能量选择条件。两个高亮区域分别为 nGd 俘获的 8 MeV 伽马能量区和 nH 俘获的 2.2 MeV 伽马能量区，除正常的 IBD 快慢符合信号外还包含了本底信号。 74
- 图 3.7 在清华偶然符合本底研究中，根据单信号事例重构出来的偶然符合本底的能谱，已经归一。 74
- 图 3.8 大亚湾实验中 EH1-AD1 中 nGd 和 nH 样本中，相关本底的谱型（已经归一）。数据来自^[35]^[100] 76
- 图 3.9 ^{235}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 的非平衡态修正，该修正是能量与反应堆运行天数的函数。数据来自^[65]。 79
- 图 3.10 大亚湾实验中 6 个反应堆的运行时间，横轴为日期，纵轴为累加的运行时间。出现运行时间的间断因为此时反应堆正在维护、更新原料或者探测器 AD 处于非工作状态。保密原则横轴时间已经隐去（与实际时间相比做了混乱处理，这里仅是示意图）。 80
- 图 3.11 大亚湾实验四个近点探测器中来自乏核燃料的中微子与反应堆中微子比值。数据来自^[105]。 82
- 图 3.12 大亚湾实验近点四个探测器中来自乏核燃料的中微子与反应堆中微子能谱比较。数据来自^[105]。此处横轴为 E_ν 为中微子能量。 82
- 图 3.13 来自 HM，SM2018 和 KI 的预测的四种同位素中微子能谱，且预测能谱已经乘上了 IBD 的反应截面，KI 的 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 与 HM 模型一致，图中数据来自^[67]^[65]^[63]^[64]。此处横轴 E_ν 均为中微子能量，非探测器测量能量。 84
- 图 3.14 nH 预测中来自 DT 选择条件的能谱修正，数据来自^[100]。横轴 E_p 为探测器测量的 IBD 事例快信号能量。 86

- 图 3.15 在 $n\text{Gd}$ 预测中使用的能量转换矩阵，数据来自^[35]。该矩阵实现了中微子能量 E_ν 到探测器测量 IBD 快信号能量 E_p 的转换。.....87
- 图 3.16 在 $n\text{H}$ 预测中使用的不同区域的能量转换矩阵，数据来自大亚湾实验模型 NUWA 模拟。这些矩阵实现了中微子能量 E_ν 到探测器测量 IBD 快信号能量 E_p 的转换。.....88
- 图 3.17 在 $n\text{Gd}$ 样本中 AD 测量与 HM 模型预测的 IBD 事例数随着时间变化情况，HM 模型预测要普遍高于实际的数据测量值。.....89
- 图 3.18 在 $n\text{H}$ 样本中 AD 测量与 HM 模型预测的 IBD 事例数随着时间变化情况，HM 模型预测要普遍高于实际的数据测量值。.....90
- 图 3.19 大亚湾实验中 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本测量和不同模型预测的 IBD 事例快信号能谱 (E_p) 比较。预测谱已经整体归一，使得预测谱的积分与测量谱积分相等，两个样本数据在 5 MeV 附近有明显凸起，图中仅展示了统计误差。.....92
- 图 3.20 大亚湾实验近点探测器中候选 IBD 与各种本底的事例随 IBD 快信号能量 (E_p) 的分布。注意两个样本的起始能量不同，能量区间的划分方式也不相同。.....94
- 图 3.21 大亚湾实验近点探测器中来自反应堆的中微子随 IBD 快信号能量 (E_p) 的分布。注意两个样本的起始能量不同，能量区间的划分也不相同。95
- 图 4.1 不同探测器 ^{239}Pu 有效裂变份额随时间的变化图， $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的有效裂变份额差异小于 0.005%，这里不再区分。..... 101
- 图 4.2 大亚湾实验近点探测器观测到的四种同位素有效裂变份额随着 ^{239}Pu 的裂变份额变化的演化情况，它们与 F_{239} 之间展现出比较好的线性关系。图中每个点代表单位周的有效裂变份额，图中不再区分数据的 AD 归属。 101
- 图 4.3 不同演化组计算出的四种同位素平均有效裂变份额随着 ^{239}Pu 有效裂变份额 F_{239} 变化示意图。图中黑色实线为直线拟合的结果，其均值和斜率见 4.3。..... 103
- 图 4.4 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本不同演化组内的中微子 IBD 事例总量分布，演化分组的号码从 0 到 12 顺序排列，0 演化组的 \bar{F}_{239} 最小。..... 104
- 图 4.5 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本不同演化组内的中微子 IBD 快信号能谱分布，演化分组的代号从 0 到 12 顺序排序。不同的颜色线代表不同演化分组的能谱。.. 104

图 5.1	联合拟合中 $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 形式示意图。联合分析中误差矩阵形式为 26×26 的误差矩阵，图中红色区域代表 $n\text{Gd}$ 样本的误差存在区域，蓝色区域代表 $n\text{H}$ 样本误差，绿色则代表两个样本之间的相关误差，左下角为矩阵的原点，空白区域的数据为 0。.....	110
图 5.2	反应堆热功率误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	113
图 5.3	反应堆裂变同位素 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 裂变份额误差造成的测量 IBD 产额相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	114
图 5.4	反应堆裂变同位素 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 每次裂变释放能量误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	114
图 5.5	探测器 AD 中质子数误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	115
图 5.6	探测器探测效率误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	116
图 5.7	本底误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	116
图 5.8	所有参量系统误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	117
图 5.9	不同演化组的两个样本测量和三个模型预测中微子 IBD 产额随着 $F_{239,g}$ 变化图，仅展示统计误差，图中绿线为样本联合分析的最佳线性拟合值。	118
图 5.10	$n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本联合拟合中主要参量的误差在拟合参数 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 误差中的占比情况。.....	119
图 5.11	利用抽样方法产生的两点连线的方式估计 HM 模型预测的 IBD 线性方程的误差。.....	121

图 5.12	HM 和 KI 模型预测线性方程参数误差中来自各部分误差的占比，其他 (Other) 代表除裂变份额之外的所有实验误差。.....	121
图 5.13	SM2018 模型预测线性方程参数误差中来自各部分误差的占比，其他 (Other) 代表除裂变份额之外的所有实验误差。.....	122
图 5.14	nGd 样本或者 nH 样本中裂变份额误差造成不同演化组的预测 IBD 产额的相对误差，以及不同演化组之间的相关系数。这项 nGd 与 nH 样本的误差完全相同。.....	122
图 5.15	不同样本和联合分析的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 中心值以及一倍标准偏差的范围，绿色阴影区域为样本联合分析的结果，三个模型预测的参数圈图也展示在图中 (只考虑了实验误差)。.....	123
图 5.16	联合分析中测量 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 误差成份分析，统计误差占了主导地位。...	126
图 5.17	裂变份额误差造成的预测 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 nGd 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 nH 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。.....	127
图 5.18	联合分析中 σ_{235} 和 σ_{239} 误差中来自各部分误差的占比。由于裂变份额误差对测量 IBD 产额的影响可以忽略，图中的 Fission fraction 指的是预测 IBD 产额中的裂变份额的影响。.....	128
图 5.19	不同样本拟合得到的 σ_{235} 和 σ_{239} 最佳拟合值和 1 倍标准偏差的范围，三个模型预测也展示在图中，绿色区域为样本联合拟合的结果，SM2018 模型并没有给出预测误差。.....	128
图 6.1	nGd 和 nH 样本分别在 6 个能量区间内的 $\bar{P}_{e,d,r}^{sur}$ 振荡修正，实线代表 nGd 样本修正，虚线代表 nH 样本修正，两者之间存在明显的差异。.....	133
图 6.2	三个模型预测的四种同位素中微子 IBD 产额微分能谱 (E_p 能量)，不同颜色代表不同模型，实线代表 nGd 样本预测，虚线代表 nH 样本预测。其中 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 中的 HM 和 KI 中微子 IBD 产额微分能谱一致。.....	134
图 6.3	图片上部分： nGd 样本的中微子 IBD 产额微分能谱，三个模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱。图片下部分：测量的中微子 IBD 产额微分能谱与模型预测差值。图中仅展示了统计误差。.....	134
图 6.4	图片上部分： nH 样本的中微子 IBD 产额微分能谱，三个模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱。图片下部分：测量的中微子 IBD 产额微分能谱与模型预测差值。图中仅展示了统计误差。.....	135

- 图 6.5 $n\text{Gd}$ 样本与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱比值, 模型预测中微子 IBD 产额微分能谱已经归一, 保证积分总量与测量一致。图中仅展示了统计误差, 图中出现了 5 MeV 附近的凸起。..... 135
- 图 6.6 $n\text{H}$ 样本与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱比值, 模型预测中微子 IBD 产额微分能谱已经归一, 保证积分总量与测量一致。图中仅展示了统计误差, 图中 5 MeV 附近出现了凸起。..... 136
- 图 6.7 来自反应堆的参量: 热功率、裂变份额、裂变能和振荡修正的误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差 (左) 和来自反应堆总误差的相关系数矩阵 (右)。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据, 而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本, 相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 139
- 图 6.8 来自探测器质子数误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差 (左) 和来自质子数误差的相关系数矩阵 (右)。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据, 而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本, 相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 139
- 图 6.9 来自文献^[100]中由于能标误差和 IAV 几何尺寸引起的能谱变化, 以及与标准能谱的差异。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据, 而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本, 相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 141
- 图 6.10 来自探测效率误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差 (左) 和来自探测效率误差的相关系数矩阵 (右)。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据, 而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本, 相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 142
- 图 6.11 来自能量非线性误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差 (左) 和误差的相关系数矩阵 (右)。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据, 而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本, 相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 142
- 图 6.12 $n\text{Gd}$ 样本的各种本底与候选能谱的比值, 横轴的每 13 个区间为同一能量区间的 13 个演化组的数据。比值来自于实验数据的测量因此不光滑。在 EH2-AD1 和 EH2-AD2 的无数据区间是因为这些演化组没有来自于这两个 AD 的数据。..... 143
- 图 6.13 $n\text{H}$ 样本的各种本底与候选能谱的比值, 横轴的每 13 个区间为同一能量区间的 13 个演化组的数据。比值来自于实验数据的测量因此不光滑。在 EH2-AD1 和 EH2-AD2 的无数据区间是因为这些演化组没有来自于这两个 AD 的数据。..... 144

- 图 6.14 来自本底误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 145
- 图 6.15 分能量区间 IBD 产额误差的汇总，相对误差（左），误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 145
- 图 6.16 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本最佳拟合值 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差的相关系数矩阵。 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 误差相关系数矩阵几乎是一个对角矩阵。..... 147
- 图 6.17 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本拟合值的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差成份分析。 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 误差主要是系统误差造成 (Syst)， $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差则是以统计误差为主 (Stat)。..... 148
- 图 6.18 裂变份额误差对中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。..... 149
- 图 6.19 左侧两幅图为两个样本中不同能量区间的测量数据平均中微子 IBD 产额减去模型预测值，图中误差包含了测量与预测的误差。右侧两幅图是两个样本中不同能量区间的测量数据和模型预测的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ ，并展示了各自的误差。..... 151
- 图 6.20 测量数据和三个模型预测的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 值，其中模型预测的误差来仅自于裂变份额的贡献。..... 154
- 图 6.21 在不同能量区间上数据的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与三个模型预测值的差异。..... 154
- 图 7.1 来自三种修正方案对模型预测中微子 IBD 产额微分能谱的相对修正的最佳拟合值 $f_{235,e}$, $f_{239,e}$ 和 f_e ，以及对模型预测的绝对修正大小 $f_{235,e} \times \sigma_{235,e}^{\text{Model}}$, $f_{239,e} \times \sigma_{239,e}^{\text{Model}}$ 和 $f_e \times \bar{\sigma}_{f,e}^{\text{Pred.}}$ （绝对修正的单位为 $10^{-43} \text{cm}^2/\text{fission}$ ），其中方案二为非优选方案。..... 161
- 图 7.2 方案一和方案三中修正值的误差成份分析，均为系统误差 (Syst.) 主导，统计误差 (Stat.) 造成的影响比较小。..... 162
- 图 7.3 经过三个方案修正后的 HM 模型预测的不同能量区间的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}^{\text{HM.Pred.}}$ 与测量数据的 $\bar{\sigma}_{f,e}^{\text{Meas.}}$ 差异，三个方案中的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0，方案二的修正效果最差。..... 162
- 图 7.4 经过三个方案修正后的 HM 模型预测的不同能量区间的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 与测量数据的分布，三个方案中的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0，方案二的修正效果最差。..... 163

图 7.5	经过三个方案修正后的 HM 模型预测的不同能量区间的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据的分布，三个方案中的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0，方案二的修正效果最差。.....	163
图 7.6	左列三图是三种方案修正后的 SM2018 模型预测的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 、 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据的比较，右列三图是 KI 模型修正后的对应结果。.....	164
图 7.7	两个样本数据 nGd 和 nH 样本单独分析和联合分析的方案一和方案三的对 HM 模型 ^{235}U 或者四种裂变同位素中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值（左）和误差大小（右）。.....	168
图 7.8	两个样本数据 nGd 和 nH 样本单独分析和联合分析的方案一和方案三的对 SM2018 模型的 ^{235}U 或者四种裂变同位素中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值（左）和误差大小（右）。.....	169
图 7.9	两个样本数据 nGd 和 nH 样本单独分析和联合分析的方案一和方案三的对 KI 模型的 ^{235}U 或者四种裂变同位素中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值（左）和误差大小（右）。.....	170
图 8.1	$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 精度提升带来的与 HM 模型差异的提升，以及 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 精度提升带来的与 HM 模型 + 惰性中微子假设差异的提升。其中过去（Previous）的数据来自文献 ^[83] ，过去到现在（Now）的提升包含了统计和系统误差的提升，而现在到未来（Future）的提升仅仅有统计的提升。图中标准偏差计算时仅考虑了实验误差的影响。.....	176
表 1.1	NEOS, PROSPECT, STEREO 和 Neutrino-4 实验的反应堆功率和基线长度。NEOS 所用反应堆为核电厂的商业堆，因此热功率较大，其他反应堆均为实验研究用堆，所以功率较小。.....	20
表 2.1	大亚湾实验中每个反应堆和探测器之间的距离。由电子经纬仪测定，辅助以 GPS 定位校准，因此基线的误差可以忽略，表格中数据来自 ^[69] 。...	47
表 2.2	大亚湾实验中三个实验厅（EH）的埋深的水当量和宇宙射线 μ 的频率，数据来自 ^[69] 。.....	48
表 2.3	大亚湾实验已公布的 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的测量值，根据已发表年限排序。 nGd 与 nH 样本的详细内容在第 2.3.2.1 节中介绍。.....	48
表 2.4	大亚湾实验反应堆三个功率测量系统的精确度比较，数据来自 ^[69] 。....	49
表 2.5	大亚湾的四种同位素裂变份额的误差相关系数矩阵，该表格只展示了相关系数，而每项裂变份额的误差都为 5%，数据来自 ^[97] 。.....	52

表 2.6	燃烧法测定的 GdLS 和 LS 中 H 的质量分数 F^H 及联合分析的结果, 单位为%, 数据来自 ^[101] 。.....	61
表 2.7	大亚湾实验近点的 4 个 AD 中不同区域的质量, 单位 kg。数据来自 ^[102]	62
表 3.1	本文使用的 nGd 和 nH 样本选择条件, 文献参考 ^{[93][100][92]} 。本文实验的选择条件中也包含了文献 ^[100] 中的残余 PMT 自发光的条件, 表中并没有列出。.....	66
表 3.2	大亚湾实验 4 个近点 AD 的活时间, 扣除缪子反符合时间和多重数选择后的时间效率。两个样本的活时间相同, 但是 $\epsilon_\mu \times \epsilon_m$ 效率不相同。.....	66
表 3.3	大亚湾实验选择条件的效率及对应的误差, 误差分为 AD 相关和不相关两部分, 所有选择效率的乘积就是 AD 的探测效率。.....	67
表 3.4	大亚湾实验的低能选择条件 ϵ^{Low} 误差的来源、两个样本中的效率不确定性大小和样本相关系数。.....	68
表 3.5	大亚湾实验中符合时间窗效率 ϵ^{Coin} 的误差来源、分两个样本中造成的效率不确定性大小, 以及样本相关系数。.....	69
表 3.6	大亚湾实验中慢信号选择条件效率 ϵ^{Delay} 的误差来源, 分别在 nGd 和 nH 样本中效率误差大小, 样本相关系数。.....	70
表 3.7	nH 分析中, 不同中子散射模型组合下产生的慢信号选择效率 ϵ^{Delay} 。模拟该数据时并没有加入 MO 区间的模拟, 因此该数据中心值与表 3.3 存在微小的差异。不同组合最大值与最小差异的一半便是中子散射模型造成的 ϵ^{Delay} 误差。.....	71
表 3.8	nGd 样本和 nH 样本中 ϵ^{Det} 的效率值, AD 相关误差和非相关误差, 以及两个样本误差的相关系数。.....	73
表 3.9	nGd 样本和 nH 样本中相关本底每天的事例率。.....	75
表 3.10	四种同位素每次裂变释放出的能量, 单位 MeV, 数据来自 ^[106] 。.....	84
表 3.11	大亚湾实验模拟程序 NUWA 生成的 AD 不同区域的 ϵ_v^{Low} , ϵ_v^{Coin} 和 ϵ_v^{Delay} , 这些数据用于 nH 预测。.....	86
表 3.12	两个样本观测的 IBD 总量, 不同模型预测 IBD 总量和测量/预测的比值。比值误差来自于两部分, 前部分是实验的系统误差 (Exp.), 而后一部分是模型的系统误差 (Model), SM2018 没有给出模型误差 ^[63] 。.....	91
表 3.13	nGd 样本和 nH 样本中活时间, 时间选择效率, 探测效率, 候选中微子 IBD 事例数和偶然符合本底、关联本底的每天的事例率汇总。.....	96
表 3.14	nGd 样本和 nH 样本中探测效率误差, 各项本底误差和样本之间的误差相关系数汇总。.....	97

表 4.1	$n\text{Gd}$ 样本分析中每个探测器 AD 对应不同反应堆的中微子平均存活概率 \bar{P}^{sur} , 表中根据公式 (4.2) 计算得到。.....	99
表 4.2	$n\text{H}$ 样本分析中每个探测器 AD 对应不同反应堆的平均存活概率平均存活概率 \bar{P}^{sur} , 与 $n\text{Gd}$ 的 $\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}}$ 表 4.1 略有差异。.....	99
表 4.3	图 4.3 中四种同位素随着 $F_{239,g}$ 演化直线拟合得到的平均值和斜率。 .	103
表 5.1	不同反应堆中微子产生模型预测的四种同位素中微子 IBD 产额, 单位为 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$), 数据来自 [67] [65] [64] [63], SM2018 模型没有给出误差。.....	106
表 5.2	大亚湾实验不同样本测量到的中微子 IBD 产额和三个模型预测的 IBD 产额的中心值, 由公式 (5.2) 计算得到, 单位为 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$)。 .	106
表 5.3	不同演化组的平均有效裂变份额, 测量中微子 IBD 产额以及对应的统计误差, 中微子 IBD 产额和统计误差单位 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$)。.....	108
表 5.4	中微子 IBD 产额系统误差的来源, 各自误差大小、相关性和 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本之间的相关系数。.....	111
表 5.5	大亚湾实验数据分别拟合和联合拟合得到的平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 和斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的最佳拟合值, 误差和最佳拟合值对应的 χ^2/NDF 。表格中 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 单位均为 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$)。.....	118
表 5.6	HM 模型同位素中微子 IBD 产额误差之间的相关系数, 数据来自 [67] [65]。.....	120
表 5.7	利用抽样方法得到的三个模型预测的线性方程 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的中心值和误差, 括号外的误差只考虑了实验误差影响, 括号内的误差同时考虑了实验和模型误差的影响。.....	121
表 5.8	样本的分别拟合和联合拟合得到的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 与 HM, SM2018 和 KI 模型的标准偏差。括号外部的标准偏差只考虑实验误差的影响, 因此两者标准偏差较大; 而括号内的标准偏差由于同时考虑了实验和模型误差的影响, 因此两者之间标准偏差较小, SM2018 模型没有给出模型误差。.....	124
表 5.9	不同样本和联合分析得到的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 与 HM 模型预测值的标准偏差, 括号外的数值只考虑了实验误差的影响, 而括号内的数值同时考虑了实验误差和模型误差的影响。.....	125
表 5.10	不同样本和联合分析拟合得到的四种同位素的中微子 IBD 产额, 以及最佳拟合值对应的 χ^2/NDF 值, 中微子 IBD 产额的单位 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$)。.....	127

表 5.11	$n\text{Gd}$, $n\text{H}$ 样本和联合分析 σ_{235} 和 σ_{239} 的测量值与模型的标准偏差, 比较差异时考虑了 HM 和 KI 模型自身误差。.....	129
表 6.1	反应堆造成的中微子 IBD 产额误差的来源、误差大小、相关性、误差类型和样本相关性。.....	138
表 6.2	探测器探测效率造成的中微子 IBD 产额误差的来源、误差大小、相关性、误差类型和样本相关性。.....	140
表 6.3	$n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本通过线性方程拟合得到的每个能量区间的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的最佳拟合值和误差, 最后一行为最佳拟合的 χ^2/NDF 。.....	146
表 6.4	HM 模型预测的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的不同能量区间的线性方程参数, $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。中心值通过公式 (6.8) 和公式 (6.9) 计算得出, 而误差通过分析两点连线分布的方法得出, 仅考虑了裂变份额的误差。.....	149
表 6.5	SM2018 模型预测的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的不同能量区间的线性方程参数, $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。中心值通过公式 (6.8) 和公式 (6.9) 计算得出, 而误差通过分析两点连线分布的方法得出, 仅考虑了裂变份额的误差。.....	150
表 6.6	KI 模型预测的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的不同能量区间的线性方程参数, $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。中心值通过公式 (6.8) 和公式 (6.9) 计算得出, 而误差通过分析两点连线分布的方法得出, 仅考虑了裂变份额的误差。.....	150
表 6.7	$n\text{Gd}$ 样本不同能量区间的线性方程参数 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的测量数据与模型预测的比较。这里差异主要集中在 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 上。.....	152
表 6.8	$n\text{H}$ 样本不同能量区间的线性方程参数 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的测量数据与模型预测的比较。这里差异主要集中在 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 上。.....	152
表 6.9	$n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的测量数据 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 值和误差。.....	153
表 7.1	HM, SM2018 和 KI 三个模型的预测是否符合大亚湾实验测量数据的中微子流强和能谱演化分析的结果, $\sqrt{\quad}$ 表示符合, \times 表示不符合。.....	156
表 7.2	$n\text{Gd}$ 样本中不同修正方案最佳拟合的 χ^2/NDF 值和对应的 p 值, 在方案一、二的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 能谱修正中加入了惰性中微子的测试。方案二修正的 p 值最大, 虽然 SM2018 和 KI 模型不需要引入惰性中微子假设, 但本文还是对其进行了测试。.....	159
表 7.3	HM、SM2018 和 KI 使用三种方案修正后预测与测量数据中微子 IBD 产额微分能谱的线性方程参数之间的标准偏差, 包含了 $\bar{\sigma}_e$, $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_e$ 的比较.....	165

表 7.4	nH 样本预测中不同探测区域探测到的中微子与探测总量的占比。.....	167
表 8.1	大亚湾实验, RENO 和 Double Chooz 与 HM 模型预测中微子 IBD 产额的比值, 表中误差仅仅为实验测量误差。目前 Double Chooz 比值测量精度最高, 这源自于它精确的中微子靶质子数测量。.....	173
表 8.2	HM, SM2018 和 KI 模型预测和大亚湾, RENO 和 STEREO 测量的 ^{235}U 的中微子 IBD 产额, 其他所有结果都要低于 HM 模型预测值, SM2018 模型没有给出模型误差。.....	173
表 8.3	本文研究用到的参数的误差成份情况分析, 误差成份为统计和系统误差主导, 主导时为 $\sqrt{\quad}$, 否则为 \times 。 σ_{235} 和 σ_{239} 的主导误差为输入的 σ_{238} 和 σ_{241} 误差。.....	175

符号和缩略语说明

ν	中微子
RAA	反应堆中微子异常
CC	带电流
NC	中性流
ν_1, ν_2, ν_3	中微子的质量本征态
PMNS	Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata
Λ CDM	Λ -Could Dark Matter
NEOS	Neutrino Experiment for Oscillation at Short Baseline
PROSPECT	Precision Reactor Oscillation and Spectrum Experiment
STEREO	Short Baseline Reactor Antineutrino
Gd	钆
ILL	Institute Laue-Langevin
HM	Huber-Mueller 反应堆中微子模型
KI	Kurchatov Institute 反应堆中微子模型
SM2018	Summation method 2018 反应堆中微子模型
EH	实验厅
AD	反电子型中微子探测器
n Gd	中子钆俘获
n H	中子氢俘获
IWS, OWS	内部和外部水池屏蔽
RPC	四层模块化电阻板室系统
IAV, OAV	内部和外部亚克力容器
LS, GdLS	液闪和掺钆液闪
Other	反射板和径向屏蔽罩
SSV	不锈钢容器
MO	矿物油
PMT	光电倍增管
ACU	自动刻度单元
LAB	线性烷基苯
run	大亚湾实际采数的数据集
multiplicity cut	多重数选择

SNF	乏核燃料中微子
Non-equilibrium	非平衡态修正
M_ν^{Res}	中微子能量到快信号能量的转换矩阵
σ_f	中微子 IBD 产额
MC	蒙特卡洛
E_p	实验测量的 IBD 快信号能量
E_ν	反应堆释放的中微子能量
Rate 误差	只影响流强而不影响谱型的误差
Shape 误差	只影响谱型而不相应流强的误差

第1章 引言

中微子 (ν) 是宇宙空间中广泛存在的一种基本粒子, 在粒子物理的标准模型描述中它有三种味道本征态, 实验证明三种中微子可以在传播过程中发生味道转换, 称之为中微子振荡。但根据 LSND 和 MinibooNE 等实验结果, 以及镓异常和反应堆中微子异常显示, 中微子似乎还存在一个超出标准模型限制的中微子, 称之为惰性中微子。反应堆中微子实验发现测量的中微子流强低于反应堆模型 Huber-Mueller (HM) 模型的预测, 该现象称之为反应堆中微子异常, 除惰性中微子可以解释该异常外, 其产生原因也可能是模型本身计算问题造成的。此外, 实验发现反应堆中微子测量能谱也与模型预测出现了差异。在 HM 模型之后, 又发展出了可替代的反应堆中微子模型 Summation Method (SM2018) 和 KI 模型, 它们需要更多实验数据的检验。本章将会简要介绍中微子的发现简史和相关性质, 介绍暗示惰性中微子存在的实验迹象和相关研究, 介绍反应堆中微子模型与流强和能谱异常问题, 以及讨论造成这两个问题的可能原因, 最后介绍本文就研究这两个问题的主要内容和行文结构。

1.1 中微子

1.1.1 贝塔连续谱与中微子

在物理界的芸芸粒子中, 中微子作为基本粒子是较早被提出来的 (1930 年), 仅仅晚于电子 (1897 年) 和质子 (1919 年)。事情的起源来自一场对能量守恒定律质疑的危机, 1914 年 Chadwick 测量到贝塔衰变中贝塔粒子的能量并不是稳定的单值^[1], 而是一条连续的能量谱线。在当时贝塔衰变为两体衰变的共识下, 该反应被描述为一个核 A 衰变为一个稍轻的核 B 并释放出电子 e^- 的过程, 即:



其中 M, N 分别为质量数和电荷数。若母核 A 是静止的, 忽略核 B 的速度 (质量大), 可算出电子的动能 E_e 为:

$$E_e = \frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} c^2 \quad (1.2)$$

即一旦三种粒子 (A, B, e^-) 的质量确定, 电子动能就是固定的。但是 Chadwick 的实验观测到的电子能量分布并非此情形, 从公式 (1.2) 得到的电子能量仅仅是它的最大值而已, 如图1.1所示 (连续谱与 x 轴的交点为公式 (1.2) 的计算值)。

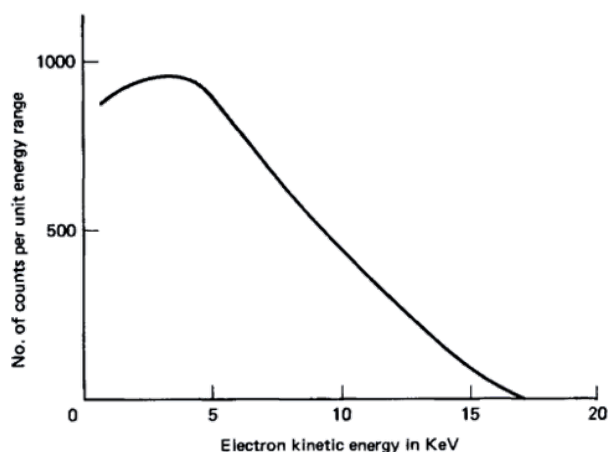
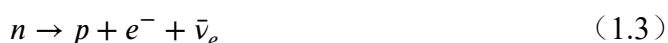


图 1.1 从氚的衰变 (${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$) 中测量得到的贝塔能谱, 该连续曲线与贝塔衰变是两体衰变的假设不符合, 图片来自^[2]。

那些消失的电子能量究竟去哪里了? 衰变产物的总能量不稳定, 反映出能量守恒定律存在问题。理论学家 Pauli 创造性的提出, 贝塔衰变不是两体衰变而是三体衰变^[3], 衰变产物中应该还存在另外一个粒子, 这个粒子带走了那些消失的能量, 因为在公式 (1.1) 已经满足电荷守恒定律了, 所以这种粒子必须是电中性的, 当时 Pauli 甚至给他取名为 “neutron” (中子)。1932 年 “neutron” 被新发现的中子^[4] 占用, 在后来的研究中物理学家 Fermi 将其更名为 neutrino (中微子)^[5]。在粒子认知匮乏的年代, Pauli 采用了引入新粒子的方式来解释未知的物理现象, 这具有划时代的意义。

如今物理学知道贝塔衰变的真正过程是中子 (n) 衰变为质子 (p), 并且释放出电子 (e^-) 和反电子型中微子 ($\bar{\nu}_e$) 的过程, 即:



直至 20 世纪 50 年代仍然没有一个可以直接观测到中微子的实验。由于中微子几乎不与任何物质发生反应, 所以很难在较小的探测器中留下踪迹。终于在 1953 年, Reines 和 Cowan 首次提出可以通过探测中微子与质子反应产生的正电子 (e^+) 和中子来捕获中微子^[6], 反应方程为:



探测过程中质子可以由大体积的液体闪烁体提供, 产生的正电子信号可由其与电子的湮灭得到, 对于释放的中子, Reines 和 Cowan 提出可在液闪溶液中加入硼或者镅化合物来探测, 因为它们在核俘获慢化的中子后退激发可释放退激信号, 那么寻找中微子就变成了寻找一对快慢符合信号——正电子湮灭信号和与之对应的中子俘获信号。该方法的巧妙之处就是可以利用符合信号的优势有效的降低本底

噪声的影响。Reines 和 Cowan 提出的快慢符合信号寻找中微子的方法直到今天仍然是寻找反电子型中微子的主要方法。

1956 年 Reines 和 Cowan 终于在南卡罗莱纳州的萨凡纳河的反应堆旁边建起来当时巨大的探测器，寻找中微子的实验的方法如图1.2所示。利用快慢信号符合的特点，进行了 100 天的观测，他们测得探测器中微子信号频率为 $(2.88 \pm 0.22)/h$ ，这是人类历史中首次捕捉到了中微子^[7]。Reines 凭借此发现在 1995 年获得了诺贝尔奖（Cowan 当时已去世）。

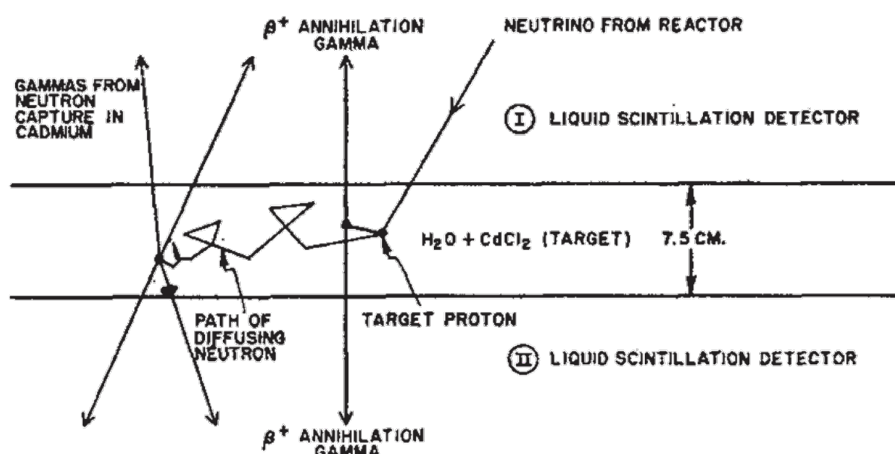


图 1.2 Reines 和 Cowan 设计来寻找中微子的实验反应过程，主要信号为正电子的湮灭信号和中子的核俘获信号，图片来自^[7]。

Reines 和 Cowan 发现的中微子为反电子型中微子 ($\bar{\nu}_e$)，1962 年 Lederman, Schwartz 和 Steinberger 在加速器实验中，发现了不同类型的中微子——缪子型中微子 (ν_μ 和 $\bar{\nu}_\mu$)^[8]，它们来自正负 π 介子的衰变 (π^+ 和 π^-)，反应方程为：

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1.5)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (1.6)$$

上述正负 π 介子的衰变除了产生中微子外，还有对应味道的正负缪子产生 (μ^+ 和 μ^-)。与反电子中微子和质子反应过程公式 (1.4) 不同， $\bar{\nu}_\mu$ 与质子的反应为

$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \quad (1.7)$$

若将上述反应中的 μ^+ 更换为 e^+ ，该反应过程就不会发生，这意味着他们三人发现了不同于 Reines 和 Cowan 发现的一种新型中微子。

1975 年 Perl 实验团队在加速器实验中发现了 64 个无法解释的物理事件^[9]：

$$e^+ + e^- \rightarrow e^\pm + \mu^\pm + \text{missing energy} \quad (1.8)$$

只有引入两个额外的轻子，即正负陶子 (τ^+ 和 τ^-)，才能满足能量和动量守恒定

律，应用轻子数守恒，陶子型中微子 (ν_τ) 也就被提了出来。到 2000 年，DONUT 实验分析了记录在核乳胶探测器中的 203 中微子反应事件，并且成功找到了 4 个属于 ν_τ 的反应事件^[10]，至此陶子型中微子也被实验确认了。

1.1.2 中微子的来源

如图1.3所示，中微子的来源可以从地核到宇宙深处，非常广泛，中微子的能量量级可以从 10^{-2} eV 延伸到 10^{18} eV，覆盖广阔。

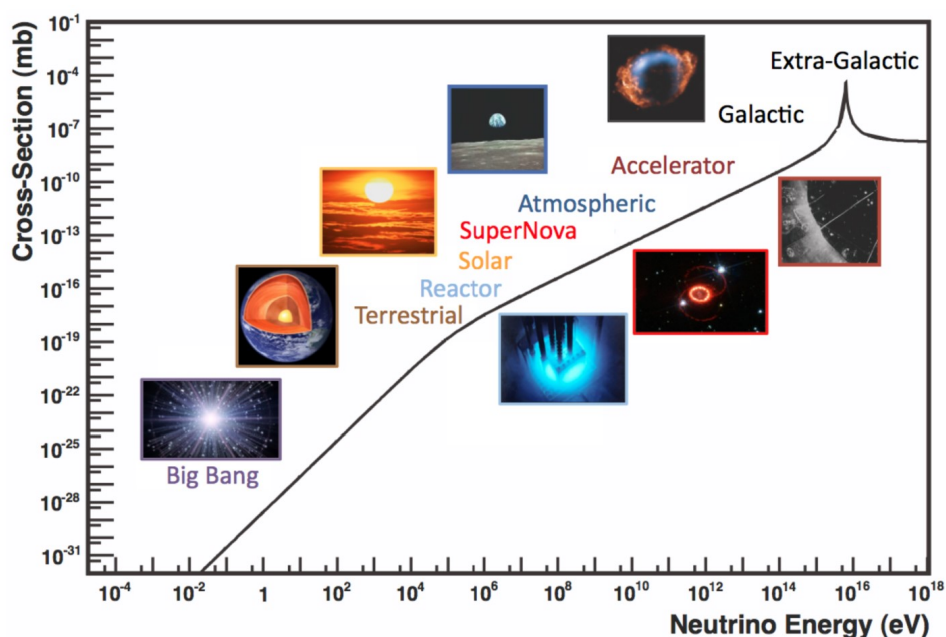


图 1.3 不同中微子源的代表性例子。横轴为不同源释放出中微子的大致能量范围，纵轴为中微子与电子的散射截面大小。在 10^{16} eV 附近的峰是 W^- 共振造成的^[11]。

根据中微子来源的种类，可以分为人造源和天然源等，主要的人造源为反应堆，加速器等，而自然源有地球中微子，大气中微子，太阳中微子，超新星中微子和大爆炸中微子等。

1.1.2.1 反应堆中微子

核电厂的商业型反应堆和实验室的研究型反应堆用是主要的人造中微子来源，商业型反应堆的裂变材料为四种同位素 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ，而研究型反应堆一般是其中某单一裂变材料，中微子便来自于这些裂变材料的裂变过程。由于核电厂的反应堆的功率很高 ($\sim 10^6\text{W}$)，每秒大约会释放出 10^{20} 个中微子，利用如此强的流强可以研究中微子性质，例如 Reines 和 Cowan 首次捕获的中微子便是反应堆中微子^[7]，大亚湾反应堆中微子实验^[12]，RENO^[13]，Double Chooz^[14] 等实验利用反应堆中微子来研究中微子振荡（第1.1.4详细介绍）。核弹爆炸过程也会释

放出中微子，不过采用核裂变技术的原子弹会释放出反电子型中微子，而采用核聚变过程的氢弹则主要释放出电子型中微子。

1.1.2.2 加速器中微子

反应堆中微子一般是核电站的附加产物，而加速器可以产生强烈的可控的中微子束，专门产生中微子束的加速器有时也被称之为中微子工厂，加速器中微子常用于研究中微子与物质的相互作用和中微子振荡。其中微子的产生过程可以简单概述为：质子加速撞击固定靶产生 π^\pm 和 K^\pm 介子，然后它们本身衰变或者次级衰变物产生中微子。以 π^\pm 为例其衰变为：

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu \quad (1.9)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (1.10)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

在加速器产生中微子过程中，可以筛选 π^\pm 和 K^\pm 介子的电荷正负，并且改变衰变隧道的长度可以调节 π^\pm 和 μ^\pm 的衰变比例，从而产生不同实验需要的中微子。代表实验有 LSND^[15]，MicroBooNE^[16] 和 T2K^[17] 等。

1.1.2.3 地球中微子

地球中微子的主要来源是铀 ($^{238}_{92}\text{U}$) 钍 ($^{232}_{90}\text{Th}$) 钾 ($^{40}_{19}\text{K}$) 元素的衰变，衰变过程释放出的能量是地热的来源之一。宇宙化学，地球化学和地球动力学定义了三种高 (>25TW)、中 (17-22TW)、低 (10-15TW) 的 Q 值模型^[18]，这里的 Q 值为地球介质的品质因子，它是地球介质的基本物理参数，通过对地球 Q 值的研究能够更好的帮助我们理解地壳结构^[19]。通过研究地球中微子，可以确定地球的铀/钍比值，对于理解地球模型具有重要意义。又有理论指出一个位于地球中心的天然核裂变反应堆可以作为地球磁场的能源^[20]，估计功率输出约为 3~10 TW，研究地球中微子也可以很好的对其做出评判。由于地球中微子的能量较低，并且极易受到反应堆中微子的干扰，需要高灵敏和低本底的探测器才能对其有很好的测量，锦屏地下中微子实验能够很好的满足这两点^[21]。

1.1.2.4 大气中微子

宇宙射线中的高能粒子（例如质子等）会源源不断的不断地从太空轰击地球。当这些宇宙射线与地球大气层中的原子碰撞时，有时会产生一束多种粒子的“簇射”。这些像是流星的簇射粒子中包括 π 、K 和 μ 等，它们衰变时就会产生称之为

“大气中微子”的中微子。大气中微子主要有两种类型：电子型和缪子型中微子。代表实验为 Super-Kamiokande，该实验分析了不同方向来源的大气中微子，发现由地底向上的缪子型中微子有减少的现象，确认了中微子振荡现象的存在^[22]。

1.1.2.5 太阳中微子

太阳以及其他恒星的光和热都来自于内部的剧烈的核聚变过程，该过程会释放出电子型中微子。从地球上观测时，每秒每平方厘米有大约 650 亿个太阳中微子穿过^[23]。历史上有著名的太阳中微子丢失问题：Davis 在 Homestake 矿井中看到的中微子比太阳模型的预期少了大约三分之一^[24]。后来 SNO 实验升级了探测器的探测方法，使其不仅仅可以捕捉电子型中微子，也可以捕获其他味道中微子，最终发现三种味道中微子总量与模型预测一致^[25]，解决了太阳中微子问题，同时也证明了中微子之间存在味道转换。研究太阳中微子对人们理解恒星内部反应机制，完善标准太阳模型也有重大的意义^[26]。

1.1.2.6 超新星中微子

在超大质量的恒星其寿命末期，由于聚变燃料消耗殆尽使其内部电子简并压不足以支持巨大的恒星引力，从而造成恒星的核塌缩，核塌缩过程中恒星会突然爆炸，向宇宙空间抛射出大量的物质，形成壮丽的超新星爆炸景观。超新星在核塌缩和爆炸过程中会释放出各种味道的正反中微子，并且中微子带走超新星总能量的 99%^[27]。1987 年日本的 Kamiokande 实验成功捕获了 13 个来自大麦哲伦星系的超新星爆发（1987A）的中微子^[28]，并得到了美国 IMB 探测器的印证^[29]，这是人类首次观测到银河系外的中微子。

1.1.2.7 大爆炸中微子

大爆炸中微子也被称为宇宙背景中微子（cosmic neutrino background 或者 CNB），它是一种遍布宇宙空间的中微子。这些中微子来自于宇宙大爆炸之后的 1 秒后，那时的温度已经冷却到足以使中微子不再与普通物质发生反应。理论计算得出大爆炸中微子的密度相当高，但仍然尚未被实验观测到，一是中微子本身只参与弱相互作用反应概率本身很低，二是中微子背景的能量极低，低于大部分实验的观测阈值。美国的 PTOLEMY 实验运用超灵敏探测器正在寻找中微子背景的蛛丝马迹^[30]。

不同于光子，中微子作为穿越星际的旅行者，具有极低的相互作用截面，中微子可以很容易地穿越宇宙空间到达地球的探测器，而不会被它们途径的物质打断它们前进路径，改变它们的运动状态，因此可以极大程度的保持中微子源的初始

信息，这让中微子在研究天文事件时有着独特的应用价值。

1.1.3 标准模型与中微子

在粒子物理中，标准模型是一项伟大的成果，是目前描述宇宙构成的最佳理论，解释了基本粒子如何构成了宇宙万物和粒子间的相互作用规律，中微子作为基本粒子是标准模型的重要组成部分。

图1.4介绍了标准模型中的基本粒子，其中包括夸克，轻子和玻色子。中微子属于轻子范畴，它们不带电，自旋为 $\frac{1}{2}$ ，标准模型中的三代中微子就是前文提到的三类中微子（ ν_e ， ν_μ 和 ν_τ ），标准模型认为中微子不存在质量。

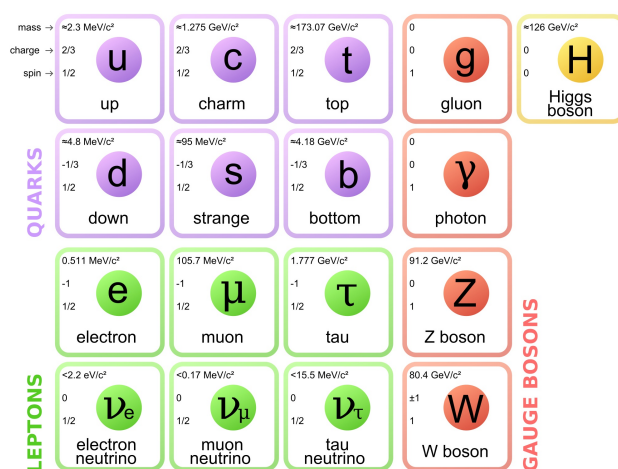


图 1.4 标准模型中的基本粒子，夸克 (Quark) 和轻子 (Lepton) 分为三代，每一列为一代，三代中微子就在轻子范畴内。图中标明了每个基本粒子的质量，自旋和电荷，图中显示的中微子质量上限估计由氡衰变中贝塔能谱的测量给出^[33]，并不是标准模型给的限制。图来自^[31]

在标准模型的描述中，中微子只参与弱相互作用，该作用是通过交换 W^\pm 和 Z^0 玻色子进行的，例如中微子与电子的弹性散射就可以分为 W^\pm 参与的带电流 (charge current 或者 CC) 和 Z^0 参与的中性流 (neutral current 或者 NC)，如图1.5所示。

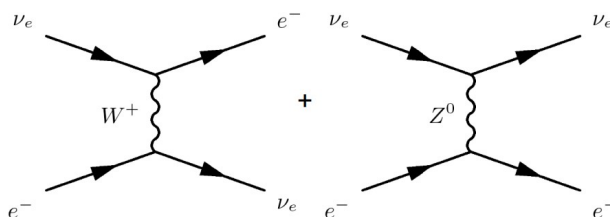


图 1.5 电子型中微子与电子散射费曼图，左侧为带电流 (CC)，右侧为中性流 (NC)。

1.1.4 三代中微子振荡

中微子一个非常重要的性质就是中微子振荡，图1.6形象的介绍中微子振荡现象。中微子振荡证明了中微子具有质量，这超越了标准模型对它的描述。



图 1.6 中微子振荡现象示意图，中微子在传播过程中像换衣服一样变换它的味道。

1957年 Pontecorvo 参考中性的 K^0 混合，提出正反中微子之间存在振荡，这便是中微子振荡理论的基础，后经 Maki, Nakagawa 和 Sakata 的发展慢慢的完备起来^[32]。中微子振荡是一种量子效应，原因为它的味道本征态 $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ 与质量本征态 (ν_1, ν_2, ν_3) 并不一致，任何一方都可以看成另外一方的混合体，可以写为：

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j U_{\alpha,j}^* |\nu_j\rangle \quad (1.11)$$

$$|\nu_j\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha,j} |\nu_\alpha\rangle \quad (1.12)$$

其中 $|\nu_j\rangle$ 是质量本征态， $j = 1, 2, 3$ ， $|\nu_\alpha\rangle$ 是味道本征态， $\alpha = e, \mu, \tau$ 。U 称之为 PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) 矩阵，即中微子的混合矩阵。如果该矩阵是单位矩阵就意味着味道本征态与质量本征态一致，但是 U 矩阵的真实形式为：

$$U = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\Delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\Delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 Δ 为 CP 破坏相角，与正反物质的转换有关，为了方便书写将 c_{ij} 写为 $\cos \theta_{ij}$ ，同理 s_{ij} 为 $\sin \theta_{ij}$ ， θ_{ij} 就是中微子物理中常说的混合角，目前所有混合角数值都已经有了测量结果。根据 2021 年 PDG (Particle Data Group) 汇总的各相关实验的测

量结果^[33]，PMNS 中部分参数的世界均值如下：

$$\begin{aligned}\sin^2 \theta_{12} &= 0.307_{-0.012}^{+0.013} \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.539 \pm 0.022 \\ \sin^2 \theta_{13} &= 0.0220 \pm 0.0007 \\ \Delta m_{21}^2 &= m_2^2 - m_1^2 = (7.53 \pm 0.018) \times 10^{-5} \text{eV}^2 \\ \Delta m_{32}^2 &= m_3^2 - m_2^2 = (-2.536 \pm 0.034) \text{ 或 } (2.453 \pm 0.033) \times 10^{-3} \text{eV}^2\end{aligned}\quad (1.14)$$

其中 m_i 即为质量本征态 (ν_1, ν_2, ν_3) 的质量。当今实验数据尚不能对三种质量做出排序 (图 1.7 所示)，存在正序排列 ($m_3 > m_2 > m_1$) 和反序排列 ($m_2 > m_1 > m_3$) 两种可能，所以 Δm_{32}^2 出现多解，即将运行的 JUNO 实验将致力于解决质量排序问题^[34]。

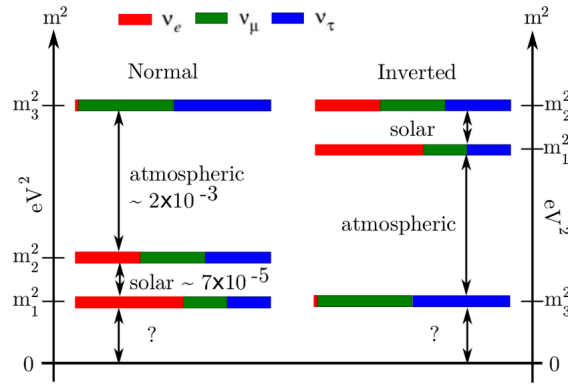


图 1.7 正反中微子质量排序示意图。图中颜色分别代表不同味道中微子，质量本征态和味道本征态的混合原理参考公式 (1.11) 和 (1.12)。图中标出的质量差分别来自于大气 (atmospheric) 和太阳 (solar) 中微子的测量^{[22] [25]}。图中问号代表目前尚未测量得到绝对的中微子质量。

下面内容将简要介绍一下中微子振荡原理，当中微子在真空中传播时，它的质量本征态可以表述成平面波函数 $|\nu_j(t)\rangle$ 的形式：

$$|\nu_j(t)\rangle = e^{-i(E_j t - \vec{p}_j \cdot \vec{x}_j)} |\nu_j(0)\rangle \quad (1.15)$$

其中 E_j 为第 j 个质量本征态的能量， $j = 1, 2, 3$ ， t 为运动时刻， \vec{p}_j 为动量， \vec{x}_j 为位置坐标，这里采用了自然单位制，所以 $c=1$ 和 $\hbar=1$ 已经被直接忽略。由于中微子的质量相对能量非常小，我们采用如下近似

$$E_j = \sqrt{p_j^2 + m_j^2} \simeq p_j + \frac{m_j^2}{2p_j} \approx E + \frac{m_j^2}{2E} \quad (1.16)$$

这里的 E 即是粒子的能量。由于中微子速度近似为光速，故 $t \simeq L$ ， L 就是粒子行

进的距离，故波函数变为：

$$|v_j(L)\rangle = e^{-i\left(\frac{m_j^2 L}{2E}\right)} |v_j(0)\rangle \quad (1.17)$$

不同质量本征态的中微子以不同的频率在振荡，比较而言，较重的中微子振荡的更快。由于两个本征态相互之间的混合，这种频率差异会导致每个味道本征态的相应质量本征态成分之间发生干扰，使得给定味道的中微子在传播过程发生味道转换成为可能。例如有给定 α 味道转变为观察到 β 味道的中微子的概率 $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$ 为：

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = |\langle v_\beta(L) | v_\alpha \rangle|^2 = \left| \sum_j U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i\frac{m_j^2 L}{2E}} \right|^2 \quad (1.18)$$

该方程的形式过于复杂，但是在某些特定的应用条件下可以简化，例如对于大亚湾中微子实验测量 θ_{13} [35]，在大约 1.5Km 的基线长度下， $\bar{\nu}_e$ 中微子的存活概率为：

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ee}^2 L}{4E} \right) \quad (1.19)$$

其中 $\Delta m_{ee}^2 = m_{32}^2 \pm m_{21}^2 = (m_3^2 - m_2^2) \pm (m_2^2 - m_1^2)$ 。随着前进长度的增长，概率在周期变化，其周期长度 \hat{L} 为

$$\hat{L} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{31}^2} \quad (1.20)$$

当 L 的距离远远大于周期长度 \hat{L} ，在能量分辨率和距离精度不足的情况下，公式1.19可以简化为：

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - 0.5 \sin^2 2\theta_{13} \quad (1.21)$$

如图1.8所示，在远距离上观测到的中微子振荡概率平均化了，感觉不到振荡现象的发生了。

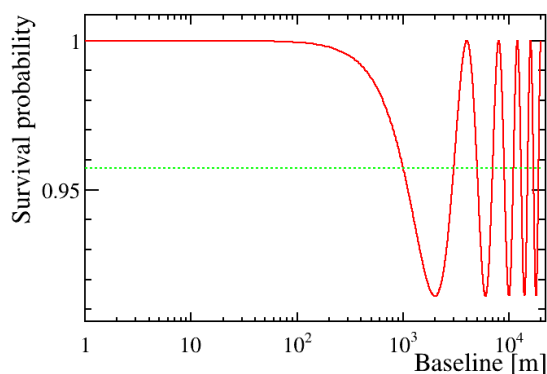


图 1.8 中微子振荡概率存活示意图。计算存活概率的公式为 (1.19)，参数值设置与文献^[35]一致，采用正向排序，中微子能量设定为 4 MeV，该图仅仅考虑了 θ_{13} 和 Δm_{ee}^2 引起的振荡效应。当基线远离源点时中微子快速振荡，此时观测到的存活概率为平均值，如图中绿色虚线所示。

1.2 惰性中微子

1989 年，欧洲 CERN 的 LEP (Large Electron-Positron collider) 实验测定了玻色子 Z^0 的质量和宽度，在标准弱电模型的约束下，轻中微子种类数为 $N_\nu = 3.27 \pm 0.30$ 。这一结果在 98% 置信区间下排除了第四代中微子的可能性^[36]。

但超出三代限制的惰性中微子仍然存在于标准模型的大多数扩展理论研究中，例如极重的惰性中微子被用于最小 I 型跷跷板模型^[37]。与 ν_e, ν_μ, ν_τ 中微子类似，惰性中微子也是一种中性轻子，普遍的理论认为惰性中微子只参与由振荡引起的相互作用，而不参与其他相互作用。本章从暗示大质量的惰性中微子的实验异常迹象讲起，然后介绍 (3+1) 模型的惰性中微子振荡理论，最后介绍近 10 年来不同在反应堆实验中寻找惰性中微子的工作。

1.2.1 惰性中微子可能存在的实验异常迹象

标准模型中只有三代中微子，而一些奇怪的实验迹象似乎暗示着其他中微子的存在。本节将介绍 LSND 和 MiniBooNE 两个实验观测到的中微子异常振荡迹象，以及镓异常和反应堆中微子异常观测到的中微子流强异常现象，这些现象都暗示着似乎存在三代之外的中微子。

1.2.1.1 LSND

上世纪在研究测量中微子振荡参数的背景下，在美国洛斯阿拉莫斯国家实验室 (Los Alamos National Laboratory) 建造了用于研究 $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 振荡的探测器 LSND。

LSND 实验中的 $\bar{\nu}_\mu$ 来自上一节提到的加速器中微子源，其加速器能够提供电

流为 1 mA，动能约为 800 MeV 的质子束流。在该质子能量下，产生的 K 介子或者更重的介子可以忽略，绝大多数的中微子都来自于 π 介子的静止衰变公式 (1.10)，由于 π^- 在衰变前已经被大量吸收掉了，所以中微子几乎只来自于 π^+ 的衰变^[38]。在 (20, 52.8) MeV 能量区间内，加速器产生的 $\bar{\nu}_e$ 仅为 $\bar{\nu}_\mu$ 产量的 1/1250，所以实验所能观测到的 $\bar{\nu}_e$ 几乎全部来自于 $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 的振荡。

LSND 探测器由一个长 8.3 m、直径 5.7 m 的近似圆柱形罐构成，到中微子源的距离大约是 30 m，探测器结构与中微子源的相对位置如图 1.9。罐内注入了 167 t 矿物油和 0.031 g/L 的 b-PBD 组成的液体闪烁体^[38]。这种液体闪烁体可以同时测量闪烁光和切伦科夫光，并且对超过 400 nm 光线的吸收长度超过了 20 m。筒壁内测安置了 1220 个 8 英寸的日本滨松光电倍增管 (PMT)，光阴极覆盖率大约为 25%，用来捕获液闪的闪烁光和切伦科夫光，以便对粒子 e^\pm 进行鉴别和重建它们的位置。例如，一个 45 MeV 的电子在探测器内能够产生大约 1500 个光电子，其中大约 280 个为切伦科夫光产生。

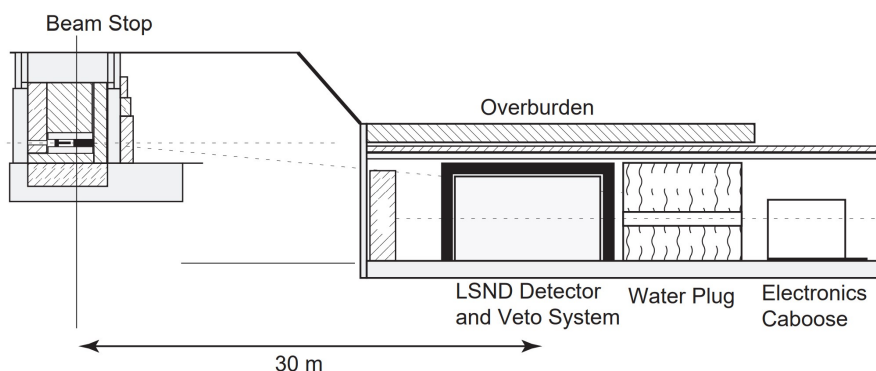


图 1.9 LSND 的实验布置示意图，图中展示了加速器和探测器的相对位置，图来自^[38]。

LSND 的探测器需要鉴别振荡产生的 $\bar{\nu}_e$ 和 μ^+ 静止衰变产生的 ν_e 。对于 $\bar{\nu}_e$ 而言，其探测用到的反应道就是公式 (1.4)，探测原理也几乎与 Reines 和 Cowan 的实验一致，所以振荡产生的 $\bar{\nu}_e$ 的信号就是一个空间和时间吻合的正电子信号和一个符合的 2.2 MeV γ 信号。探测静止衰变产生的 ν_e ，主要是通过与 ^{12}C 的带电流反应，其主要反应道为：



公式 (1.22) 中受到 ^{12}C 和最低的 ^{12}N 状态的质量差异的限制，电子的能量要小于 36 MeV。而在公式 (1.23) 中，受限于自由中子产生的阈值，只有在电子能量少于 20 MeV 发生^[38]。

LSND 采用了 $15.24 \mu\text{s}$ 的缪子反符合时间窗，这样可以有效的压低宇宙线的影响。由于背景本底与加速器的开关不相关，可以参考加速器关闭时的本底，对开启时的测量本底做出相应的本底减除。为了区分 $\bar{\nu}_e$ 信号与偶然符合本底，LSND 使用一个近似似然比 R_γ [15] 来实现它们的分离， R_γ 是使用探测器重建的 γ 的命中光电倍增管数量以及 e^+ 事件与该 γ 之间的时间和距离的分布来定义的，简单的说就是 R_γ 越小，偶然符合的本底越多，反之 R_γ 越大，则 $\bar{\nu}_e$ 的信号占比更大，如图1.10。

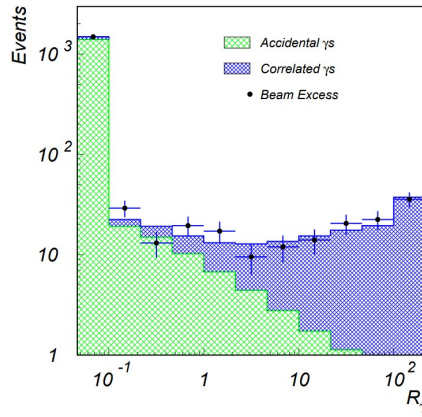


图 1.10 R_γ 分布示意图。当 $R_\gamma < 1$ 时，主要为偶然符合本底信号， $R_\gamma > 10$ 时，主要为相关信号，图来自 [15]。

LSND 经过几年的测量如图1.11所示，实际观测到了 $\bar{\nu}_e + p = e^+ + n$ 反应的数量为 87.9 ± 23.20 。比较加速器产生的 $\bar{\nu}_\mu$ 中微子，对应的振荡概率为 $(0.264 \pm 0.067 \pm 0.045) \%$ [15]。结合其它的已知的中微子振荡限制，LSND 发现该振荡发生在 $(0.2, 10) \text{ eV}^2$ 的 Δm_{LSND}^2 质量范围内（如图1.12），表明这种中微子的质量需要大于 0.4 eV 。参考标准模型下的 Δm_{21}^2 和 Δm_{32}^2 的数值见公式（1.14），它们的量级在 10^{-5} 和 10^{-3} eV^2 ，这与 LSND 实验测量之间有着十分明显的差异：

$$\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2 \ll \Delta m_{\text{LSND}}^2 \quad (1.24)$$

到这里需要解释中微子振荡现象就不只需要三个质量本征态 (ν_1, ν_2, ν_3) ，至少需要 4 个能量本征态来提供三个独立的质量平方差，所以也就需要一个独立于目前标准模型之外的 eV 量级的新型中微子。

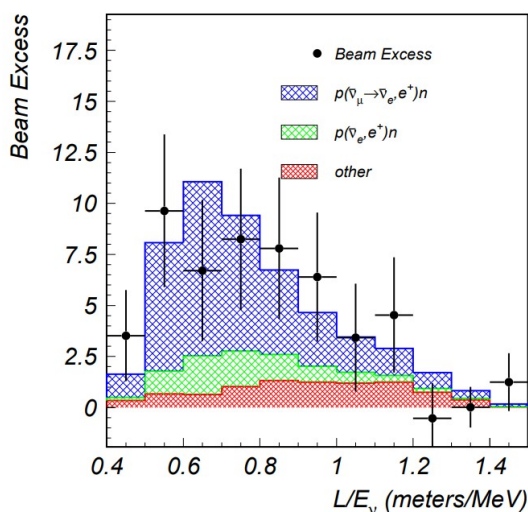


图 1.11 LSND 实验数据随着 L_ν/E_ν 的分布图。图中数据选择为 $R_\nu > 10$ ，其能量区间为 $(20, 60)$ MeV。其中 L_ν 是以米为单位的中微子行进的距离， E_ν 是以 MeV 为单位的中微子能量。分析显示数据与中微子背景加上中微子振荡的低 Δm^2 预期吻合，也与高 Δm^2 预期吻合。图来自 [15]。

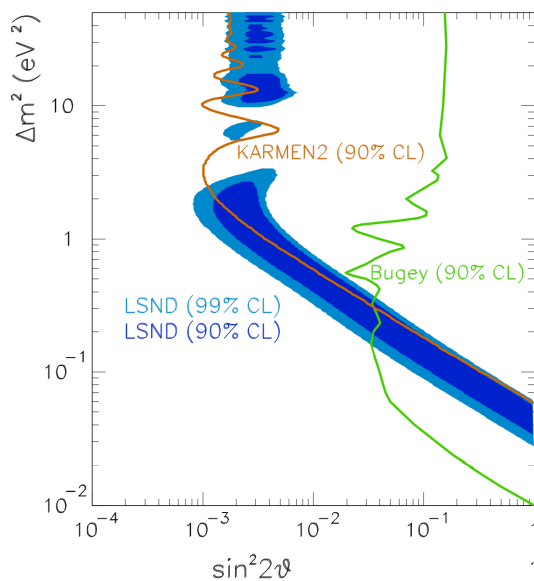


图 1.12 整体 LSND 数据样本 ($20 < E_e < 200$ MeV) 分析的振荡参数 ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$) 的存在空间。内部和外部区域对应 90% 和 99% CL 允许区域，可以发现 Δm^2 分成了高低两个部分，两条曲线是 Bugey 反应堆实验和 KARMEN 的 90% CL [39] 排除线，曲线右侧为排除区域。图来自 [15]。

1.2.1.2 MiniBooNE

LSND 的实验结果突破了标准模型的限制暗示惰性中微子存在，之后美国的费米实验室 (Fermilab) 开启了一个独立的实验 MiniBooNE (图1.13) 来验证 LSND

的结果。中微子源由来自费米实验室 8 GeV 动能的质子加速器提供，这些质子

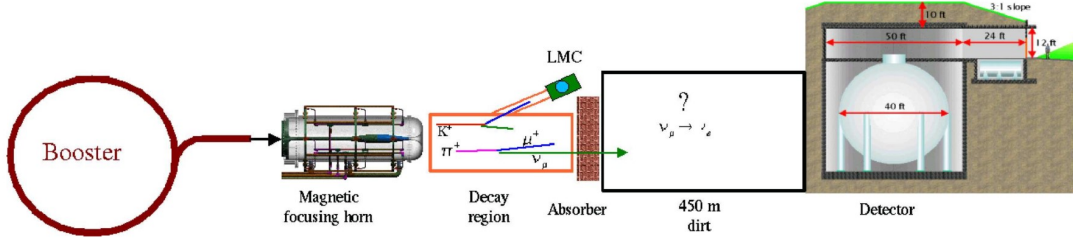


图 1.13 MiniBooNE 实验的示意图，展示了加速器产生中微子过程以及探测器的基本结构，图来自^[40]。

与位于磁聚焦设备上游端的 71 cm 长的铍 (Be) 靶中相互作用来产生中微子^[40]。为了看到较大 Δm^2 的振荡效应，与 LSND 实验类似，选择实验探测器的位置满足 $L[\text{m}]/E[\text{MeV}] \sim 1.0$ 。得益于可变的磁聚焦设备，MiniBooNE 不仅可以分析 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 的振荡模式，还能分析与 LSND 一致的 $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 的振荡模式^[41]。磁聚焦设备可以聚焦或者散焦质子束打靶产生的 π^\pm 或者 K^\pm ，然后在 50 m 长的管道中衰变产生中微子，例如它可以聚焦 π^+ 和 K^+ 产生中微子束流，或者聚焦 π^- 和 K^- 从而产生反中微子束， π^\pm 的衰变道参考公式 (1.9)，而 K^+ 的可以直接产生中微子的衰变过程为：

$$\begin{aligned}
 K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (\text{BR}=63.55\%) \\
 K^+ &\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e \quad (\text{BR}=5.07\%) \\
 K^+ &\rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu \quad (\text{BR}=3.35\%)
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

K^- 的衰变反应转换一下电荷数就可以得到。公式 (1.25) 反应的分支比 (BR) 之和小于 1.0，是因为还有其他不直接产生中微子的衰变道。在加速器产生中微子的模式中， ν_μ ， $\bar{\nu}_\mu$ ， ν_e 和 $\bar{\nu}_e$ 的占比分别为 93.5%，5.9%，0.5% 和 0.1%。而在产生反中微子的模式中，占比分别为 15.7%，83.7%，0.2% 和 0.4%^[42]。

MiniBooNE 探测器由一个直径为 12.2 m 的球形罐组成，里面装有大约 818 吨矿物油。探测器共有 1280 个 8 英寸探测器光电管 (覆盖 10% 的表面积) 和 240 个反符合光电管 (veto PMT)，与 LSND 的探测器类似，MiniBooNE 的探测器也可以同时观测到液闪闪烁光和切伦科夫光。其中微子的探测原理是带电流准弹性散射事件 (charged current quasi-elastic events, CCQE)。利用 PMT 收集的电荷量和时间，重建出 CCQE 过程出射的电子或者缪子的角度和能量，从而得到中微子的能量 E_ν^{QE} ^[40]。

MiniBooNE 的数据选择的主要工作就是要区分 ν_e 和 ν_μ 导致的 CCQE。从 2002 年到 2019 年，MiniBooNE 实验测量到的电子型的 CCQE 事件为 638.0 ± 52.1 (Stat.) ± 122.2 (Syst)，事例随着能量的分布如图 1.14 所示。若仅考虑统计误差，

CCEQ 超出的显著性为 12.2σ ，受到系统误差的限制，超出的显著性为 4.8σ ^[42]。在振荡分析中，中微子和反中微子模式下联合分析的质量平方差的最佳拟合值为 $\Delta m^2_{\text{MiniBooNE}} = 0.043 \text{eV}^2$ ，其中拟合优度为 13%，同时排除了仅仅是由本底造成的可能性 (0.01%)，其振荡参数的允许空间，以及与 LSND 和其他实验的比较见图 1.15。

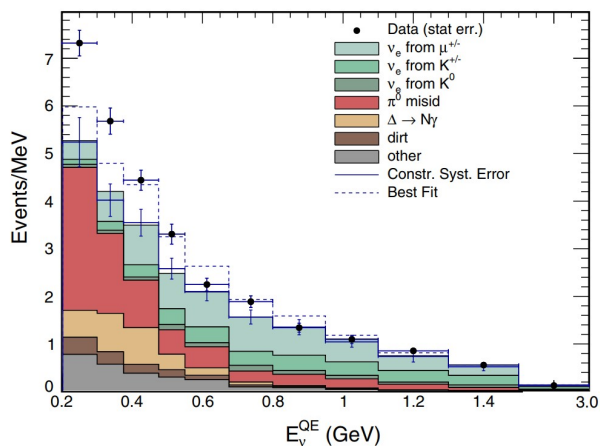


图 1.14 MiniBooNE 的 CCQE 事件随能量的分布图，此时加速器模式为中微子产生模型。CCEQ 的数据点只包含统计误差，不同颜色的直方图代表本底，蓝色虚线为最佳拟合线。

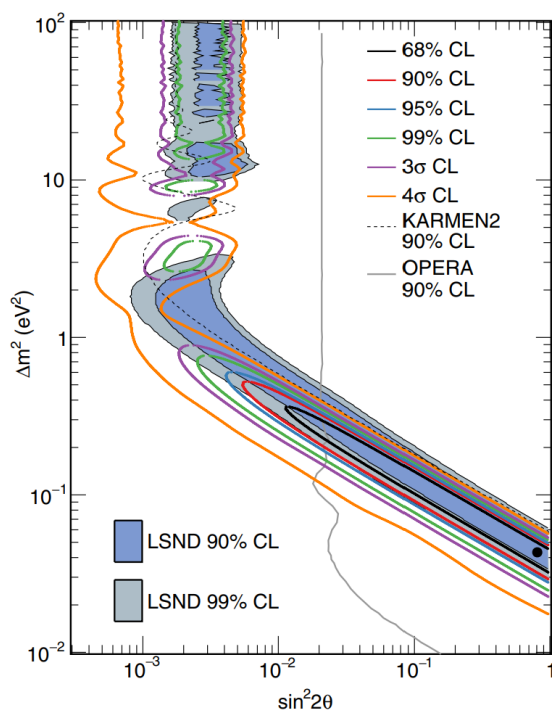


图 1.15 MiniBooNE 实验振荡分析得出的对振荡参数的允许区间分布，此时反应堆模式为中微子和反中微子模型，黑点为最佳拟合值 $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (0.807, 0.043 \text{eV}^2)$ 。阴影区间为 LSND 实验的振荡参与允许区域^[15]，以及 KARMEN^[39]和 OPERA^[43]实验的排除曲线，曲线右侧为排除区域。

比较 MiniBooNE 对 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 的振荡分析与 LSND 实验的 $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 的

振荡分析，可以得到：

$$\Delta m_{\text{MiniBooNE}}^2 < \Delta m_{\text{LSND}}^2 \quad (1.26)$$

由于实验误差的影响，MiniBooNE 的振荡结果并没有排除 LSND 的观测^[42]，惰性中微子存在的可能变得更加扑朔迷离。

1.2.1.3 镓异常

GALLEX^[44]和 SAGE^[45]在对太阳中微子探测器进行测试时，进行了所谓的“镓放射源实验”，其方法为探测器内部放置人工 ^{51}Cr 和 ^{37}Ar 放射源，这两个放射源通过吸收电子会衰变为 ^{51}V 和 ^{37}Cl ，并且释放出微子，反应方程为：



上述反应释放的中微子用与检测太阳中微子相同的方式进行探测^[46]，中微子与镓 (^{71}Ga) 生成锗 (^{71}Ge) 的反应方式为：



^{51}Cr 和 ^{37}Ar 放射源释放的中微子能量已经远远的高于该反应的阈值（阈值为 $E_{\nu_e}^{\text{th}}=0.233\text{ MeV}$ ）。理论上可以对放射源 ^{51}Cr 和 ^{37}Ar 衰变反应已经相当了解，但是 GALLEX 和 SAGE 实验测量与预测产生的 ^{71}Ge 的比值 R^{Ga} 却出现了异常，它的数值为

$$R^{\text{Ga}} = 0.86 \pm 0.05 \quad (1.30)$$

在计算该比值时使用的反应截面为 Bahcall 的计算值^[47]。比较数据可发现， R^{Ga} 比预测值低了 2.8 倍的标准偏差，这就是所谓的“镓异常”。

镓异常的一个理论解释就是放射源和探测器之间的短基线上的振荡现象导致了部分中微子的消失^[48]。放射源安置在探测器的内部，经过振荡分析可知，只有 Δm^2 值比较大时，才能在如此短的基线上出现明显的振荡现象。根据镓异常的实验现象，在使用中微子振荡理论进行分析下，确认在 99% 的置信区间下，中微子振荡的振幅 $\sin^2 2\theta > 0.07$ 和质量平方差 $\Delta m_{\text{Ga}}^2 > 0.35\text{ eV}^2$ ，该 Δm_{Ga}^2 明显超出了已知的标准模型的三代中微子的限制。

1.2.1.4 反应堆中微子异常

与镓异常的现象类似，实验发现反应堆释放的中微子在与模型预测比较时，实际测量流强仅有模型预测的 95% 左右，该现象称之为反应堆中微子异常（reactor

antineutrino anomaly, RAA)。在利用中微子振荡理论分析反应堆中微子异常现象时，它所要求的质量平方差要 $\Delta m_{\text{RAA}}^2 > 1 \text{ eV}^2$ ，这也明显超出了已知的三代中微子的限制。具体反应堆中微子异常的问题，将在第1.3.2.1节反应堆中微子流强异常中详细介绍。

1.2.2 (3+1) 代中微子振荡模型

正如我们在前一节中所看到的，LSND 和 MiniBooNE 的实验结果，以及镓异常和反应堆中微子异常均无法在标准的三味框架内解释，当中微子振荡解释时，似乎至少需要一个额外的质量为 eV 量级的中微子，而这种中微子被认为除参与振荡外不参与任何相互作用，因此被称为“惰性”中微子 (sterile neutrino)。三代中微子振荡中加入一个新的味道本征态 ν_s 和质量本征态 ν_4 就可以解决这些异常迹象，对原来的 PMNS 矩阵 (1.13) 进行扩展，新矩阵的形式为：

$$U = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} & U_{\mu4} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} & U_{\tau4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

为中微子振荡引入惰性中微子 ν_s 后，由标准三代中微子振荡变为 (3+1) 中微子的混合，其中三个活跃的中微子 ν_e , ν_μ 和 ν_τ 仍然主要由三个质量轻的中微子 ν_1 , ν_2 和 ν_3 组成，质量分 m_1 , m_2 , m_3 。惰性中微子主要由质量为 m_4 的重中微子 ν_4 组成，根据前面分析 ν_4 与 Δm_{LSND}^2 , $\Delta m_{\text{MiniBooNE}}^2$, Δm_{Ga}^2 和 Δm_{RAA}^2 的质量量级一致，因此：

$$\begin{aligned} m_1 < m_2 \ll m_3 \ll m_4 &\Rightarrow m_4 \simeq \sqrt{\Delta m_{41}^2} \text{ 质量正序} \\ m_3 \ll m_1 < m_2 \ll m_4 &\Rightarrow m_4 \simeq \sqrt{\Delta m_{41}^2} \text{ 质量反序} \end{aligned} \quad (1.32)$$

。

对于长基线中微子实验而言，例如太阳中微子和大气中微子实验，根据公式 (1.17) 的分析，中微子质量越大，振荡频率越快的原理，惰性中微子能够在短距离内达到振荡平衡，使得我们观察大气中微子和太阳中微子都观察不到的它们的存在，但如果使用非常灵敏的探测器，这种振荡现象迟早也会被揭示。

利用 (3+1) 中微子振荡模式，在短基线的中微子振荡实验中（例如 LSND 的基线为 30 米），中微子的味道转换概率或者存活概率为：

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sin^2 2\theta_{\alpha\beta} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \quad (\alpha \neq \beta \text{ 转换概率}) \quad (1.33)$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = 1 - \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \quad (\text{存活概率}) \quad (1.34)$$

其中 α, β 可分别为 e, μ, τ, s , 并且振荡幅度为:

$$\sin^2 2\theta_{\alpha\beta} = 4|U_{\alpha 4}|^2 |U_{\beta 4}|^2 \quad (1.35)$$

$$\sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} = 4|U_{\alpha 4}|^2 (1 - |U_{\alpha 4}|^2) \quad (1.36)$$

(3+1) 中微子振荡模型的意义不仅仅是可以解释 LSND 和 MiniBooNE 的反常的实验结果, 还可以解释镓异常和反应堆中微子异常迹象, 并且该振荡模型可能兼容标准宇宙学 Λ CDM (Λ -Could Dark Matter) 分析的宇宙微波背景和大尺度结构数据的结果^{[49][50]}。在 (3+1) 振荡模式中有三个中微子的质量远小于 1 eV, 而一个中微子的质量在 1 eV 附近, 因此很有可能在宇宙大爆炸初期, 惰性中微子就被产生了^{[50][51]}, 由于它不参与除振荡之外的任何作用, 所以就被人们一直忽视。

1.2.3 惰性中微子的寻找实验

由于惰性中微子的存在可能带来巨大的理论突破性, 所以专门设计来寻找惰性中微子的实验也就紧锣密鼓的展开了。本节我们介绍比较有代表性 4 个在超短基线反应堆中微子实验中寻找惰性中微子的例子, 分别为 NEOS (Neutrino Experiment for Oscillation at Short Baseline)^[52], PROSPECT (Precision Reactor Oscillation and Spectrum Experiment)^[53], STEREO (Short Baseline Reactor Antineutrino)^[54] 和 Neutrino-4^[55]。这几个实验是近期寻找惰性中微子的热门实验, 它们关注的惰性中微子的质量平方差 Δm_{41}^2 均在 $\sim \text{eV}^2$ 量级上。

反应堆中微子源能够提供大量的能量在 $< 10 \text{ MeV}$ 的反电子型中微子, 并且产生的过程不需要与加速器实验一样设置较长的衰变隧道, 所以在寻找惰性中微子振荡问题上, 探测器的基线可以设置在 $\sim 10 \text{ m}$ 的量级上, 表1.1列出了四个实验的反应堆功率和基线设置。根据短基线惰性中微子的振荡公式 (1.34), 对四个实验而言, 反电子型中微子的存活概率 $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}$ 为:

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \sin^2(2\theta_{14}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \quad (1.37)$$

其中 L 和 E 分别就是基线长度和中微子的能量, θ_{14} 和 Δm_{41}^2 为混合角和 m_4 和 m_1 的质量平方差, 也就是测量是否存在惰性中微子的关键参数。注意由于反应堆实验测量的振荡模式 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ 与 LSND 和 MiniBooNE 的并不相同, 因此反应堆实验与 LSND, MiniBooNE 测量的混合角实际上是不一样的, 不过惰性中微子问题的关键为是否存在较大质量的中微子 ν_4 (m_4), 在该问题上这些实验的目标是一致的。

表 1.1 NEOS, PROSPECT, STEREO 和 Neutrino-4 实验的反应堆功率和基线长度。NEOS 所用反应堆为核电站的商业堆，因此热功率较大，其他反应堆均为实验研究用堆，所以功率较小。

实验名称	反应堆热功率	基线长度
NEOS ^[52]	2.8 GW	24 m
PROSPECT ^[53]	85 MW	7 – 12 m
STEREO ^[54]	58.3 MW	9.4 – 11.2 m
Neutrino-4 ^[55]	100 MW	6 – 12 m

1.2.3.1 NEOS

NEOS 的探测器和反应堆的相对位置如图 1.16 所示。NEOS 的探测器放置在韩国永光汉比特核电站（Hanbit Nuclear Power Complex, Yeonggwang, Korea）的地下 10 m 的甬道内，探测器到反应堆的距离约为 24 m，距离旁边反应堆的距离为 256 m。NEOS 探测器包含中微子靶，缓冲油层，被动屏蔽层， μ 计数器和支撑结构。缓冲层和中微子靶由 6 cm 厚的透明的透明聚甲基丙烯酸甲酯隔开。

NEOS 探测器中的中微子靶为 1008 L 的掺入 Gd 质量分数为 0.5% 的液体闪烁体。探测器的两端为安置在缓冲油层中的紧密排列的 19 个 8 英寸的光电倍增管。在罐体的内表面和沿着光电倍增管赤道平面还有 5 mm 厚度的聚四氟乙烯反射层。整个罐体被 10 cm 厚的硼酸化聚乙烯和铅层构成的被动屏蔽层包围，用来屏蔽外界的中子和伽马射线。由 5 cm 厚的塑料闪烁体制成的缪子计数器围绕着探测器的外部。

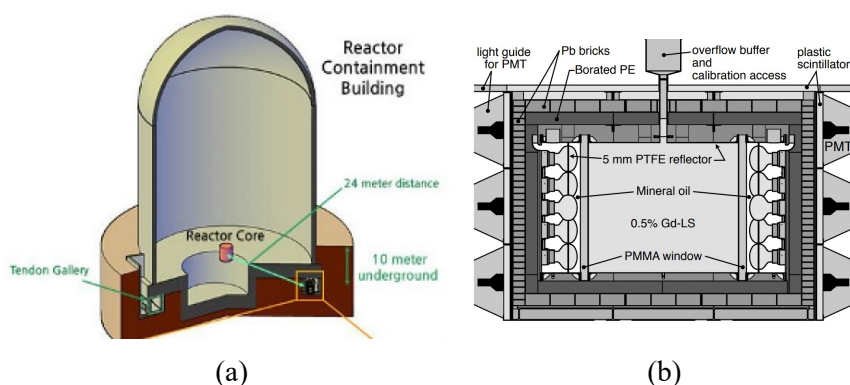


图 1.16 左图为 NEOS 实验示意图，图中展示了反应堆核心和探测器的布局。右图为探测器剖面图，展示了探测器内部的结构，图来自^[52]。

NEOS 的探测中微子方式为经典的反贝塔衰变反应 ($\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$)，产生信号为正电子湮灭信号和中子的俘获的符合信号。由于掺入了 Gd 元素，大大降低了

中子的俘获时间^[52]，并且符合信号能量也上涨到了 8 MeV，能够避开绝大多数本底的干扰。除了用符合信号选择事例外，缪子计数器可以排除宇宙射线带来的本底，并且利用脉冲波形鉴别的方法可以有效的去除快中子信号的干扰。

最终 NEOS 在实验周期内观测到的 (1, 10) MeV 中微子数量为 $1976.7 \pm 3.4/\text{天}$ ^[52] (反应堆开启时)，其测量能谱为图1.17。将实验获得的中微子谱型与有无惰性中微子的模型进行比较，没有发现支持 (3+1) 中微子振荡模式的有力证据，当置信度为 90% 时，在 Δm_{41}^2 从 0.2 到 2.3 eV^2 的范围内，混合角 $\sin^2 2\theta_{14}$ 的限制为小于 0.1^[52]。

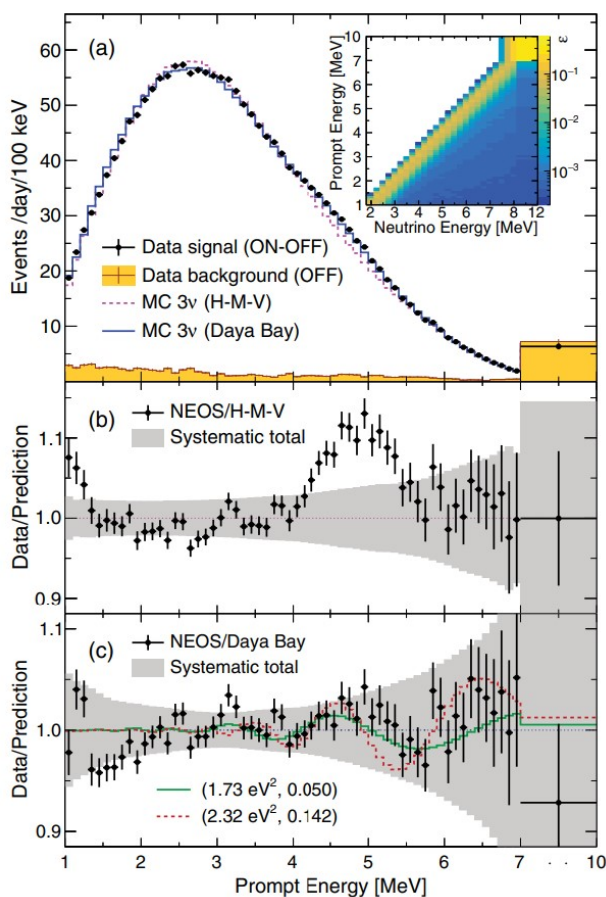


图 1.17 NEOS 测量中微子能谱 (顶图)，与 Huber-Mueller 模型比较 (中间图)，与大亚湾测量能谱^[56]比较 (底图)，最底层图中的绿线和红色虚线展示了不同赋值 (Δm_{41}^2 , $\sin^2 2\theta_{14}$) 的振荡，受限于实验误差并不能排除无振荡的情况存在，图来自^[52]。

1.2.3.2 PROSPECT

PROSPECT 位于橡树岭国家实验室，其中微子来自于高通量的同位素反应堆 (High Flux Isotope Reactor)，其反应堆的半径为 0.435 m，高 0.508 m 的圆柱形，运行的热功率为 85 MW，每 24 天更新一次原料^[57]。反应堆为实验堆，与 NEOS 实验不同，PROSPECT 观察到的中微子几乎都来自于 ^{235}U 的裂变。

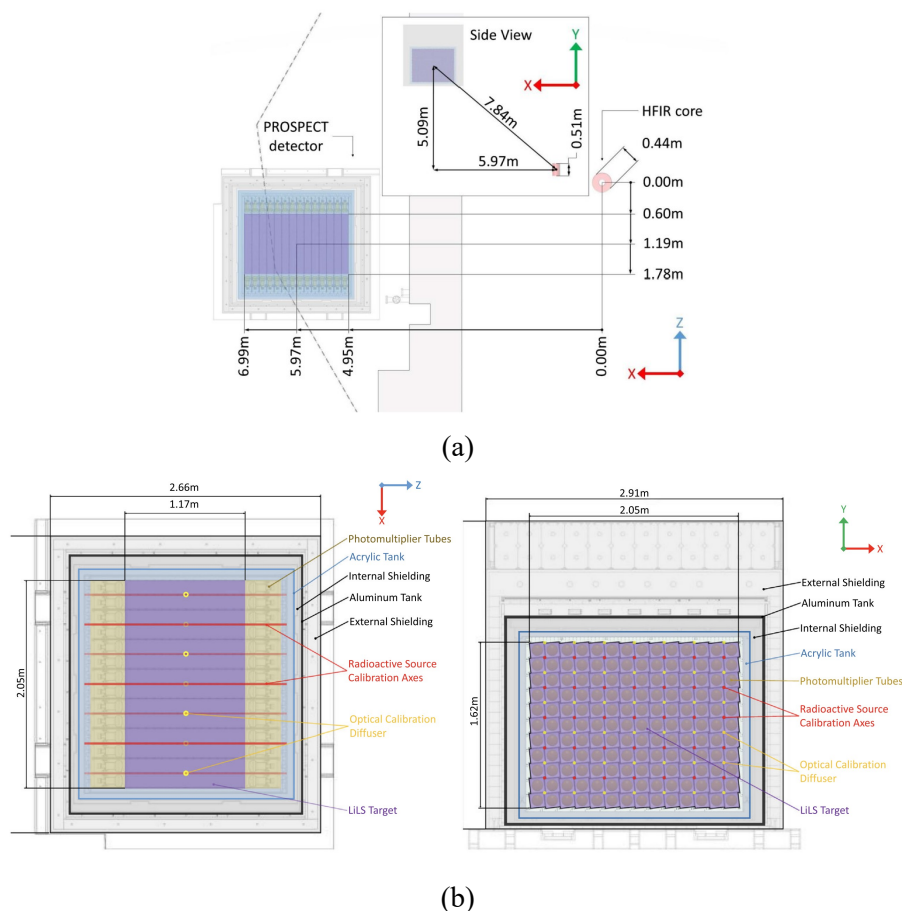


图 1.18 (a) PROSPECT 实验的俯视图和侧视图。(b) PROSPECT 实验探测器的俯视图 (b-左) 和侧视图 (b-右), 图来自 [58]。

反应堆和探测器的相对位置和探测器的剖面图如图1.18所示，PROSPECT 实验采用了新型的单独分段式的探测器设计。探测器是一个 $2.0\text{ m} \times 1.6\text{ m} \times 1.2\text{ m}$ 的长方体探测器，其中填满了掺入 ${}^6\text{Li}$ 的液体闪烁体，其质量分数 0.1%。镜面反射板将液体闪烁体分割成了 154 个光学隔离矩形段，构成了 11×14 的探测矩阵。每个部分的液体闪烁体由两个 5 英寸光电倍增管观察，这些光电倍增管安装在填充有矿物油的丙烯酸盒中。探测器结构和液体闪烁体在一个矩形丙烯酸容器中，并用流动的氮气保护，最后将容器放置于一个不透光的铝罐内。

PROSPECT 的中微子信号同样来自于反贝塔衰变 ($\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$)，与 NEOS 实验的 Gd 中子俘获不同，PROSPECT 实验中的中子在末期是被 ${}^6\text{Li}$ 核俘获，因此 PROSPECT 的中微子信号为一个正电子湮灭的快信号和一个 $n\text{Li}$ 俘获的符合信号。在 PROSPECT 中，选择 $n\text{Li}$ 俘获的符合信号时间窗为 $(1, 120)\ \mu\text{s}$ ，考虑符合时间窗的长度，实验在筛选信号时还考虑了位置信息。PROSPECT 测量的主要背景是来自宇宙射线造成的中子时间相关信号，以及环境伽马射线和 $n\text{Li}$ 捕获的偶然巧合。通过研究反应堆关闭时的本底信息，可以有效的去除它们的影响 [58]。

PROSPECT 观测到的中微子能谱如图1.19所示，通过与不存在惰性中微子振荡模式比较，并没有发现明显的振荡现象。PROSPECT 采用了一种模型不相关的分析方式^[58]，通过分析不同基线上中微子能谱的差异来研究振荡参数 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm_{41}^2)，这种分析方法的优势是可以忽略输入模型带来的偏差。其实验数据的最佳拟合值为 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm^2) = (0.11, 1.78eV^2)，但这个结果并不能排除无惰性中微子振荡的情况。

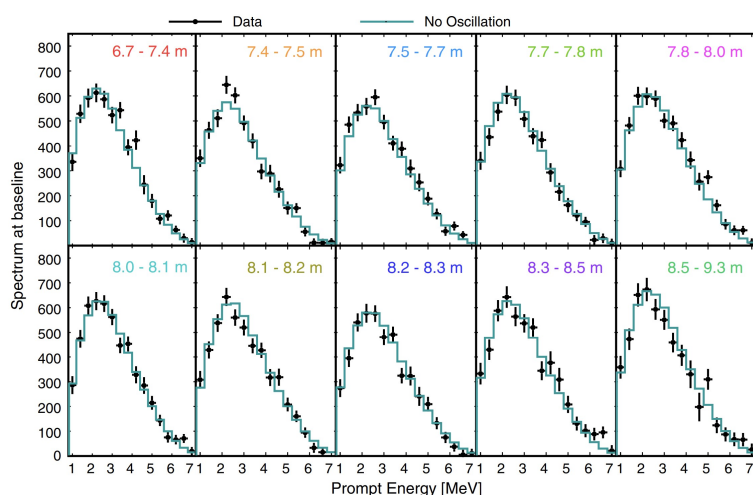


图 1.19 PROSPECT 实验在探测器不同基线设置下测量到的中微子能谱与不存在惰性中微子振荡能谱的比较。不同基线的设置来自探测器内部不同光学矩形框与反应堆的相对位置。不同基线上观测到的中微子能谱符合无惰性中微子振荡的预期，图来自^[58]。

1.2.3.3 STEREO

STEREO 实验位于法国格勒诺布尔的 ILL (Institute Laue-Langevin) 研究中心，实验如图1.20所示。STEREO 的中微子源与 PROSPECT 实验一样都来自研究型反应堆，几乎全部中微子都来自与 ^{235}U 的裂变，反应堆的运行周期为每 45 天更新一次原料^[59]。反应堆的外形为一个内外直径 26 cm 和 41 cm，高 81 cm 的空心圆柱体^[60]。STEREO 探测器被放置在 C 层的通道内，并且该通道内充满了轻水减少了宇宙射线的影响。探测器中心与反应堆中心的直线距离约为 10 m。

STEREO 实验的探测的中微子靶由被分割成六块的掺 Gd 元素的液体闪烁体组成，每块液体闪烁体被称之为靶 (Target, TG)，这样就允许探测器在 9.4 m 到 11.2 m 的基线上对反应堆释放出的中微子进行测量。每个 TG 的尺寸为长 892 mm，宽 369 mm，高 918 mm 的长方体^[54]。六个 TG 之间由 12 mm 厚的丙烯酸水族箱界定隔离，它们一同被封闭在一个更大容器内，在 TG 的周围设置了 γ 收集器 (gamma collector, GC)。在 TG 和 GC 的顶部放置了 48 个 8 英寸的光电倍增管，其浸在矿物油中，与液体闪烁体之间由 20 cm 的丙烯酸树脂块隔开。

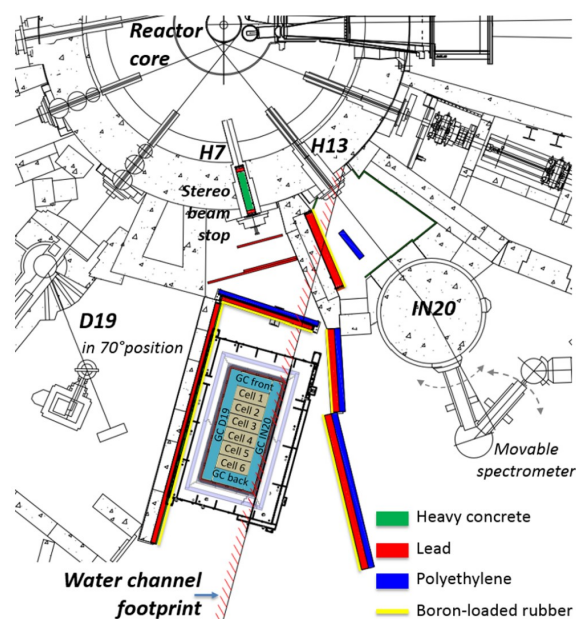


图 1.20 STEREO 实验俯视图，图中给出了探测器与反应堆的相对位置，并展示了探测器的基本结构。探测器内部的元件 (Cell) 到反应堆中心的直线距离都不相同，造成了不同的观测基线长度，图来自^[60]。

STEREO 仍然用反贝塔衰变 ($\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$) 的方式来捕获中微子。与 NESO 类似，由于液闪中掺入了 Gd 元素，中子的俘获信号由 $n\text{Gd}$ 产生，所以 STEREO 观测的中微子事例信号为正电子的湮灭信号和 $n\text{Gd}$ 俘获的符合信号。STEREO 的主要本底为偶然符合信号和类似中微子信号的关联本底，处理方式仍然是研究反应堆关机时的信息和信号的波形鉴别，这些方式可以有效的压低本底影响^[60]。STEREO 测量到的中微子谱型如 1.21 所示，与无振荡模型比较来看，没有发现强烈的支持惰性中微子证据存在。在振荡分析方法上，STEREO 采用的方式与 PROSPECT 类似，分析六个探测器多基线测量能谱之间的差异来分析振荡参数，其最佳拟合的结果为 $(\sin^2 2\theta_{14}, \Delta m_{41}^2) = (0.63, 8.95\text{eV}^2)$ ，拟合优度为 9%，并不能排除无振荡惰性中微子的存在，无振荡的拟合优度为 7%^[60]。

1.2.3.4 Neutrino-4

Neutrino-4 实验 (图 1.22) 位于俄罗斯，其中微子源来自实验堆 SM-3，其中微子也几乎全部来自于 ^{235}U 的裂变。由于 SM-3 的升级改造工作，在探测器放置处的中子和伽马射线本底被大大的压低，非常适合来做中微子研究工作^[61]。SM-3 反应堆功率为 100 MW，它是一个紧凑的反应堆，尺寸为 $35\text{ cm} \times 42\text{ cm} \times 42\text{ cm}$ ，探测器可以距离反应堆的足够的短，Neutrino-4 探测器的与反应堆的最近距离仅为 6 m^[61]，拥有了这几个实验中最短的基线。

Neutrino-4 的探测器如图 1.23 所示，中微子靶为掺入质量分数为 0.1% 的 Gd 元

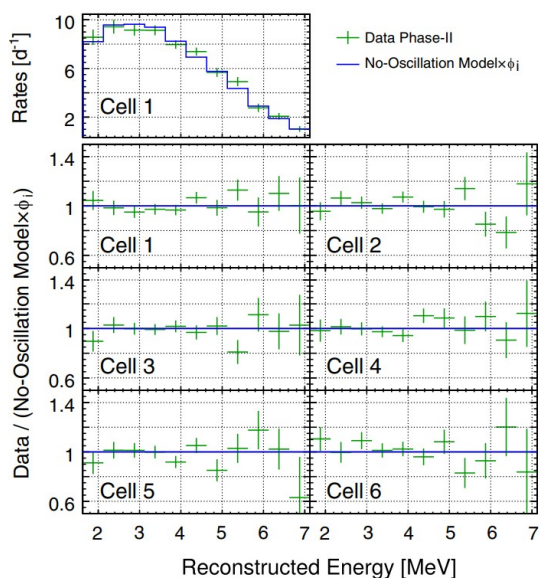


图 1.21 STEREO 实验六个中微子靶 TG 多基线测量中微子事例谱，并且与无惰性中微子振荡的比较，数据与无惰性中微子振荡的预期基本吻合，图来自^[60]。

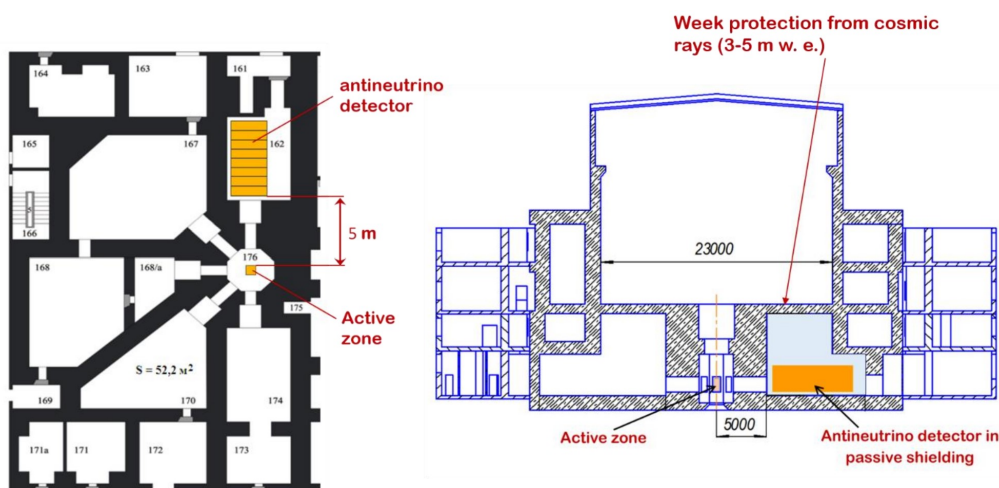


图 1.22 Neutrino-4 实验示意图，左为俯视图，右为侧视图，详细展示了反应堆的内部结构，以及反应堆与探测器之间的相对位置。Neutrino-4 的探测器仍为模块设计，造成了对反应堆的多基线观测，图来自^[61]。

素的液体闪烁体，总体积为 1.8 m^3 ，整个液闪被分成了 5×10 部分，每部分的尺寸为 $(0.225 \times 0.225 \times 0.85) \text{ m}^3$ ，但每部分只填充到 70 cm 处^[55]。探测器的屏蔽层分为主动屏蔽层和被动屏蔽层，其布置位置在图1.23可见，同时第一排和最后一排探测器也被用于屏蔽保护层，所以有效的靶体积为 1.43 m^3 。

Neutrino-4 寻找中微子的方式仍然是反贝塔衰变 ($\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$)，中微子信号为正电子湮灭的信号和 $n\text{Gd}$ 俘获的符合信号。由于整个实验其实是在地表进行，来自宇宙射线的快中子为本实验的主要本底。通过研究反应堆开关时的符合信息结合蒙特卡罗 (MC) 模拟，Neutrino-4 实验认为反应堆激活时快中子信号的比例

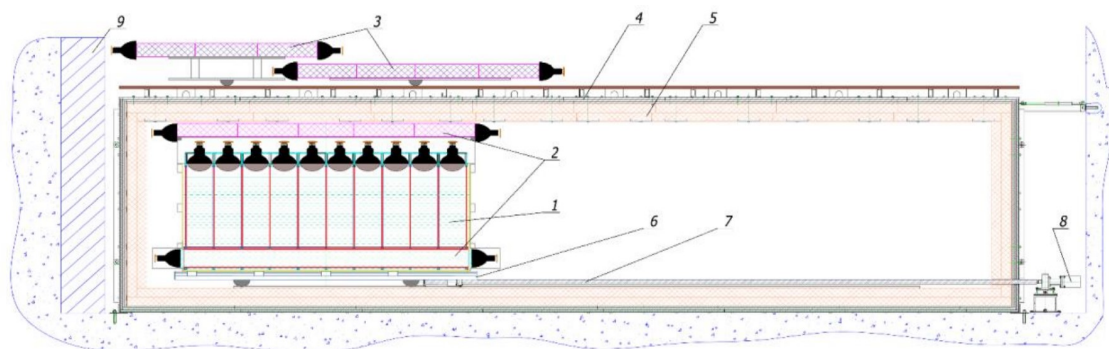


图 1.23 Neutrino-4 探测器示意图。1 - 反应堆反中微子探测器, 2 - 内部主动屏蔽, 3 - 外部主动屏蔽 (伞形), 4 - 钢和铅被动屏蔽, 5 - 硼酸化聚乙烯被动屏蔽, 6 - 可移动平台, 7 - 进给螺杆, 8 - 阶梯电机, 9 - 屏蔽来自铁的快中子, 图来自^[61]。

不超过中微子效应的 3%^[55]。

Neutrino-4 探测器多基线探测器测得的总体能谱如图1.24所示。将探测器(8×5)部分划分为 24 个基线位置, 进行振荡分析后 Neutrino-4 找到的惰性中微子振荡参数点 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm_{41}^2) = (0.44, 7.34eV²) 如图1.25(a)所示, 与 NEOS, PROSPECT 和 STEREO 实验不同, 该结果与无惰性中微子振荡的预期之间具有超过 3 倍标准偏差的显著性^[55]。通过比较电子中微子存活概率曲线 (参考公式 (1.37)), 更能清晰的观察到 Neutrino-4 的振荡模式, 以及它对惰性中微子存在强烈的支持。

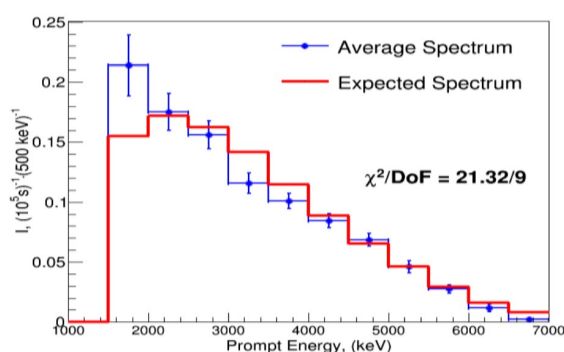


图 1.24 Neutrino-4 整体探测器测量到的中微子能谱与无惰性中微子振荡的期望能谱分布。测量能谱与无振荡期望谱在部分能量区间上出现了明显的差异^[61]。

1.2.3.5 四个实验的测量结果小结

NEOS, PROSPECT, STEREO 和 Neutrino-4 四个实验在反应堆附近的超短基线上进行寻找惰性中微子的研究。除 NEOS 实验的反应堆为商业反应堆外, 其余三个实验均为高丰度 ²³⁵U 的实验用堆。四个实验均为液体闪烁体探测器, 均使用反贝塔衰变过程来探寻中微子。

除 Neutrino-4 实验外, 其余三个实验都未能找到支持惰性中微子存在的证据。

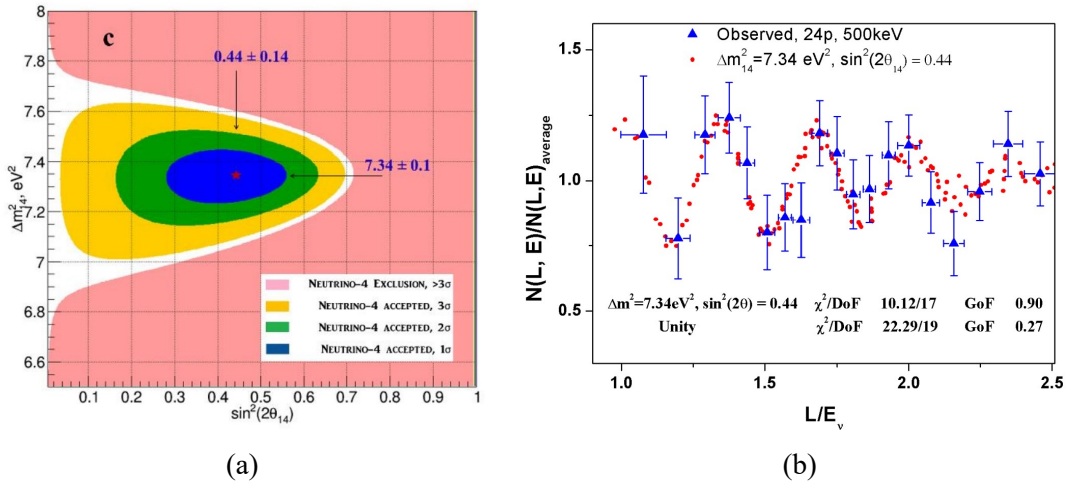


图 1.25 (a) Neutrino-4 的惰性中微子参数 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm_{41}^2) 存在空间, 其最佳拟合与 0 具有超过 3 倍标准偏差的显著性。(b) Neutrino-4 实验观测结果与最佳拟合在 L/E 上的比较。采用 24 个位置点, 最佳拟合优度 (GoF) 90% 和无惰性中微子的 27% 都在图中标识, 图来自 [61]。

Neutrino-4 的最佳拟合值 $\sin^2 2\theta_{14}$ 为 0.44, 参考公式 (2.1) 这意味着当惰性中微子达到振荡平衡后, 反应堆中微子将有 22% 的损失, 这应当在反应堆中微子的流强测量中是一个非常明显的信号。

1.3 反应堆中微子模型与反应堆中微子实验异常

除 NEOS, PROSPECT, STEREO 和 Neutrino-4 专门设计来研究惰性中微子的实验外, 近期典型的中微子实验还包括大亚湾实验 [12], RENO [13] 和 Double Chooz [14] 等, 以上三个实验原本是为测量三代中微子振荡参数中的 θ_{13} 而设计的, 但它们精细的反应堆中微子流强和能谱测量, 使得它们的数据对于分析惰性中微子仍有重要的意义。比较 NEOS 等实验的基线, 大亚湾等实验的近点探测器基线长度在 10^2 m 量级, 受惰性中微子质量平方差 ($\sim 1\text{eV}^2$) 快速振荡的影响, 这些实验已经无法观测到 L/E 上的振荡现象, 取而代之的为不同中微子能量区间上流强的等量降低。若仅考虑 (3+1) 模型中惰性中微子部分的振荡效应, 反应堆中微子的存活概率 $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}$ 为:

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - 0.5 \times \sin^2(2\theta_{14}) \quad (1.38)$$

自从在 Cowan 和 Reines 在反应堆实验中发现中微子以来, 已经多次计算了反应堆中裂变同位素所产生的中微子 [62]。2011 年, Huber 和 Mueller 精确计算了反应堆所释放的反应堆中微子 (HM 模型), 但是在比较测量与预期的反应堆中微子通量时, 发现 HM 模型的预测比实际测量高出了 5% 左右, 该迹象称之为反应堆中

微子异常，该流强异常支持了 eV 量级惰性中微子存在。但是，惰性中微子假设并不是反应堆中微子流强异常的唯一解，核物理中众多复杂的裂变分支贝塔能谱的计算，可能使得 HM 模型自身就带有计算上的偏差。除反应堆中微子流强异常外，反应堆中微子测量能谱与 HM 模型的预测也不相符合，这也是大亚湾等反应堆中微子实验中最近发现的普遍存在问题。在 HM 模型之后，最近几年新发展起来两个代表模型，累加模型（Summation method 或者 SM2018）^[63] 和 Kurchatov Institute (KI) 模型^[64]，它们更新了 HM 模型的计算方法或者所使用的数据。

本节内容将介绍反应堆中微子产生模型——HM 模型，分析其预测流强与能谱与实验数据的差异，最后补充介绍 SM2018 和 KI 两个新发展的代表模型。

1.3.1 Huber-Mueller 反应堆中微子模型

正如第一节的介绍，核反应堆是优质的中微子源，在利用反应堆中微子进行各种各样的研究时候，一个精确的反应堆中微子模型是非常现实的需求。

在商业核电站中，四种同位素（²³⁵U、²³⁹Pu、²⁴¹Pu 和 ²³⁸U）裂变产生的中微子占有所有反应堆中微子的 99.7% 以上。运行时，反应堆消耗 ²³⁵U 并积累 ²³⁹Pu，两种同位素的裂变速率在循环结束时变得相当，它俩也是反应堆中的主要裂变核素，而 ²³⁸U 和 ²⁴¹Pu 的裂变仅仅贡献了大约 10% 的反应堆功率，中微子便来自这四种同位素数以千计贝塔衰变分支的中微子的叠加。

HM 模型着重于贝塔能谱的研究，二人参考 ILL 测量贝塔能谱转换得到了中微子能谱，因此 HM 模型也被称为转换模型（conversion model）。转换贝塔能谱时，Huber 和 Mueller 两人转换的贝塔谱可以使用真实核数据库能谱，也可以使用虚拟贝塔能谱，虚拟贝塔能谱的作用是它将 ILL 测量的数以千计的裂变分支的贝塔累加能谱替换为少数的虚拟分支的贝塔累加能谱，这样可以大大减少转换过程中的工作量。

Mueller 使用的方法称之为 *ab initio*^[65]，其要确定总贝塔能谱 $S_{tot}(E)$ ：

$$S_{tot}(E) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i S_i(E) \quad (1.39)$$

这里 i 代表四种不同的裂变同位素（²³⁵U、²³⁹Pu、²⁴¹Pu 和 ²³⁸U）， α 为同位素的裂变次数， $S_i(E)$ 是每次裂变的贝塔能谱， E 就是贝塔的能量。 $S_i(E)$ 可以分解为所有裂变产物贡献的总和：

$$S_i(E) = \sum_{f=1}^{N_f} \Lambda_f(t) S_f(E) \quad (1.40)$$

这里下标 f 代表裂变同位素的 N_f 个裂变产物， $\Lambda_f(t)$ 为在 t 时刻每次裂变中 f 个

产物的占比，而每个裂变产物的贝塔能谱 $S_f(E)$ 为：

$$S_f(E) = \sum_{b=1}^{N_b} \text{BR}_f^b S_f^b(Z_f, A_f, E_{0f}^b, E) \quad (1.41)$$

这里下标 b 代表不同的贝塔分支， N_b 是总的裂变分支数目， BR_f^b 和 E_{0f}^b 分别为 f 中 b 裂变分支比和截止能量。 Z_f 和 A_f 则为母核的电荷数和原子分数。第 b 个分支的电子能谱表达式 $S_f^b(E)$ 由下式给出：

$$S_f^b(E) = \underbrace{K_f^b}_{\text{Norm.}} \times \underbrace{F(Z_f, A_f, E)}_{\text{Fermi function}} \times \underbrace{pE(E - E_{0f}^b)^2}_{\text{Phase space}} \times \underbrace{C_f^b(E)}_{\text{Shape factor}} \times \underbrace{(1 + \Delta_f^b(Z_f, A_f, E))}_{\text{Correction}} \quad (1.42)$$

其中 K_f^b 为归一化因子，保证 $\int_0^{E_0} S_f^b(E) dE = 1.0$ 。 $F(Z_f, A_f, E)$ 和 $pE(E - E_{0f}^b)^2$ 都来自于费米理论，其中 $F(Z_f, A_f, E)$ 描述了电子在原子核产生的正电场中的减速行为， $pE(E - E_{0f}^b)^2$ 为相空间，在贝塔衰变的情况下，费米函数导致电子能谱在零动能处以非零值开始。形状修正因子 $C_f^b(E)$ 来自于 Fermi 修正之外，与核能级相关。最后一项为带电费米子辐射光子修正，核子精细结构引起的库伦场修正和弱磁修正^[65]。

为了获得反中微子能谱的相应表达式，可以放心地忽略核反冲，并将上式中的电子能量 E 替换为反中微子能量 E_ν ：

$$E_\nu = E_{0f}^b - E \quad (1.43)$$

ab initio 方法的需要大量的详细的贝塔衰变的信息，Mueller 的策略是利用现代核数据库中可用的所有数据，数据主要包括了 ENSDF (Evaluated Nuclear Structure Data File) 核数据库^[66]中贝塔分支的信息，还引入其他数据库的部分裂变分支的精确裂变信息作为补充修正^[65]。核数据库的信息并不能完全满足需要 *ab initio* 计算的电子能谱与 ILL 测量的电子能谱吻合，因此 Mueller 还使用了部分虚拟的贝塔裂变分支。最终 Mueller 的 *ab initio* 方法计算出的贝塔能谱与 ILL 实验测得的相符合，最大差异控制在 10% 以内，如图1.26所示。为了得到中微子能谱，只需在每个分支上按照公式 (1.43) 对应转换可得。

Huber 的仍然采用 ($E_\beta \rightarrow E_\nu$) 转换方法，不过 Huber 并没有采用类似 Mueller 的数据库的大量的贝塔衰变分支，而是直接利用几十个虚拟的裂变分支^[67]，每个裂变分支的贝塔谱 $N_\beta(W)$ 为：

$$N_\beta(W) = K_H p^2 (W - W_0)^2 F(Z, W) L_0(Z, W) C(Z, W) S(Z, W) \times G_\beta(Z, W) (1 + \Delta_{WM} W) \quad (1.44)$$

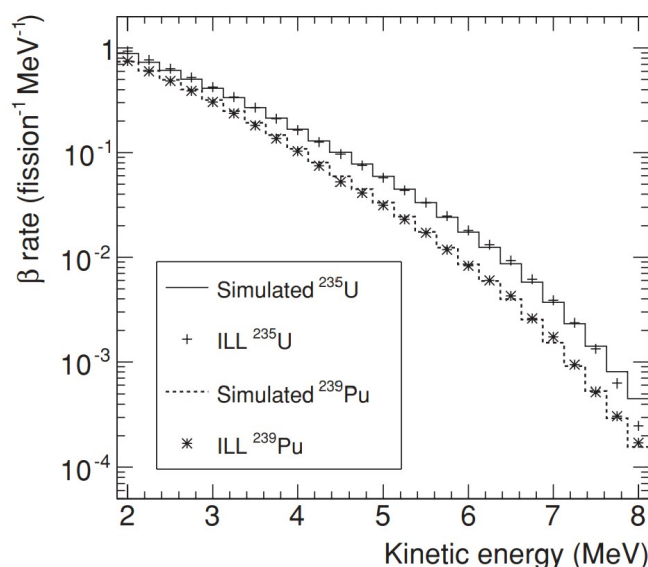


图 1.26 Mueller 的 *ab initio* 方法得到的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 与 ILL 实验测量贝塔能谱的比较。整体吻合的非常好，最大差异不超过 10%，图来自^[65]。

这里 W 代表电子的能量， K_H 为归一化常数， $W = \frac{E}{m_e c^2 + 1}$ ， W_0 为截止点上的电子能量， $F(Z, W)$ 和 $p^2(W - W_0)^2$ 与公式 (1.42) 类似，都来自 Fermi 修正。其他修正包括 $L_0(Z, W)$ 电磁有限尺寸的修正， $S(Z, W)$ 弱相互作用有限尺寸的修正， $S(Z, W)$ 核外电子对核电荷的屏蔽修正， $G_\beta(Z, W)$ 带电粒子的光子辐射修正和 $(1 + \Delta_{WM} W)$ 弱磁修正^[67]。

总而言之，Mueller 和 Huber 均采用了 $(E_\beta \rightarrow E_\nu)$ 转换方法来预测中微子能谱，他们在处理裂变产生贝塔能谱时加入了类似的修正，又使用了部分类似的虚拟贝塔能谱，这使得他们的结果符合的很好。后来，将他们的工作统称为 Huber-Mueller (HM) 模型，在使用该模型时， ^{235}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 的参考 Huber 计算的中微子能谱，而 ^{238}U 则使用 Mueller 计算的中微子能谱，如图 1.27 所示。这样做的原因 ^{238}U 的裂变由快中子诱发，ILL 缺少 ^{238}U 贝塔能谱的数据，故 ^{238}U 中微子能谱只能由 Mueller 的 *ab initio* 方法估计得到^[65]。

如图 1.28 所示，反应堆产生的中微子主要集中在低能部分，随着能量增加而降低。但探测反应堆中微子常用的反贝塔衰变反应的截面是随着能量增加而变大的，因此实验探测器看到的能谱都是一个峰值在 (3, 4) MeV 之间的凸起结构。HM 模型是一个精确的反应堆中微子模型，例如 ^{235}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 的中微子能谱积分精度均低于 3%，由于缺少参考贝塔能谱， ^{238}U 在预测的中微子能谱误差比较大，最小误差为 10%。但是由于 ^{238}U 在反应堆运行时裂变占比较低（低于 10%），最后反应堆中微子的总的误差仍以 ^{235}U 和 ^{239}Pu 两个主要裂变同位素为主。

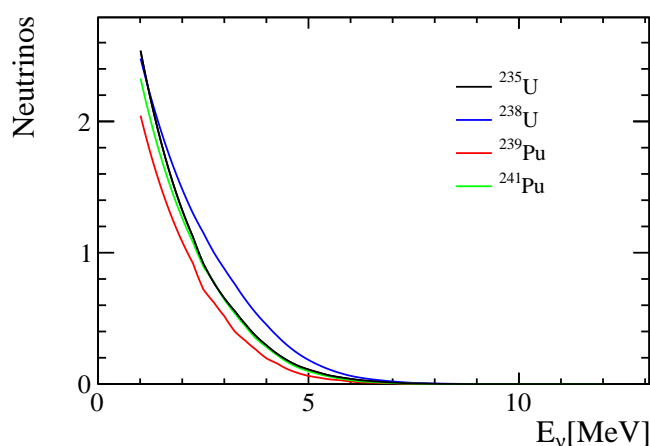


图 1.27 HM 模型预测的 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 的中微子能谱 (未归一), ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 数据来自于 Huber 研究^[67], ^{238}U 数据来自于 Mueller 研究^[65]。

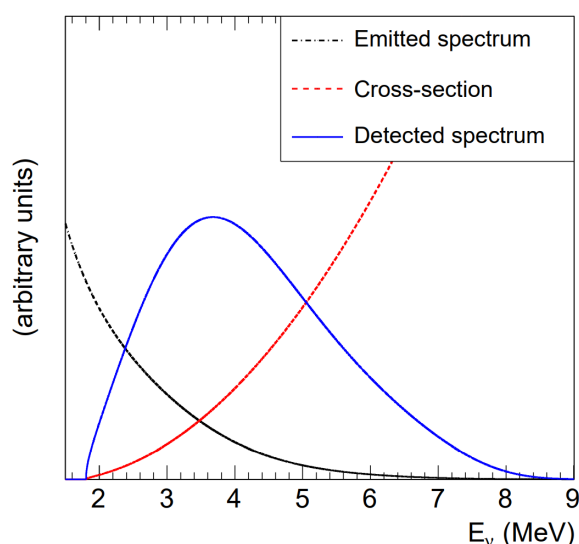


图 1.28 反应堆中微子能谱示意图, 其中反应堆释放的能谱 (Emitted spectrum) 借鉴了 ^{235}U 的中微子能谱, 当反应堆中微子能谱乘以反贝塔衰变的反应截面^[68] (Cross-section) 时便得到了探测到的中微子能谱 (Detected spectrum), 可看到它是一个峰值在 4 MeV 附近的结构。注意图中忽略了纵轴的单位设置, 图来自^[65]。

1.3.2 反应堆中微子流强和能谱异常

反应堆中微子主要来自于四种同位素材料 (^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu) 的裂变, HM 模型计算出了每个同位素每次裂变的能谱, 所以探测器观测到的反应堆中微子能谱 $S_\nu(E_\nu)$ 的预测为:

$$S_\nu(E_\nu) = \frac{W_{th}}{\sum_{i=1}^4 F_i e_i} \sum_{i=1}^4 F_i S_i(E_\nu) \sigma(E_\nu) \quad (1.45)$$

其中 i 代表四种不同的裂变同位素, W_{ih} 为反应堆的热功率, F_i 为裂变同位素的裂变份额, e_i 为同位素每次裂变释放出的能量, $S_i(E_\nu)$ 为模型给出的裂变同位素中微子能谱, 由于反应堆中微子是多用反贝塔衰变进行测量, $\sigma(E_\nu)$ 为对应的反应截面。

但在实际应用 HM 模型的场景中, 无论是比较总的中微子流强还是中微子能谱, 实验测量与模型预测之间都出现了偏差。

1.3.2.1 反应堆中微子流强异常

流强差异体现在当与 HM 模型预测相比时, 实验一致的测量到反应堆中微子通量低了约为 5%。图1.29说明了这种情况, 其中显示了在已知的三代中微子振荡的情况下修正的测量值与预测的比值。2018 年的测量/预测的世界平均值为 0.947 ± 0.007 (Exp.) ± 0.023 (Model)^[86], 其中第一项误差来自实验测量, 第二项误差来自 HM 模型预测。受限于大的模型误差, 测量与 HM 预期之间的差异仅有 2 倍的标准偏差左右。

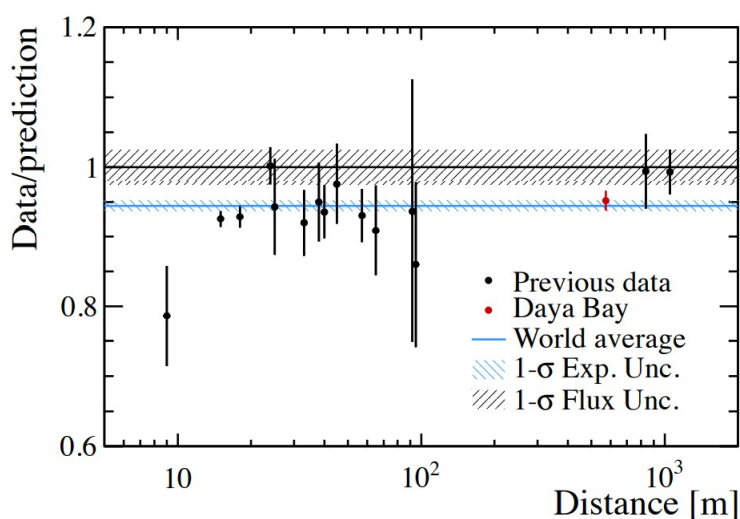


图 1.29 不同实验观测与 HM 模型预测的比值, 实验观测值经过三代中微子振荡理论的修正, 该数据统计截止到 2018 年, 大亚湾实验 (Daya Bay) 具有当时最高的精度, 图片来自^[86]。

(3+1) 中微子振荡理论可以解释这种缺失, 由于中微子实验的基线的限制, 为了满足快速振荡的需求, 惰性中微子 ν_4 的质量 m_4 刚好落在了 eV 量级。这与上一节提到的 LSND, MiniBooNE 和 Neutrino-4 的测量不谋而合。图1.30给出了反应堆异常允许的惰性中微子参数 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm_{41}^2) 的存在空间。如图1.31所示, 可以清晰的看到已知实验数据中, 引入惰性中微子振荡后带来的巨大优势。

该惰性中微子理论假设的引入是为了修正使用 HM 模型时观测到的反应堆中

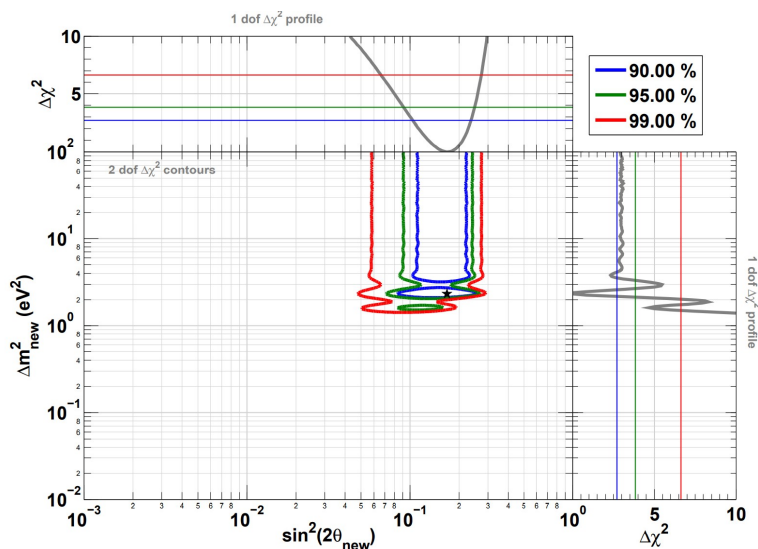


图 1.30 惰性中微子参数 ($\sin^2 2\theta_{14}$, Δm^2) 可能存在空间, 其来自与反应堆中微子实验与 GALLEX 实验^[44]的联合分析。反应堆实验不包含图1.29中最新的大亚湾实验结果, 图来自^[50]。

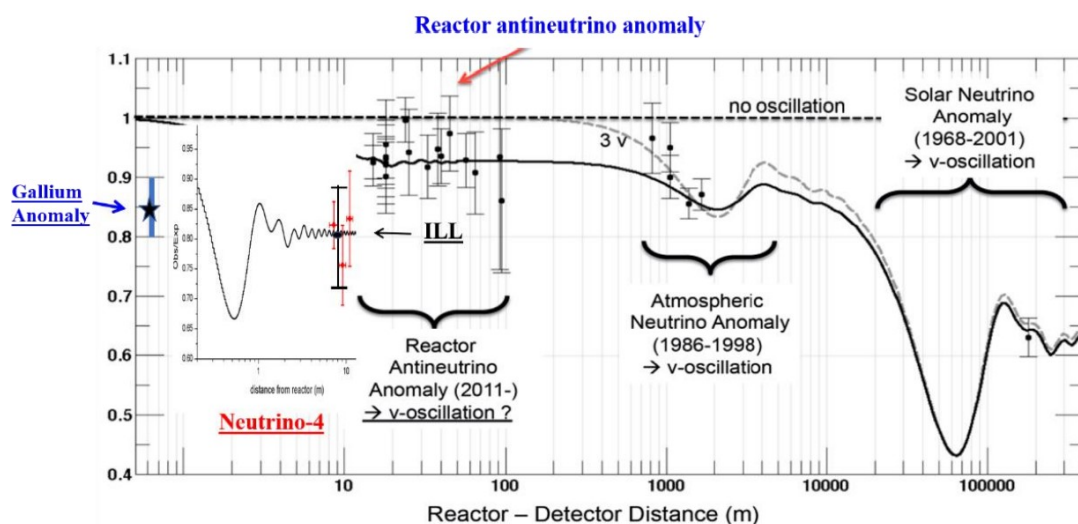


图 1.31 在已知部分实验数据中, 引入惰性中微子与三代中微子振荡理论的比较。黑色实线为 (3+1) 振荡理论, 虚线 (3ν) 为现在的三代中微子振荡。在反应堆中微子异常区域, 引入惰性中微子理论明显符合的更好。Neutrino-4 和镓异常数据来自^[61]^[48]。图来自^[55]

微子流强异常, 这些讨论是基于 HM 模型正确的假设之下。虽然反应堆中微子在流强上的缺失支持存在 eV 量级的中微子, 但是它并不支持存在过大的 $\sin^2 2\theta_{14}$, 就与 HM 模型比较而言, 反应堆中微子流强异常的最佳拟合值 $\sin^2 2\theta_{14}=0.17$ ^[50], 远低于上一节提到的 Neutrino-4 实验测定的 0.44。

1.3.2.2 反应堆中微子能谱异常

现在的反应堆中微子实验拥有大量的中微子事例，又有精确的误差分析，完全可以高精度的测量反应堆中微子的能谱。当参考 HM 模型预测能谱时，众多实验都在 5 MeV 附近观测到了类似的凸起。明显凸起的代表有大亚湾^[56] [69]，RENO^[70]，Double Chooz^[71]等，如图1.32(a)所示，大亚湾在 5 MeV 附近的差异超过了 6 倍标准偏差^[56]。在寻找惰性中微子的实验中，除 Neutrino-4^[55]实验外（图1.33(d)），NEOS^[52]，PROSPECT^[53]和 STEREO^[72]观测相对较弱的凸起。

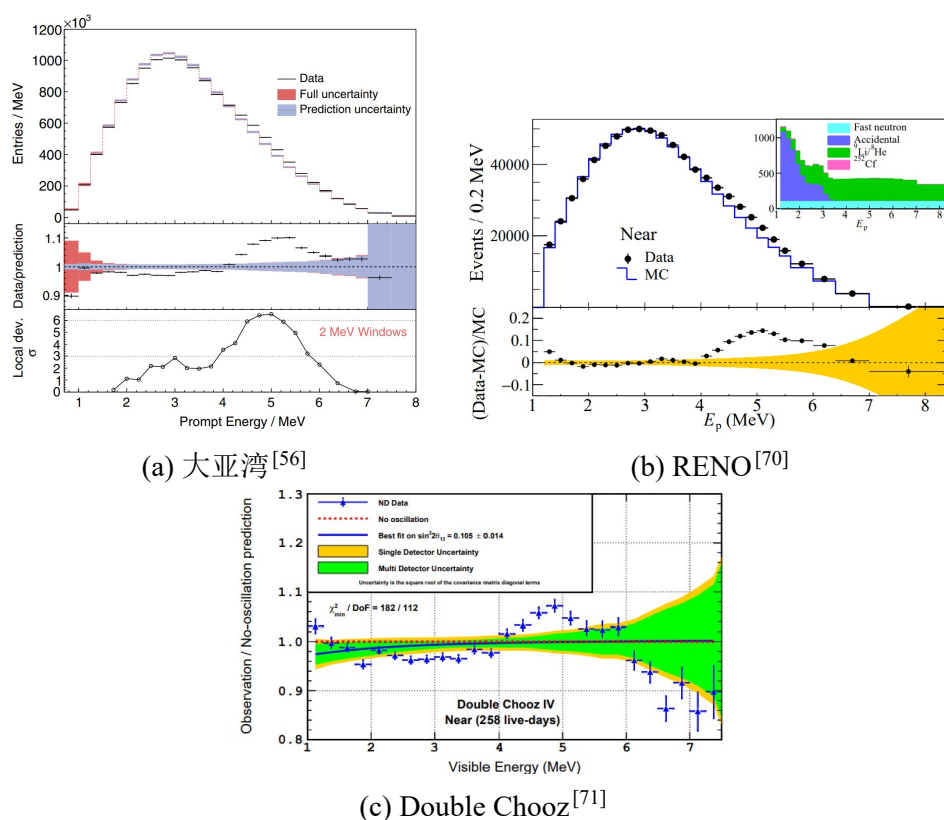


图 1.32 大亚湾 (a)，RENO (b) 和 Double Chooz (c) 测量能谱测量与 HM 模型预测的比较。在大亚湾 (a) 的中间一幅图中可以看到清晰的 5 MeV 附近的凸起，该处的显著性已经超过了 6 倍的标准偏差。同样在 RENO (b) 的下图和 RENO (c) 实验中也可以看到测量比预期的比值在 5 MeV 附近有明显的凸起。

能谱异常与流强异常不同，由于 eV 量级的惰性中微子振荡为整体能谱的修正，不会集中在某个能量区间内。对于能谱异常的解释，人们更倾向于 HM 模型能谱的计算出现了异常。

1.3.2.3 反应堆中微子流强和能谱异常原因讨论

反应堆中微子流强异常在实验现象上支持惰性中微子的存在，但是 HM 模型并不完美。模型计算需要着重于贝塔能谱的研究，由于核裂变过程的贝塔能谱过

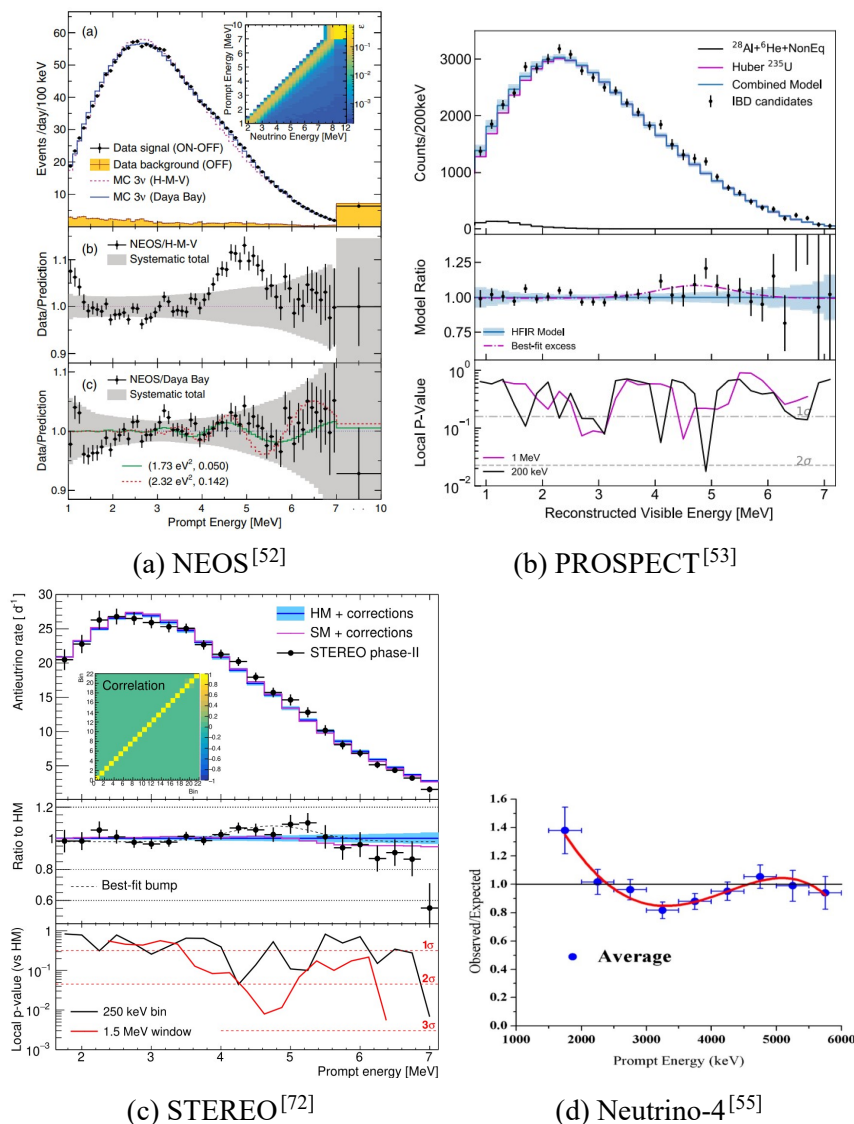


图 1.33 NEOS (a), PROSPECT (b), STEREO (c) 和 Neutrino-4 实验测量能谱测量与 HM 模型预测的比较。NEOS (a) 的中间图, 可以看到在与 HM 模型比较时有 5 MeV 附近的凸起, 而只有 ^{235}U 中微子的 PROSPECT (b) 和 STEREO (c) 实验在与模型预测比较时 5 MeV 附近的凸起要比其他实验弱的多。Neutrino-4 测量能谱与 HM 模型预测的比较时 5 MeV 附近没有凸起。

于繁多和复杂, 难免会在计算核裂变产生的贝塔能谱时有所偏差, 下面简述下可能存在的问题:

- 已经对 HM 模型使用的转换方法本身进行了研究 [73] [74], 并认识到在拟合中使用的贝塔裂变分支的平均有效 Z 分布, 其误差应该比预期的更大。
- HM 模型在高 Q 值的禁止跃迁处理也存在很大的误差, 对这些跃迁的不同处理可能导致不同的反中微子谱形状, 而不影响贝塔谱形状。特别是, 大约 30% 的中微子来自禁止跃迁, 这可能意味着 HM 模型存在着巨大的偏差 [73] [75] [76] [77] [78]。

- 在计算贝塔能谱时使用的弱磁修正及其对核贝塔衰变的不确定性，在反应堆中微子异常的重要性方面起着重要作用。研究表明，由于单体弱磁修正的不确定性，反应堆产生的中微子的不确定性小于 1%，因此反应堆中微子通量的弱磁修正主要不确定性在于两体介子交换磁偶极电流的不确定性上^[79]。
- Huber 在对反应堆裂变的产生的同位素中确定了四种所谓的非线性核素，它们的裂变速率对反应堆内部的中子通量有非线性依赖，并确定它们在低于 3.2 MeV 的能量下会导致中微子过量。在典型的压水反应堆（商业反应堆一种）中，在低能区间得到的修正可以达到 $\sim 0.9\%$ ^[80]。
- HM 模型参考的贝塔能谱来自于高 ^{235}U 丰度的实验堆，而大部分反应堆中微子实验观测的为低丰度的商业反应堆，两者具有不同的中子能量，这也可能是模型与测量差异的根源^{[81][82]}。
- 在中微子谱型异常研究中，对不同核裂变数据库进行了分析，发现 ENDF/B-VII.1 的数据库产生了类似的 5 MeV 附近凸起，而使用 JEFF-3.1.1 数据库时只产生了不到三分之二的凸起^[81]，这说明核裂变数据库的数据更新可能是解决能谱异常的关键。

我们希望在分析反应堆中微子流强异常时，有必要对模型自身问题还是惰性中微子作出区分，而在分析反应堆中微子能谱异常时，有必要指出数据倾向的四种同位素中微子能谱可能存的修正情况，从而方便未来反应堆模型和惰性中微子理论的发展和完善。

1.3.3 两个可替代模型

随着对 HM 模型质疑的提升，最近几年其他一些可替代模型也就被开发出来，其代表为 Summation method (SM2018)^[63] 模型和 KI (Kurchatov Institute)^[64] 模型。

1.3.3.1 SM2018 模型

SM 模型用到的累加的方法是一个起源比较早的用来预测反应堆中微子的方法，与 HM 模型转换法不同之处在于它将所有单独的贝塔分支相加，从而得到总反中微子或贝塔谱，而非使用那些虚拟的贝塔裂变分支，使用累加方法在 2018 年更新出了 SM2018。

SM 模型是目前唯一允许人们研究反应堆反中微子能谱成分，并预测任何燃料和任何辐照条件下整个能量范围内的反应堆反中微子能谱的工具。SM 模型完全依赖于裂变产量的可用核数据以及裂变产物的贝塔衰变数据，因为 TAGS (total absorption gamma-ray spectroscopy) 方法的应用，使其能够识别之前忽视的一些相对较弱的贝塔分支，降低了因为探测器限制产生的裂变分支混乱数据 (pandemonium

data) 的影响, 从而去除由于一些贝塔分支权重设置过大带来的中微子能谱的偏差^[63]。

比较 SM2018 和 HM 模型的四种同位素中微子能谱, 如图1.34所示, 它们的差异主要集中在 ^{235}U 能谱上。在主要的 (2, 5) MeV 能量区间内, HM 模型的 ^{235}U 能谱大约是在不同能量上的等比降低, 而其他同位素的中微子能谱虽然也有更新, 但在主要的 (2, 5) MeV 能量区间内几乎没有改变。

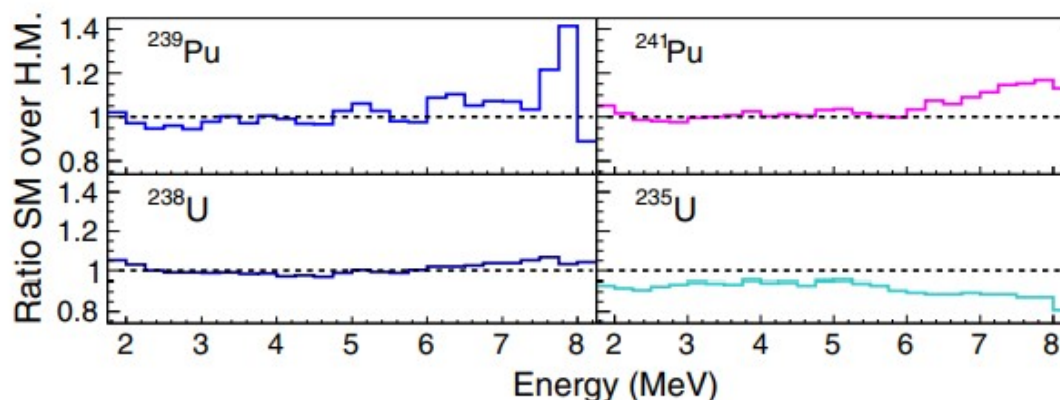


图 1.34 SM2018 与 HM 模型在不同同位素中微子能谱上的比较, SM2018 与 HM 模型在 ^{235}U 中微子能谱上的有较大不同, 其他同位素的中微子能谱虽有差异, 但在主要能区 (2, 5) MeV 上的差异不大。图来自^[63]

参考 2017 年大亚湾实验发表的数据^[83], SM2018 预测的流强仅比测量高出了 1.7%, 若考虑实验的系统误差, 该预测与测量是在一倍标准偏差内符合的^[63]。但在进行能谱比较时, 如图1.35所示 5 MeV 附近的凸起并没有消失。

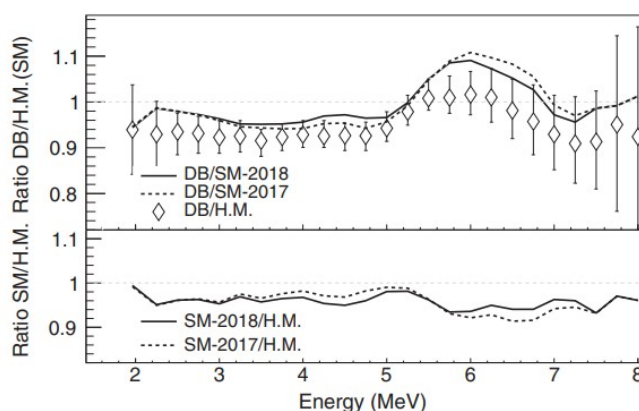


图 1.35 SM2018 与 HM 预测和大亚湾测量中微子能谱的比较, 比较发现在 5 MeV 附近的凸起并没有消失。图来自^[63]

到累加方法更新出的 SM2018 为止, (5, 7) MeV 之间的凸起仍然是可见的, 并且 SM2018 无法解释这个现象^[63]。不过, SM2018 模型的研究揭示了一个趋势,

即反应堆中微子流强异常现象会随着贝塔裂变分支数据精度的提升而降低^[63]。

1.3.3.2 KI 模型

上文提到，HM 模型依赖的贝塔能谱数据来自于 ILL 实验堆，而测量的贝塔谱主要有两项：能谱形状和和贝塔衰变分支相关的归一化参数。通过比较 ILL 几次 ^{235}U 能谱的测量结果，实验人员发现它们的能谱符合的很好，但是这些能谱贝塔裂变的分支比在几个百分点的水平上有所不同^[84]，这很可能是由于 ^{235}U 实验的绝对归一化过程中发生了系统偏差，但是多次测量的 ^{239}Pu 裂变贝塔能谱的数据吻合的很好。

在 Kurchatov Institute (KI) 的 IR-8 的实验堆的研究中，实验人员并没有直接测量 ^{235}U 的累加贝塔能谱，而是测量得到了 ^{235}U 与 ^{239}Pu 的贝塔能谱比值，如图1.36，观察到 ^{235}U 与 ^{239}Pu 的贝塔能谱比值和 ILL 测量数据存在明显差异，且它们之间的比率稳定超过 1.054 ± 0.002 ^[64]。

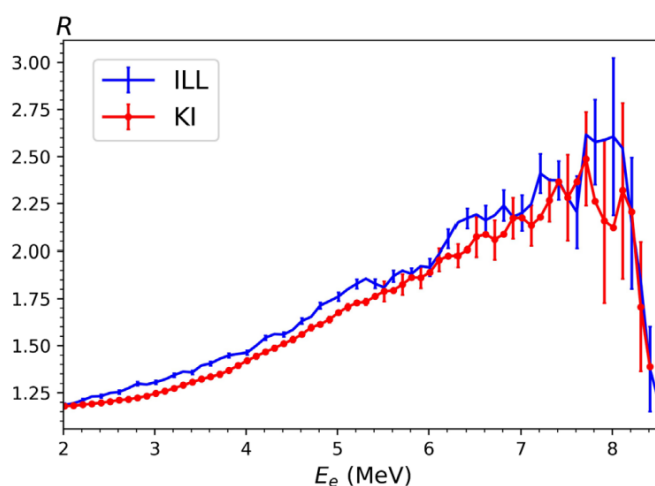


图 1.36 来自 ILL 和 KI 数据的 ^{235}U 与 ^{239}Pu 裂变累加贝塔能谱的比值。图中仅包含了统计误差，ILL 和 KI 之间的差异稳定在 1.054 ± 0.002 ，图来自^[64]。

累加贝塔谱的差异必然会导致中微子能谱也会出现差异。KI 模型认为 ILL 测量得到得 ^{239}Pu 的贝塔能谱是稳定可信的，利用类似 HM 的类似转换方法后，如图1.37所示 KI 同样给出了 ^{235}U 的中微子能谱，其在主要能区等量的降低了 HM 的 ^{235}U 中微子能谱，这点与 SM2018 模型类似。

最后，KI 模型重新计算的 ^{235}U 中微子 IBD 产额，能够完美吻合大亚湾和 STEREO 的观测。利用 KI 模型与大亚湾和 STEREO 测量的中微子流强的比值分别为 1.007 ± 0.031 和 1.012 ± 0.043 ^[64]。

观察 SM2018 模型与 HM 模型能谱形状的比较结果（图1.34），可以预见的是由于能谱形状改动不大，KI 模型不会对 5 MeV 凸起有太大的改进。KI 模型更新

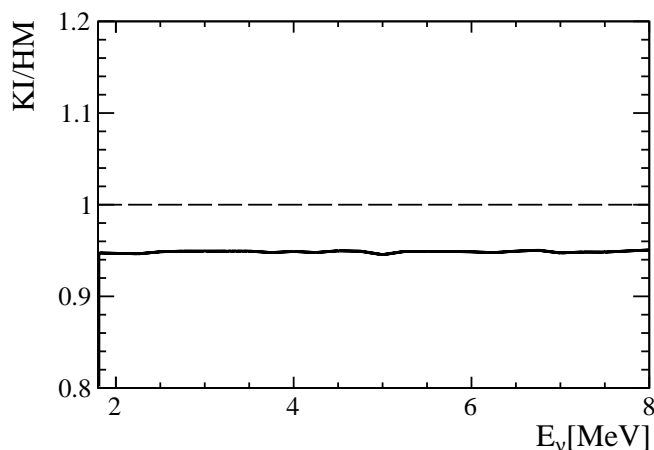


图 1.37 比较 KI 与 HM 预测的 ^{235}U 能谱。与 SM2018 类似 (图1.34), KI 的 ^{235}U 相当于对 HM 模型的预测的等量降低。

了 HM 模型预测的 ^{235}U 和 ^{238}U 中微子产生谱, 其原理是重新确定了 ILL 测量的 ^{235}U 贝塔能谱, 但是 ($E_\beta \rightarrow E_\nu$) 的转换方法并未更新, 有些 HM 模型可能存在的问题 (第1.3.2.3节), KI 模型同样需要面对。

1.4 本文研究意义

在研究反应堆中微子的流强和能谱时, 常用的中微子产生模型为 HM 模型, 但是应用该模型时发现了反应堆中微子流强异常和能谱异常迹象。流强异常的迹象暗示了惰性中微子的存在, 并且给出的惰性中微子的质量平方差 Δm_{41}^2 在 $\sim 1 \text{ eV}^2$ 量级, 这与 LSND, Miniboone 和镓异常的观测结果吻合。但是由于 HM 模型本身可能也存在计算问题, 而这又与惰性中微子问题混杂在一起, 这让流强异常的问题复杂化了, 研究该问题时有必要对两者作出合理的区分。在分析反应堆中微子能谱异常问题时, 有必要对造成能谱异常的原因进行分析研究。近年来, 又新发展起来了两个具有代表性的模型, SM2018 和 KI 模型, 它们也需要数据的进一步的检验。希望通过本文的研究对惰性中微子理论和反应堆中微子模型的发展提供可靠的借鉴材料。

1.5 本文使用数据和内容结构

本文关注于反应堆中微子流强和能谱异常的迹象, 尝试使用大亚湾反应堆中微子实验的数据去分析该问题, 对惰性中微子和反应堆模型提供改进意见。本节将介绍研究所使用的大亚湾反应堆中微子实验的数据优势和本文的行文结构。

1.5.1 本文数据优势

在研究反应堆中微子模型时，需要大量的反应堆中微子数据作为支撑，因此本文分析了大亚湾实验 1958 天观测的中微子数据。大亚湾反应堆中微子实验（简称大亚湾实验）的突出特点为统计量巨大，虽然它从 2011 年才开始运行，但是大亚湾已经获得了世界上数量最多的反应堆中微子，产生如此大的统计量的原因有：

1. 单反应堆功率高，大亚湾实验观测的反应堆的单功率有约有 2.9 GW（ $1\text{ GW}=10^9\text{ W}$ ）。因为大亚湾实验中的反应堆为商业用堆，为了增大输出电量，必须要大功率的反应堆，这明显区别于实验室的研究型反应堆，那些反应堆的功率一般在 MW（ $1\text{ MW}=10^6\text{ W}$ ）级别，它们之间有百倍乃至千倍的差异。实验测量的反应堆数量为 6 个，因此 6 个反应堆的总功率就为 17.4 GW，这也是商业用堆的特点，为提升电力输出而增加反应堆的数量是一个方便快捷的方法。
2. 探测器数量多，大亚湾实验总共有 8 个探测器，其中 4 个放置在距离反应堆较近的位置，4 个在较远位置，单个探测器的靶质量约为 40 吨，要高于同时期实验 RENO^[13]和 Double Chooz^[14]，并且大亚湾在同一探测器中用两种方式去捕获中微子，可以观测到更多数量的中微子。
3. 实验持续时间长，2011 年 12 月开始运行，一直到 2020 年底大亚湾实验结束了它十年的取数生涯。截止到 2017 年 8 月，大亚湾实验 4 个近点探测器大约观测到了 3.4×10^6 个中微子事例，明显高于同时的 RENO 实验 8.5×10^5 个中微子事例^[85]。

除大量的中微子事例外，2018 年大亚湾实验将测量中微子流强的系统不确定性降低到了 1.5%^[86]，相较于之前的 2.1%^[69]，下降了约 28%，主要提升来自于中微子反贝塔反应产生的中子俘获效率精度的提升。较低的实验偏差可以使得测量更为精准，可以提升模型兼容性测试中的灵敏度。

核电站的反应堆为大亚湾实验提供了每周单个反应堆的功率和裂变份额信息。商业反应堆的裂变同位素有四种（ ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ），它们产生了几乎所有的反应堆中微子，单一裂同位素裂变产生的中微子能谱和流强与其他同位素的均不相同。当四种同位素的裂变份额变化时，反应堆中微子的流强和能谱都要做出的相应的改变。通过数据分析工作，可以使得大亚湾实验每周测量的中微子数据与反应堆的燃耗情况一一对应，也正是得益于反应堆的功率和裂变份额信息，本文才能顺利研究反应堆中微子流强和能谱随着裂变材料燃耗的动态演化情况，观察到比静态反应堆数据分析更多的规律。

1.5.2 本文内容结构

本文的分析工作主要包括了反应堆中微子流强演化分析（第5章），反应堆中微子能谱演化分析（第6章）和反应堆中微子模型的修正（第7章）。下面简要介绍一下不同内容使用的演化分析方法。

1.5.2.1 反应堆中微子流强和能谱演化分析方法

反应堆中微子流强和能谱演化的分析区别于反应堆中微子流强和能谱的静态分析，它是对流强和能谱随着反应堆裂变材料燃耗而演化的动态分析。例如在功率稳定时，反应堆内完成一次裂变，在不同裂变份额的组合下动态中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,g}$ 为

$$\begin{aligned}\sigma_{f,g} &= \sum_{i=1}^4 F_{i,g} \int S_i(E_\nu) \sigma(E_\nu) dE_\nu \\ &= \sum_{i=1}^4 F_{i,g} \sigma_i\end{aligned}\quad (1.46)$$

这里 E_ν 与上文相同为中微子能量，其中下标 i 也与上文相同，表示四种同位素 (^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu)，而下标 g 是标准不同裂变份额的组合称之为演化组， $F_{i,g}$ 表示 i 同位素在演化组 g 中的裂变份额， $S_i(E_\nu)$ 为 i 同位素产生的中微子能谱，反应堆中微子多用反贝塔衰变反应测量，这里 $\sigma(E_\nu)$ 就是反贝塔衰变反应 (inverse beta decay 或者 IBD)，因此 σ_f 称之为中微子 IBD 产额，中微子 IBD 产额随着裂变份额变化的演化对应的就是中微子流强的演化。

若对公式 (1.46) 中 E_ν 的积分局限在某些能量区间内，那么 $\sigma_{f,e,g}$ 就是 e 能量区间， g 演化组的中微子 IBD 产额，这些不同能量区间的产额组成了中微子 IBD 产额微分能谱。因此本文是通过对中微子 IBD 产额微分能谱的演化研究来分析中微子能谱的演化规律。

流强演化分析 本文通过参考文献^[83]和本文研究发现，不同演化组的中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,g}$ 与 $F_{239,g}$ 满足线性演化关系：

$$\sigma_{f,g} = \bar{\sigma}_f + \frac{d\sigma_f}{dF_{239}} (F_{239,g} - 0.304) \quad (1.47)$$

公式中 $\bar{\sigma}_f$ 为大亚湾实验的平均中微子 IBD 产额，而 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 则是中微子 IBD 产额随着 $F_{239,g}$ 演化的变化率，公式中的 0.304 为大亚湾整个测量周期的 ^{239}Pu 的平均裂变份额。 σ_f 与 F_{239} 线性关系如图1.38所示。

能谱演化分析 同理在进行不同能量区间上的中微子 IBD 产额微分能谱演化分析

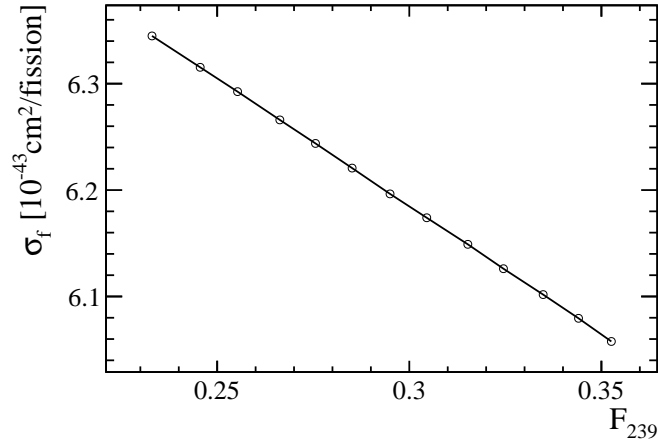


图 1.38 在不同裂变份额的演化组的中微子 IBD 产额 σ_f 与 ^{239}Pu 的裂变份额 F_{239} 之间的线性关系。不同演化组的中微子 IBD 产额计算参考了 HM 模型的预测，由图可见该线性程度非常好。

时，对应的演化方程为：

$$\sigma_{f,e,g} = \bar{\sigma}_{f,e} + \frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}(F_{239,g} - 0.304) \quad (1.48)$$

相比与公式 (1.47)，新加入的下标 e 代表不同的能量区间。其参数包含不同能量区间的中微子平均产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和中微子 IBD 产额随 ^{239}Pu 裂变份额变化的参数 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。

演化分析优势 动态演化的分析相比于静态分析优势在于它们给出一个额外的斜率维度 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 或者 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ ，并且静态分析中的反应堆中微子平均中微子 IBD 产额的信息 $\bar{\sigma}_f$ 或者 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 并没有丢失。斜率更容易受到统计误差的影响^[83]，大亚湾实验超大的数据量可以有效的降低该参数的误差，因此就可以提升数据测量与反应堆模型之间的差异，这对实验数据提升对 HM 模型的排除能力，以及对两个最新模型 SM2018 和 KI 的检验有着重要意义。

1.5.2.2 惰性中微子假设与数据的兼容性

在流强演化分析中不仅仅可以增大数据测量与 HM 模型预测之间的差异，而且对于反应堆中微子流强异常到底是由 HM 模型自身问题导致，还是惰性中微子振荡导致可以做出良好的区分。

在实际的大亚湾数据分析中，由于基线在百米量级，在加入惰性中微子 ($\sim eV$ 量级) 假设，会对不同演化组的中微子 IBD 产额造成等比例在的降低 (图1.39)。在本文中研究中，原本的线性演化方程 (1.47) 在加入惰性中微子假设后，变为：

$$\eta \times \sigma_{f,g} = \eta \times \left[\bar{\sigma}_f + \frac{d\sigma_f}{dF_{239}}(F_{239,g} - 0.304) \right] \quad (1.49)$$

其中 η 是来自于惰性中微子的等量修正，其他参数定义与公式 (1.47) 一致，而 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 的比值可以把 η 参数消除掉。通过分析 HM 模型和大亚湾测量的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 的差异，就可以对反应堆中微子流强异常是否由惰性中微子振荡造成做出合理评判了，并为未来惰性中微子理论的发展提供参考。

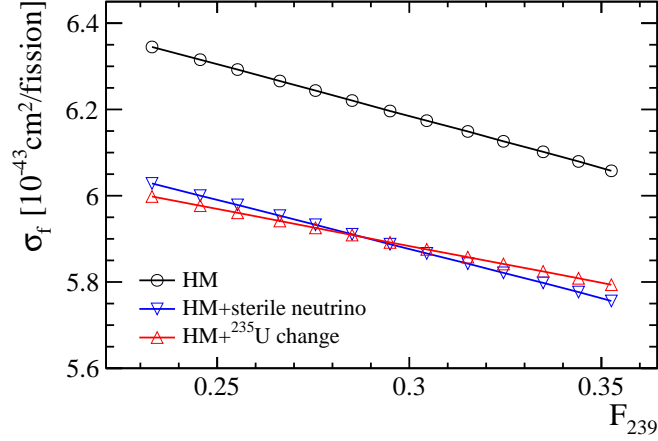


图 1.39 在流强演化分析中，对 HM 模型使用不同的修正（惰性中微子或者只改变 ^{235}U 同位素的中微子 IBD 产额）产生的线性演化方程。可以看到两种不同的修正方式预测的线性演化方程的斜率出现了差异，但是两种修正方式的平均中微子 IBD 产额可以保持一致。

1.5.2.3 反应堆中微子模型的修正

虽然本文不涉及对反应堆模型内部裂变细节的研究，但是可以尝试使用大亚湾实验数据修正反应堆中微子模型。综合反应堆中微子流强异常和能谱异常，同时考虑模型预测不准确问题和惰性中微子问题，那么反应堆中微子 IBD 产额的分能谱 $\sigma_{f,e,g}$ 为：

$$\sigma_{f,e,g} = \sum_i^4 F_{i,g} \sigma_{i,e} (1 + f_{i,e}) \eta \quad (1.50)$$

公式中 $\sigma_{i,e}$ 代表 i 裂变同位素在 e 能量区间上的中微子 IBD 产额，此为待修正模型的数据（待修正模型可以为 HM, SM2018 和 KI）， $f_{i,e}$ 为 i 同位素中微子能谱在 e 能量区间上的修正量，这些参数都是对应于模型预测不准确问题而设置的。而参数 η 则是由惰性中微子振荡而产生，它的特点是四种同位素中微子在不同能量区间有一致的修正，且在 $\eta=1$ 的情况下没有惰性中微子，其他参数与公式 1.48 一致。

由于参数设置过多，大亚湾实验数据无法同时对四种同位素中微子能谱修正量 ($f_{235,e}$, $f_{238,e}$, $f_{239,e}$, $f_{241,e}$) 以及惰性中微子振荡修正量 η 同时作出限制。

但是我们可以尝试一下合理的组合方案：主要同位素中微子能谱的修正 $f_{235,e}$

或者 $f_{239,e}$ ，以及它们与惰性中微子假设混合时的情况 ($f_{235,e}, \eta$) 或者 ($f_{239,e}, \eta$)，此时公式 (1.50) 除上述考虑参数外都不参与改变，这样就可以对 ^{235}U 或者 ^{239}Pu 能谱预测时的畸变进行讨论分析，并且还可以在 ^{235}U 或 ^{239}Pu 中微子能谱修正情况下，分析惰性中微子存在的可能性。还有一种修正方案对应的是禁止跃迁等问题导致的四种同位素中微子能谱的同时修正，此时公式 (1.50) 尝试的修正量为 f_e ，它对四种同位素中微子在能量区间 e 上作出相同的修正。

通过拟合大亚湾的测量数据可以获得上述三种假设方案对模型修正值，然后将这些被修改的模型与实验测量的中微子流强和能谱线性演化方程作比较，就可以分析这些方案与数据的兼容性，为未来惰性中微子理论和反应堆模型的发展提供改进建议。

第2章 大亚湾反应堆中微子实验

在本世纪初，PMNS 矩阵（公式（1.13））中的混合角参数只剩下 θ_{13} 还未测量，其他混合角参数已经由大气、加速器和太阳中微子振荡研究得到，大亚湾实验反应堆中微子实验就是在此背景下开展的。2012 年大亚湾实验首次精确测量到了 $\sin^2 2\theta_{13}$ ，并证明其在 5 倍标准偏差的置信度下不为 0^[12]。精确的混合角测量离不开大亚湾实验巧妙的布局和精密的探测器设计。本章将介绍大亚湾实验的实验原理，核反应堆和反中微子探测器等相关信息。

2.1 大亚湾反应堆中微子实验与中微子振荡测量

大亚湾实验位于大亚湾核电站内部，该核电站位于广东省深圳市的大亚湾，距香港东北约 55 公里。该实验的主要目标为测量中微子振荡的混合角 θ_{13} 。

2.1.1 测量原理

在三代中微子振荡理论下，反电子型中微子的存活概率 $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}$ 为

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) - \sin^2 2\theta_{13} \left(\cos^2 \theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \quad (2.1)$$

其中 E 和 L 分别为中微子能量和传播距离， Δm_{21}^2 、 Δm_{31}^2 和 Δm_{32}^2 为各自脚标中微子 (ν_1, ν_2, ν_3) 的质量平方差。在进行 θ_{13} 测量前，公式中的其他参数都有对应的参考值，例如 θ_{12} 和 Δm_{21}^2 来自太阳中微子实验^[25]， Δm_{31}^2 来自大气和加速器中微子实验^[22]（它与 Δm_{32}^2 量级一致）。使用该公式计算出的 $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}$ 振荡概率如图2.1所示，其中基线在 1.5 km 附近的第一个峰主要由震荡幅度 θ_{13} 引起的，而后面的大振幅，例如 50 km 处的振荡峰值为 θ_{12} 引起的，大亚湾实验正是通过测量 1.5 km 左右的振荡幅度来完成对 θ_{13} 的测量。

传统 θ_{13} 的测量方式受限于反应堆发出的中微子的不确定性^[87]，为了克服这种不确定性，大亚湾实验使用了远近探测器探测中微子比较的方式，远近探测器观测到的中微子比值 $\frac{N_f}{N_n}$ 为：

$$\frac{N_f}{N_n} = \frac{N_{p,f}}{N_{p,n}} \times \frac{L_n^2}{L_f^2} \times \frac{\epsilon_f}{\epsilon_n} \times \frac{P_{\text{sur}}(E_\nu, L_f)}{P_{\text{sur}}(E_\nu, L_n)} \quad (2.2)$$

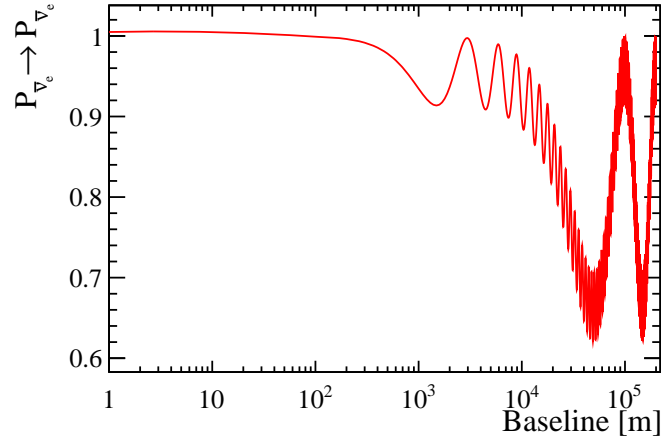


图 2.1 三代振荡框架下反电子型中微子的存活概率 Δm_{31}^2 随基线的变化情况，由公式 (2.1) 计算得到，式中各个数值参考 PDG 的结果，中微子能量为 4 MeV。1.5 km 的第一振荡峰值主要由 $\sin^2 2\theta_{13}$ 造成。

其中下标 f 和 n 分别代表远厅 (far) 和近厅 (near)， N_p 是质子数， L 是距离， ϵ 为探测效率， $P_{\text{sur}}(E_\nu, L)$ 是中微子的存活概率。这种相对测量的方式摆脱了反应堆模型的束缚。大亚湾实验采用 8 个近乎全同的探测器，在数据分析时，各个探测器之间一致的系统误差不会影响测量结果，从而减少了误差输入，提高了 θ_{13} 的测量精度。

2.1.2 实验布局

大亚湾实验的成功与它巧妙的反应堆和探测器布置是分不开的。大亚湾和岭澳核电站目前拥有 6 个反应堆，其中大亚湾有两个反应堆，标记为 D1 和 D2，岭澳有四个反应堆，标记为 L1, L2, L3 和 L4。大亚湾实验中微子实验有三个实验厅 (experimental hall, EH)，在 EH1 和 EH2 中每厅有两个近点反中微子探测器 (antineutrino detector, AD)，在 EH3 装有四个远点 AD。

如图 2.2 所示，它的远点探测器刚好在振荡效应最大的地方 (1.5 km 处)，这将导致该实验可以更有效地测量到 $\sin^2 2\theta_{13}$ 参数主导的振荡振幅的数值。探测器和反应堆之间的距离 (表 2.1) 由全站仪和 GPS 联合定位校准，因此基线距离的测量非常准确。

受地形的限制，三个实验厅的埋深并不一样。埋深越大，受到的宇宙射线的影响越小。探测器顶部的岩石土层的厚度一般用水当量表示，表 2.2 给出了三个实验厅的埋深对应的水当量，以及对应的可以到达探测器的宇宙射线缪子频率。在实验运行时，探测器会对到达探测器的缪子事件赋予一定的反符合时间，去除这些事件对探测器的影响。更大的埋深能够有效的降低宇宙的射线的缪子频率，增加实验观测的有效时间。

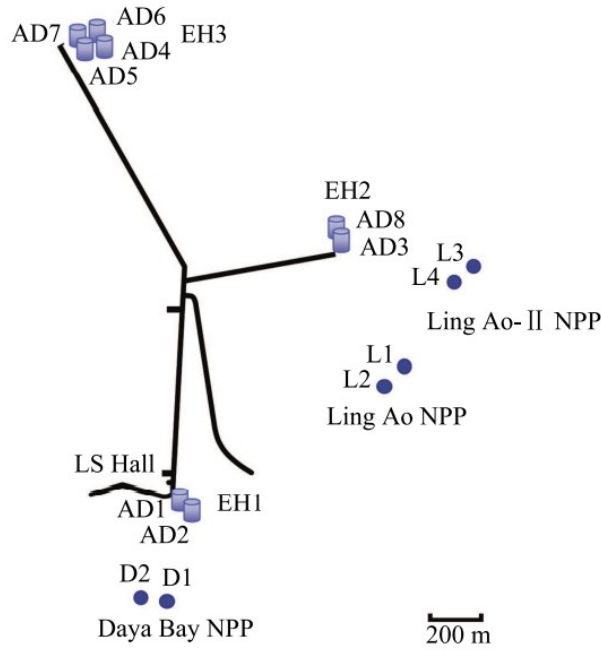


图 2.2 大亚湾实验的完整布局。其中八个中微子探测器（AD）安装在三个地下实验大厅（EH）中。黑点代表反应堆，标记为 D1、D2、L1、L2、L3 和 L4。NPP 为 nuclear power plant，此处代指反应堆，黑色实线代表与实验厅连通的隧道，图来自^[69]。

表 2.1 大亚湾实验中每个反应堆和探测器之间的距离。由电子经纬仪测定，辅助以 GPS 定位校准，因此基线的误差可以忽略，表格中数据来自^[69]。

		D1	D2	L1	L2	L3	L4
EH1	EH1-AD1	362.38	371.76	903.47	817.16	1353.62	1265.32
	EH1-AD2	357.94	368.41	903.35	816.90	1354.23	1265.89
EH2	EH2-AD1	1332.48	1358.15	467.57	489.58	557.58	499.21
	EH2-AD2	1337.43	1362.88	472.97	495.35	558.71	501.07
EH3	EH3-AD1	1919.63	1894.34	1533.18	1533.63	1551.38	1524.94
	EH3-AD2	1917.52	1891.98	1534.92	1535.03	1554.77	1528.05
	EH3-AD3	1925.26	1899.86	1538.93	1539.47	1556.34	1530.08
	EH3-AD4	1923.15	1897.51	1540.67	1540.87	1559.72	1533.18

2.1.3 混合角 θ_{13} 测量结果

大亚湾实验从 2011 年正式取数开始，到 2017 年为止，对 θ_{13} 进行了数次测量。表 2.3 列出了已发表的大亚湾实验对 θ_{13} 的测量结果，2020 年大亚湾实验结束了它的采数工作，近期大亚湾实验将公布整个实验周期数据的最新 θ_{13} 测量结果，其精度在可预见的未来难以被其他实验超过。

表 2.2 大亚湾实验中三个实验厅 (EH) 的埋深的水当量和宇宙射线 μ 的频率, 数据来自^[69]。

	埋深水当量 (m.w.e)	R_μ (Hz/cm ²)
EH1	250	1.27
EH2	265	0.95
EH3	860	0.056

表 2.3 大亚湾实验已公布的 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的测量值, 根据已发表年限排序。nGd 与 nH 样本的详细内容在第 2.3.2.1 节中介绍。

	$\sin^2 2\theta_{13}$	公布年份	数据样本类型
1	0.092 ± 0.017 ^[12]	2012	nGd
2	0.089 ± 0.011 ^[88]	2013	nGd
3	0.089 ± 0.009 ^[89]	2014	nGd
4	0.083 ± 0.018 ^[90]	2014	nH
5	0.084 ± 0.005 ^[91]	2015	nGd
6	0.071 ± 0.011 ^[92]	2016	nH
7	0.0841 ± 0.0033 ^[93]	2017	nGd
8	0.0856 ± 0.0029 ^[35]	2018	nGd

2.2 大亚湾与岭澳核电站的基本情况

大亚湾实验中用到的反应堆为典型的商业压水堆, 裂变材料为四种同位素 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu , 其中 ^{235}U 为主要裂变同位素。六个反应堆都采用了三冷却回路系统设计, 图 2.3 显示了一个冷却系统的示意图。冷却系统由一个主回路和一个与蒸汽发生器连接的二级回路组成。主回路的压力容器中的水吸收裂变产生的热量, 然后循环到达由浸入二级回路水中的 U 型管道构成的蒸汽发生器。这样热量就被转移到了二级回路, 蒸汽发生器的水被蒸发成饱和蒸汽, 然后流向涡轮-交流发电机单元。最后将主回路中的冷却水泵回容器并进入下一个循环。第三级回路则是利用海水作为冷却剂, 吸收运行期间的热量并充分冷却, 保证排入大海后不会对海洋生物产生影响。

2.2.1 反应堆的热功率

大亚湾核电站利用了三个不同的系统来监控反应堆的运行功率, 如表 2.4 所示, 它们分别为 KME (Test Instrumentation System), KIT/KDO (Centralized Data

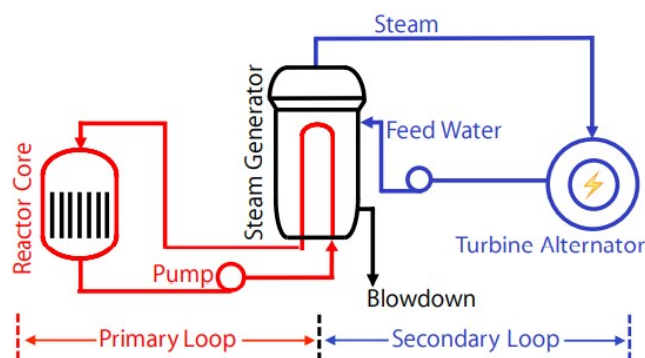


图 2.3 大亚湾核电站反应堆冷却系统示意图。每个反应堆与 3 个冷却系统并联，图来自^[69]。

Processing System/Test Data Acquisition System) 和 RPN (Nuclear Instrumentation System)^[69]。

表 2.4 大亚湾实验反应堆三个功率测量系统的精确度比较，数据来自^[69]。

系统	频率	测量误差
1 KME	每周或每月	<0.5%
2 KIT/KDO	实时	与 KME 的差异为 0.1%
3 RPN	实时	与 KME 的差异为 1.5%

KME 系统具有最好的精度，但它是一个离线系统。电厂通常每周或每月进行 KME 测量，这不符合实验的时间要求。KIT/KDO 系统是一种在线监测反应堆功率的系统，但其精度不如 KME 系统。一旦两个系统测得的功率之差超过全功率的 0.1%，KIT/KDO 系统就会根据 KME 的测量对系统进行校准。保守地，考虑到 KIT/KDO 系统和 KME 系统之间的差异，KIT/KDO 系统的不确定性估计为 0.5%。

RPN 系统通过放置在反应堆周围的四个中子探测器测量中子通量，用于反应堆监测和保护。反应堆功率应该与中子通量成正比，然而随着核燃料的燃耗，由于反应堆中同位素含量的变化，RPN 测量的功率与实际功率的差异逐渐增大。为了保证准确性，每天都会将 RPN 系统的测量功率与更准确的 KIT/KDO 系统进行比较。一旦差值超过全功率的 1.5%，RPN 系统就会重新校准。

在大亚湾实验中，使用了核电站提供 KIT/KDO 测量的热功率来预测反应堆反中微子通量。由于每个反应堆的 KIT/KDO 的测量都是独立进行的，因此功率误差 (0.5%) 应该是反应堆不相关的。

大亚湾反应堆稳定输出的热功率在 2.9 GW 左右，因为保密原则的限制，能够对外公布的只有每周的有效热功率。如图 2.4 所示，为 6 个反应堆每周的热

功率随着时间的演化。图中在反应堆功率出现急速涨落之间，从 100%→0% 或者 0%→100% 时，此时的反应堆正在维护、停机更新燃料或者探测器 AD 处于非工作时间。为了保证输出电流的稳定性，一般 6 个反应堆交替的更新燃料棒，大亚湾两个反应堆的运行周期为每 18 个月更新一次，而岭澳四个反应堆的周期早期为 12 个月，后期调整为 18 个月。

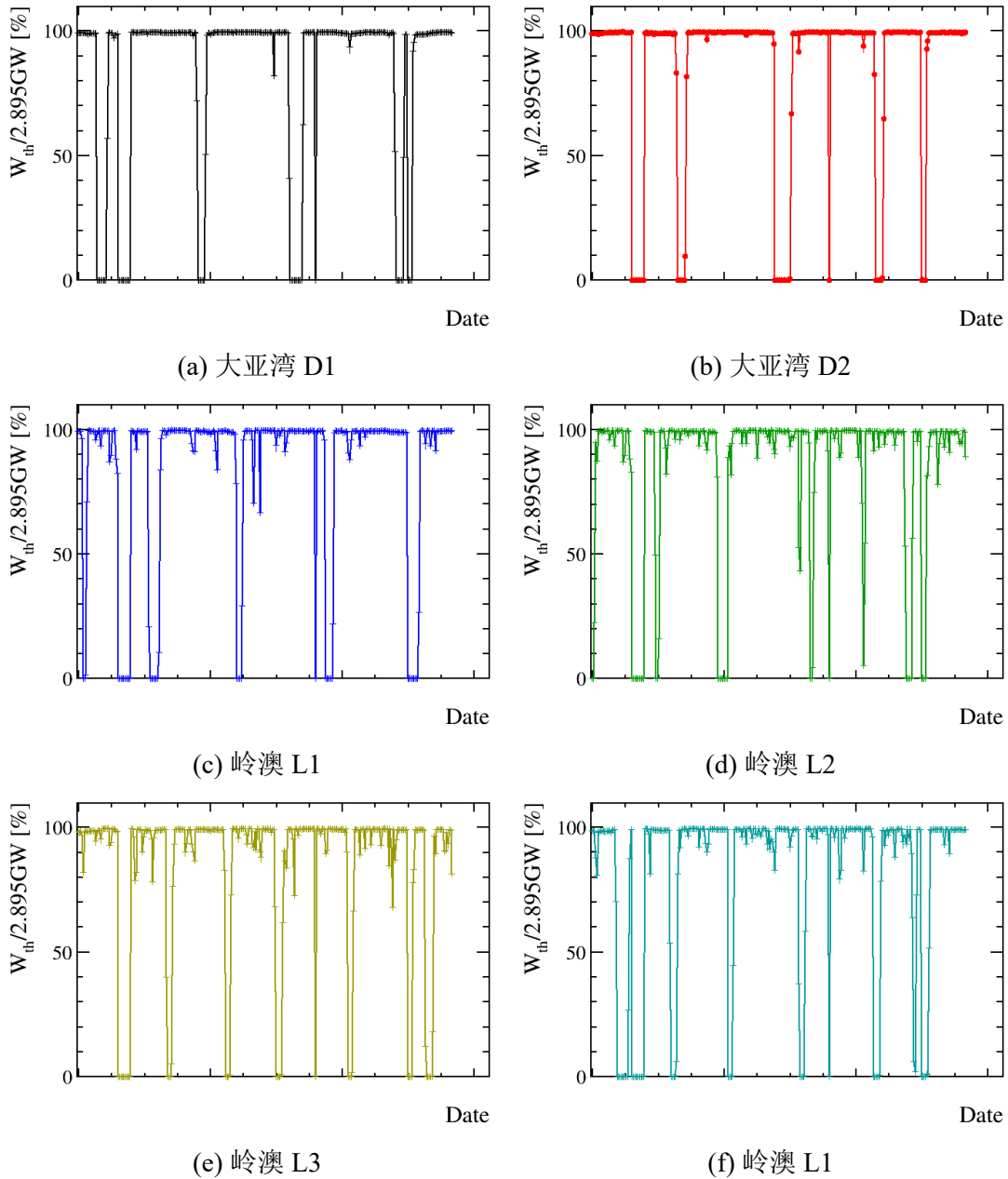


图 2.4 大亚湾核电站中 6 个反应堆的功率随时间变化情况，以周为单位，纵轴为该周功率/2.895 GW 的值，保密原则，横轴的时间已经打乱，且已经隐去。

2.2.2 裂变同位素的燃耗

大亚湾实验的反应堆由 157 个燃料棒组成，其中 ^{235}U 丰度为 4%，燃料棒高度为 3.7 m，反应堆直径为 3 m。每次更新原材料时，只需要更换部分的燃料棒，如大亚湾反应堆 D1 和 D2 会更换 1/3 的燃料棒，而岭澳反应堆 L1, L2, L3 和 L4 则会更换 1/4 的燃料棒。更换燃料棒时，新燃料棒被放置在反应堆中心，旧燃料棒向外移动。该方案具有减少中子泄漏，增强活度和增加燃料燃耗的优点，燃料元件在反应堆中围绕中心尽可能对称分布，因此反应堆可以被认为是反中微子的点源。

与大部分商业反应堆一样，大亚湾反应堆中的主要同位素为 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ，这四种同位素的裂变献了几乎全部的反应堆中微子。

为了描述自放置到反应堆以来每吨初始铀质量从每支燃料棒中提取的能量，定义燃耗 (burn-up) 公式：

$$\text{burn-up} = \frac{W \cdot D}{M_U^{\text{in}}} \quad (2.3)$$

其中 W 为燃料棒的功率， D 是燃料棒在反应堆中燃耗的天数， M_U^{in} 是该燃料棒初始的铀的质量。burn-up 的单位是 $\text{MW} \cdot \text{day} \cdot \text{ton}_U^{-1}$ 。也可以采用类似方式描述整个反应堆的循环燃耗，此时 W 为整个反应堆的功率， D 是重启之后反应堆运行的时间， M_U^{in} 是更新裂变材料之后反应堆中所有燃料棒的初始铀的质量。

在反应堆运行中，核电厂希望掌握每个反应堆燃料棒燃耗进度，以便对每个反应堆进行换料和维护工作。而燃料演化是一个动态过程，与功率、中子通量、燃料成分、燃料元件的类型和位置以及硼浓度等许多因素有关，核电厂通过考虑上述所有因素，对每个换料循环中的燃料演化进行计算和模拟。大亚湾核电厂使用的模拟包是法国 CEA 开发的 SCIENCE，它使用 APOLLO2 作为核心组件^[94]。核电厂模拟的数据除自用外，额外提供给大亚湾实验中微子实验使用，图2.5显示了一个反应堆运行周期内，四种同位素裂变份额随着燃料燃耗增加而变化的例子。

为了验证 APOLLO2 的精度，对核废料的裂变同位素含量进行了测量，并与使用 APOLLO2 代码计算的结果进行了比较^[95]，结果表明，测量与 APOLLO2 模拟的偏差小于 5%。事实上，不同同位素裂变份额与模拟结果的偏差是不同的，但在这里我们对于每种同位素的裂变分数的不确定性全部都保守估计为 5%。在大亚湾中，开源 DRAGON^[96] 也被用来模拟和计算同位素的裂变分数，并且发现每种同位素的裂变分数不确定性也小于 5%，与 APOLLO2 验证的结果一致。

四种同位素裂变份额的误差不是相互独立的，DRAGON 软件使用来自核电厂几个周期的数据分析了四种原料的裂变分数之间的相关性^[97]，结果在表2.5中给出。当将裂变分数不确定性传递到反应堆反中微子通量不确定性时，裂变分数之

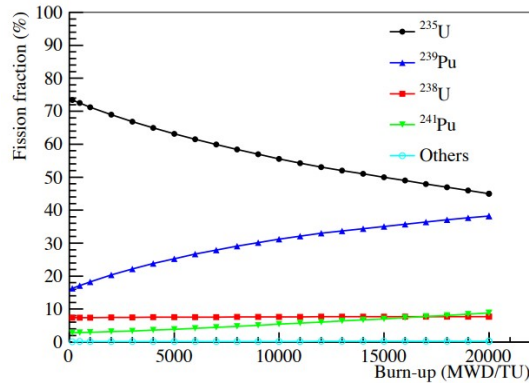


图 2.5 大亚湾反应堆 D1 中四种同位素裂变份额在一个完整换料循环的模拟。不同裂变原料的裂变分数是损耗 (burn-up) 的函数。只有 ²³⁵U 的裂变份额在降低，其他三种同位素裂变份额在增加，图来自 [69]。

间的相关系数是关键的输入变量。

考虑到大亚湾核电厂虽然有 6 个反应堆，但是它们采用一样的模拟软件去估算误差，故某一同位素的误差被认为是反应堆相关，并且时间相关的 (相关系数均为 1.0)，即 6 个反应堆共用一套相关系数矩阵，并且不会随着时间变化而改变。有一点需要特别注意，在演化过程中，四种同位素的裂变份额之和必须始终保持为 1.0，这样造成的结果为：虽然每项裂变份额的误差为 5%，但是最终对中微子流强的影响却远小于 5%。

表 2.5 大亚湾的四种同位素裂变份额的误差相关系数矩阵，该表格只展示了相关系数，而每项裂变份额的误差都为 5%，数据来自 [97]。

	²³⁵ U	²³⁸ U	²³⁹ Pu	²⁴¹ Pu
²³⁵ U	1.00	-0.22	-0.53	-0.18
²³⁸ U	-0.22	1.0	0.18	0.26
²³⁹ Pu	-0.53	0.18	1.0	0.49
²⁴¹ Pu	-0.18	0.26	0.49	1.0

观察表2.5的相关系数也可以发现，²³⁵U 与其他三种同位素相关系数为负，也表明反应堆在消耗 ²³⁵U 时，其他原料的裂变份额在增加的。主要同位素除 ²³⁵U 外，还包括了 ²³⁹Pu，它在反应堆燃耗过程中的增加尤为明显，因此可以用 ²³⁹Pu 的裂变份额来窥探反应堆的运行状态。图2.6显示了随着时间的变化的 6 个反应堆 ²³⁹Pu 的裂变份额演化情况。

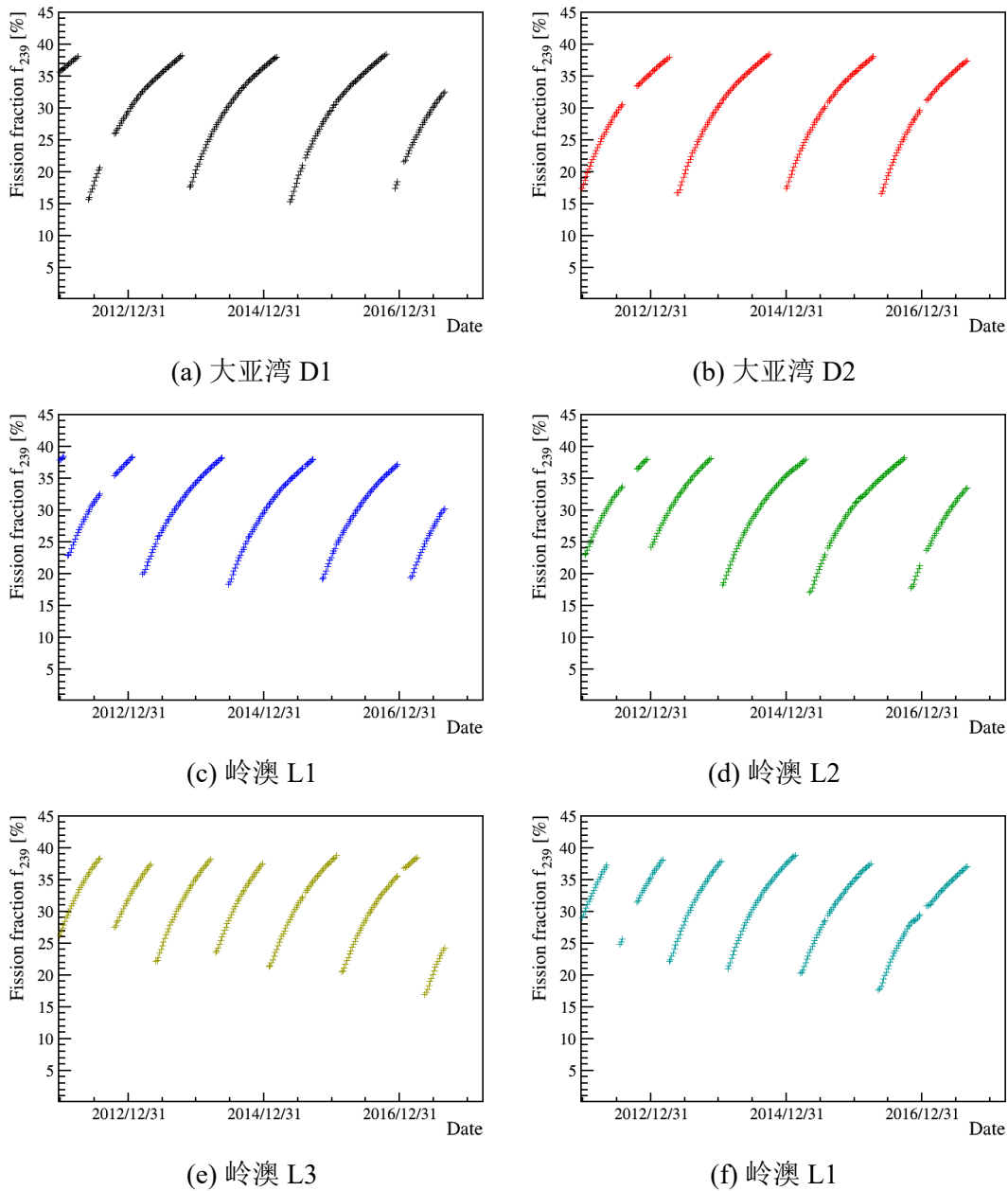


图 2.6 大亚湾核电站六个反应堆的 ^{239}Pu 的裂变份额演化。其间断点为反应堆停机维护、更换原料或者 AD 处于非工作状态。

2.3 反中微子探测器

大亚湾实验将反中微子探测器（AD）放置在每个地下实验大厅（EH）的 10 m 深的水池中，如图 2.7 所示。水池为探测器屏蔽了由天然放射性和缪子诱导的中子产生的伽马射线，水池在光学上被分成两个独立的区域，内部和外部水池屏蔽（IWS 和 OWS），这两个区域都配备了光电倍增管来检测缪子产生的切伦科夫光。水池上方安装了一个四层模块化电阻板室系统（RPC），用于研究缪子和缪子产生的背景噪声干扰。通过对 IWS, OWS 和 RPC 系统的缪子的识别增强了 AD 对缪子

导致的中子背景的选择能力。

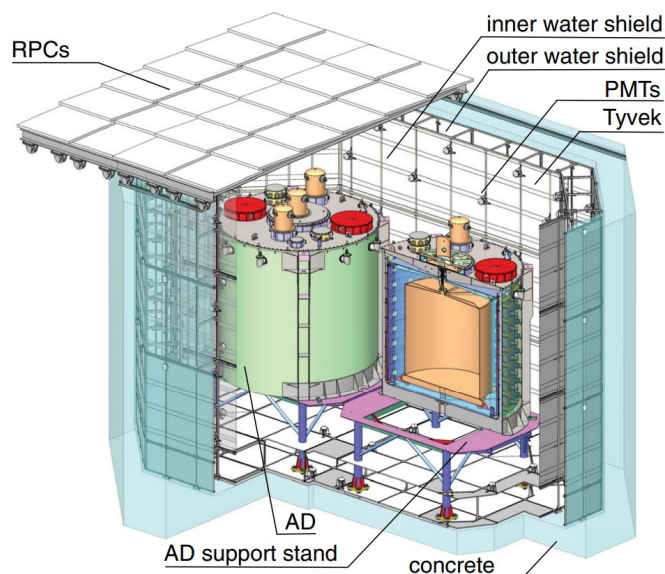


图 2.7 近点探测器系统示意图。顶部覆盖 RPC 系统，提供 μ 识别。水池被分割成 IWS (inner water shield) 和 OWS (outer water shield)，可识别 μ 。PMT 为光电倍增管，Tyvek 为防水隔离层，图来自^[93]。

2.3.1 探测器结构

大亚湾实验的 8 个 AD 采用了全同设计，其结构如图 2.8 所示。每个 AD 由嵌套的三个结构组成。中心是直径 3 m，高 3 m 的圆柱形亚克力容器，称为内部亚克力容器 (IAV)，其内充满了 20 t 基于线性烷基苯的液体闪烁体 (LS)，并掺入了质量分数 0.1% 的 Gd^[98]，因此也被称为 GdLS。Gd (钆) 核可以俘获中子，并发射伽马射线，每次释放的伽马的总能量约为 8 MeV，这种较高的中子俘获能量与自然放射性产生的背景信号有着明显的区分。

IAV 被嵌套在另一个类似的直径 4 m，高 4 m 的亚克力容器中，称为外亚克力容器 (OAV)，其中充满了 22 t 液闪，且没有掺入 Gd 元素，称之为 LS，作为伽马收集器来使用。设置 LS 区域的意义是提高探测器对伽马的收集效率，减少了 GdLS 区域边界效应造成的系统不确定性。

最外层是一个直径 5 m，高 5 m 的不锈钢容器 (SSV) 中，其中充满了矿物油 (MO)。由于 MO 的密度与 GdLS 和 LS 接近，因此平衡了亚克力薄壁的内外压力差。MO 还可以屏蔽 GdLS 和 LS 区域免受来自 SSV 和光电倍增管 (PMT) 中自然放射的伽马射线的影响，并为闪烁光传播到 PMT 提供了透明介质。

每个 AD 使用 192 个 8 英寸 PMT (型号 Hamamatsu R5912) 来收集探测器内部的闪烁光。PMT 安装在每个 SSV 的内圆柱表面上的八个环中，每环有 24 个 PMT。

位于 OAV 上方和下方的镜面反射器 (reflector) 提高了光收集与闪烁区域内位置的一致性。在径向方向, 径向黑色光吸收屏蔽罩 (radial shield) 遮住了 PMT 的光电阴极以外的所有部分。

探测器顶部的液体溢流罐 (overflow tank) 允许 AD 内的液体体积随着温度和压力的变化而发生微小的变化。三个自动刻度单元 (automated calibration unit, ACU) 可通过狭窄的通道进入 GdLS 或者 LS 区域来部署放射源 (^{60}Co 、 ^{68}Ge 和 ^{241}Am - ^{13}C) 和发光二极管^[99]。每隔一段时间, 大亚湾实验就会用这些刻度源对探测器的能量响应进行校准。

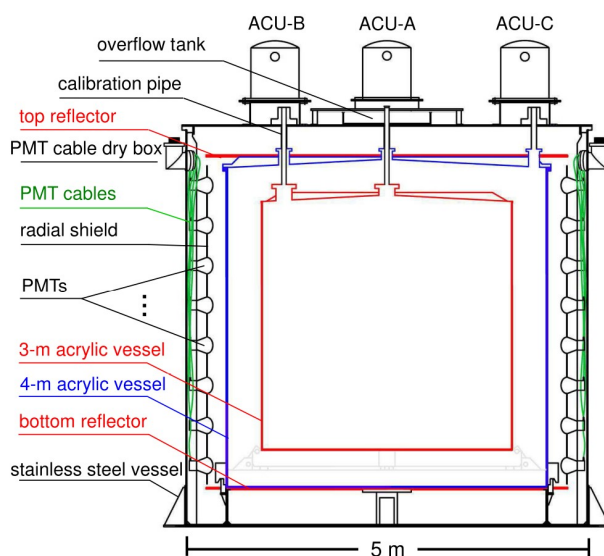


图 2.8 大亚湾实验反电子型探测器 (AD) 剖面图。八个 AD 采用全同的设计, 其主体结构为内部的两个亚克力罐 (IAV, OAV) 和外部的钢罐 (SSV), 顶部为 3 个自动刻度单元 (ACU), 图来自^[86]。

2.3.2 探测原理

反中微子探测 (AD) 是通过反贝塔衰变过程来探测中微子的, 大亚湾实验的 8 个 AD 相当于 8 个量能器, 实验希望它们可以准确的测量出每个相互作用沉积在里面的准确能量, 而探测器能量响应的精确度受到了探测器的能量刻度, 能量分辨率和能量非线性的影响。大亚湾实验的取数工作是分阶段进行的, 本文研究中只选取了其部分时期内的数据。

2.3.2.1 中微子信号探测原理

大亚湾实验探测器仍然采用反贝塔衰变反应（inverse beta decay, IBD）来探测中微子，其反应过程为：



其中 p , e^+ 和 n 分别为质子、正电子和中子。具体的探测过程为：首先 IBD 反应生成的正电子，在液体闪烁体里运动并通过电离相互作用损失能量，然后迅速与电子发生湮灭，并且释放出 2 个 0.511 MeV 的光子，这个过程发生的非常快，称之为快信号（prompt signal）；IBD 反应产生的中子 n 在液体闪烁体经过慢化后，可以被钆核（Gd）俘获释放出总能量为 8 MeV 的光子，称之为 n Gd 俘获，或者被氢核（H）俘获释放出 2.2 MeV 的光子，称为 n H 俘获，中子的俘获方式不同，俘获时间也不同，在大亚湾实验中， n Gd 的俘获时间约为 30 μ s，而 n H 的俘获时间要长的多，约为 200 μ s，无论是 n Gd 还是 n H 过程，相比于正电子的湮灭过程，中子俘获时间相对缓慢，因此被称为慢信号（delay signal）。整个 IBD 反应和信号产生过程如图 2.9 所示，大亚湾实验挑选中微子信号的基本逻辑就是寻找能量和时间符合的快慢信号组合。

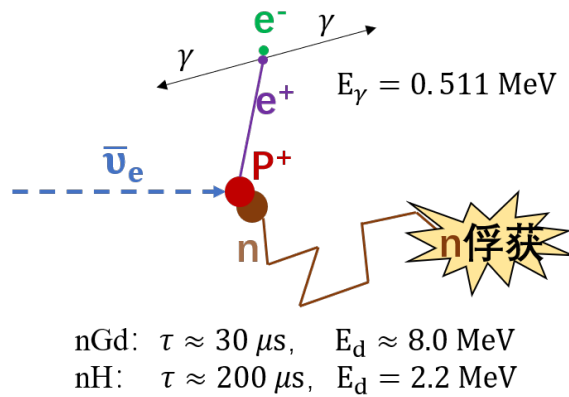


图 2.9 大亚湾实验通过 IBD 反应探测中微子信号示意图。正电子在液闪中损失的能量和两个 E_γ 形成快信号，中子俘获信号为慢信号，图中列出了中子的两种俘获方式（ n Gd 和 n H）的时间特征和能量大小。

正电子的电离和湮灭产生的信号称为快信号能量 E_p ，该在 IBD 反应中该能量与中微子能量的关系为：

$$E_p = T_{e^+} + (2 \times 0.511) \text{ MeV} = E_{\bar{\nu}_e} - 0.78 \text{ MeV} - T_n \quad (2.5)$$

其中 T_{e^+} 是正电子在液闪中损失的动能， $(2 \times 0.511) \text{ MeV}$ 是正负电子湮灭产生能量。基于 IBD 反应公式，带入各粒子的质量，并忽略初始的质子动能，可计算得出

0.78 MeV 和 T_n 。这里 T_n 为中子动能，反应堆中微子的能量要小于 <10 MeV，可知通过 IBD 反应产生的中子动能 (~ 10 KeV) 可以忽略，而对于某些高能中微子的 IBD 反应， T_n 就变的不可忽略了。

2.3.2.2 能量刻度

影响 AD 能量刻度的主要因素分为三项，它们分别是 PMT 校准，AD 光产额和非均匀性的修正。粒子相互作用沉积的总能量与每个 PMT 测量的电荷的校准总和成正比^[93]，大亚湾实验 AD 对沉积能量重建的能量 E_{rec} 为：

$$E_{\text{rec}} = \left(\sum_i \frac{Q_i}{\bar{Q}_i^{\text{SPE}}(t)} \right) \frac{f_{\text{act}}(t)}{N^{\text{PE}}(t)} f_{\text{pos}}(r_{\text{rec}}, t) \quad (2.6)$$

这里 Q_i 是 PMT 原始的电荷记录值， $\bar{Q}_i^{\text{SPE}}(t)$ 每个 PMT 从光电子 (PE) 转换到电荷标度的转换系数，大约 1 个 PE 对应 19 个 ADC。 $f_{\text{act}}(t)$ 是主动 PMT 校正，它是一种无单位因子，用于补偿由于 PMT 损坏造成的收集光的减少。 $N^{\text{PE}}(t)$ 为光产额，它是总 AD 收集到的光子到粒子平均能量的转换，大约每 1 MeV 的能量大约对应 170 个光电子。 $f_{\text{pos}}(r_{\text{rec}}, t)$ 是 AD 中非均匀性校正，也是一个无单位因子，它用于补偿收集光的变化与粒子位置之间的差异。

$\bar{Q}_i^{\text{SPE}}(t)$ 需要确定每个 PMT 的增益大小。PMT 的增益大概是 1×10^7 ，它首先受到电压的影响，然后每个电子通道也会引入了额外的 3% 增益变化，最后每个通道的响应会随着环境条件的变化以及硬件的更换而发生漂移，所以大亚湾实验开发了一种与取数同时进行刻度的方法。在该方法中，PMT 增益是使用与液闪沉积能量不相关的 PMT 的暗噪声确定的^[93]。暗噪声来自于 PMT 内部的热触发，大亚湾实验中 $\bar{Q}_i^{\text{SPE}}(t)$ 每 6 个小时刻度一次，这也是收集足够的暗噪声数据所需要的最短时间。大亚湾实验为了保证所有的数据都是高质量的，会将可疑的 PMT 通道删除，其中最常见的原因就是 PMT 电压不稳定。8 个 AD 同时剔除的 PMT 数量一般在 5 个左右，一个 AD 很少能够超过 1 个。在此情况下，可简单的调整观察到的光子数量 $f_{\text{act}}(t) = \frac{N_{\text{total}}}{N_{\text{active}}}$ ，其中 N_{total} 是 AD 中 PMT 的总数量，而 N_{active} 则是没有被剔除的 PMT 的数量。

光产额由相应能谱中已知伽马射线峰的平均值确定，大亚湾实验使用两种独立且互补的方法估计每 MeV 观察到的 PE 的平均数量 $N^{\text{PE}}(t)$ ，一种方法是每周在探测器中心部署 ^{60}Co ，观测其释放出 2.506 MeV 的伽马光的光产额；另一种方法是收集均匀分布散裂中子，散裂中微子被 Gd 俘获释放出大约 8 MeV 的伽马光。研究发现，两种方法测量的光产额每年都明显下降约 1% 至 1.5%，其来源尚未最终确定^[93]。在运用中 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 的光产额测定是不一样的。在进行 $n\text{Gd}$ 样本数据

分析时，其能量刻度均采用散裂中子 Gd 俘获的约 8 MeV 的伽马光^[93]，而在分析 $n\text{H}$ 样本数据时，重新对能量进行了刻度，它所用的伽马峰为 2.2 MeV 的 $n\text{H}$ 俘获峰^[100]。

观察到的光产率随探测器内粒子相互作用的位置而变化，这种现象称为探测器的非均匀性。这种空间不均匀性归因于探测器的光学特性，主要来自 PMT 的几何接受度。 $f_{\text{pos}}(r_{\text{rec}}, t)$ 校正非均匀性会提高每个探测器的能量分辨率，并提高探测器之间响应的相似性。大亚湾实验开发了两种独立重建位置的方法，一种为电荷中心重建法 (COC)，依据信号在 AD 内的相对位置进行直接修正；一种则是构建了一个电荷模板的库，在径向 r ，高度 z 和 ϕ 角上总共将探测器内部划分为了 9600 个电荷模板，根据粒子重建的位置，使用模板库的数据进行校准。利用重建的位置用来分析 AD 内部光产额的非均匀性，最终两种方法都发现了一致的不均匀性，在 GdLS 和 LS 区域内，分别在垂直和水平方向上观察到 10% 和 17% 的变化。在处理 $n\text{H}$ 数据时，按照第二种方法，根据散裂中子被 H 俘获后释放出的能量，重新分析了非均匀性修正^[100]。

PMT 校准，AD 光产额和空间非均匀性校准校正都随时间而变化。通过检查各种校准参考数据的重建能量随时间的稳定性来评估全能量校准过程的性能。大亚湾实验考虑的整个周期的数据，发现该校准能量刻度方案产生了稳定在 0.2% 以内的偏差。

大亚湾实验利用多种刻度源，尽量覆盖整个中微子能量信号能量区间，并且横跨整个取数时间，利用不同方式进行能量校准和重建，充分分析了 8 个 AD 之间能量刻度的造成的差异。最后发现，8 个 AD 能量刻度的差异与校准和重建方法的选择无关，在 AD 之间的相对能量响应的潜在变化只存在 0.2% 系统不确定性。

2.3.2.3 能量分辨率

大亚湾实验通过蒙特卡洛模拟 (MC) 分析等分析方法，确定了能量分辨率的数学建模形式 $\frac{\sigma_E}{E_{\text{rec}}}$ 为：

$$\frac{\sigma_E}{E_{\text{rec}}} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{E_{\text{rec}}} + \frac{c^2}{E_{\text{rec}}}} \quad (2.7)$$

这里 σ_E 为 E_{rec} 的误差，参数 a 、 b 和 c 分别反映了探测器不均匀性、光电子计数统计和噪声对分辨率的贡献。大亚湾实验给出了参数值 $a=0.016$ ， $b=0.081 \text{ MeV}^{1/2}$ 和 $c=0.026 \text{ MeV}^{1/2}$ 。在进行分辨率分析时，发现是光电子数统计主导的，并且在八个探测器中没有观察到探测器能量分辨率的显著变化。

2.3.2.4 能量非线性

除了探测器之间能量响应的相对校准外，还需要对探测器能量测量进行绝对的校准。虽然绝对能量校准的不确定性对 θ_{13} 的测量影响可以忽略不计，但它影响了中微子质量平方差的测量精度。

在 IBD 反应（公式 (2.4)）中，中子反冲的角分布实际上使得 IBD 反应需要一个小的能量依赖性校正，但是这个校正相对于能量非线性而言可以忽略不计，那么最后最显着的能量偏差来自于 AD 的非线性响应。AD 重建正电子能量相对于真实相互作用能量的非线性来自于两个方面：闪烁体的粒子相关非线性光输出，以及 PMT 信号的电子读数相关的电荷相关非线性。

将 AD 中正电子不同阶段的能量分为真实能量 (E_{true})，可见能量 (E_{vis}) 和重建能量 (E_{rec})。其中 E_{true} 和 E_{vis} 表达的是液闪的非线性，分析时需要借助 Birks 公式：

$$\frac{E_{\text{vis}}}{E_{\text{true}}} = \beta_{\text{vis}} [f_q(E_{\text{true}}, k_B) + k_c f_c(E_{\text{true}})] \quad (2.8)$$

其中 E_{true} 为初始的正电子能量， E_{vis} 是液闪中沉积的所有能量。 β_{vis} 是归一化常数， f_q 为电子淬灭与 E_{true} 的占比， k_B 为电子的 Birks 常数，最后一项为切伦科夫光的贡献，切伦科夫光的产生有能量依赖性，会将闪烁光的产出提高百分之几的水平 (f_c)，这也引起了额外的非线性。依赖于数据分析和 Geant4 模拟，可得出 f_q 和 f_c 值。

由电子器件引起的电荷非线性源于检测到的光的时间分布和读出电子器件的响应的复杂相互作用，这在单个 PMT 通道级别上不容易校准。所以电子器件产生的非线性是通过数学建模分析的，其数学形式为：

$$\frac{E_{\text{rec}}}{E_{\text{vis}}} = \beta_{\text{rec}} \left[1 + \alpha \exp \left(-\frac{E_{\text{vis}}}{\tau} \right) \right] \quad (2.9)$$

β_{rec} 是归一化常数，其中 α 确定非线性的幅度， τ 为能量依赖性。因此，将 E_{rec} 与 E_{true} 相关联的完整能量模型包含四个自由参数：Birks 常数 k_B 、切伦科夫辐射的贡献 k_c 以及电子模型的两个参数 α 和 τ 。定义 β_{vis} 和 β_{rec} 的乘积，使得在 Gd 上中子俘获的参考能量下，使得 $E_{\text{rec}} = E_{\text{true}}$ 。AD 之间的非线性没有明显偏差，因此所有八个 AD 都使用了一个通用模型。参数值来自于各种 AD 校准数据的无约束的 χ^2 拟合。AD 对正电子响应的非线性如图 2.10 所示，对于大于 2 MeV 的正电子能量，精度要优于 0.5%。

上述方法在分析能量响应模型时，使用的 8 个探测器的数据拟合同一个 χ^2 方程，因此图 2.10 的不确定性还包括了 AD 之间绝对能标差异带来的偏差。而在分析 $n\text{H}$ 样本数据时，虽然使用了相同的非线性曲线，但是根据散裂中子在 H 俘获上的

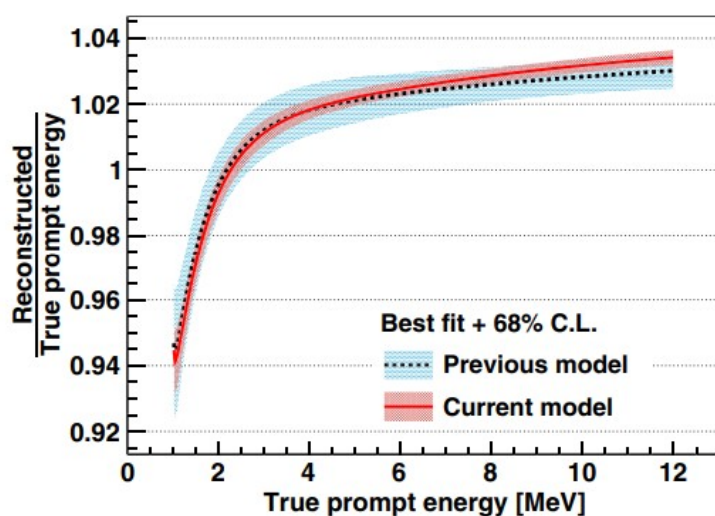


图 2.10 重建能量 E_{rec} 与真实能量 E_{true} 之间的关系。2018 年更新后的模型及其不确定性（红色）与之前的模型（蓝色）。图来自^[35]

峰值重新对齐了单个 AD 的能标，因此 AD 之间依然存在着 1% 的绝对能标刻度带来的差异^[100]。

2.3.2.5 数据采集

大亚湾实验的 AD 的取数情况是分阶段的，从 2011 年到 2020 年的十年间，就同时工作的 AD 个数而言可以分为 6-AD 时期，8-AD 时期和 7-AD 时期，其数据采集具体情况如下：

1. 2011 年 12 月 24 日 ~ 2012 年 7 月 28 日，此时大亚湾实验只完成了 6 个 AD 的装配工作，其 AD 具体分配为：EH1 两个，EH2 一个和 EH3 三个，该阶段称之为 6-AD 时期。
2. 2012 年 10 月 19 日 ~ 2016 年 12 月 20 日，此时大亚湾实验的 8 个 AD 全部处于取数状态，称之为 8-AD 时期。
3. 2016 年 12 月 20 日 ~ 2020 年 12 月 12 日，此时只有 7 个 AD 的处于工作状态，EH1 中一个 AD 由于进行液闪方面研究而退出了取数行列，该阶段为 7-AD 时期。

本文分析的数据来自 2011 年 12 月 24 日 ~ 2017 年 8 月 31 日之间获取的 1958 天的实验数据，其中包含了 217 天的 6-AD 时期数据，1524 天的 8-AD 时期数据和 217 天的 7-AD 时期数据。

2.3.3 中微子靶质子数

在探测器中 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 核俘获过程发生的区间是不一致的。 $n\text{Gd}$ 俘获过程只发生在中心的 GdLS 区域内，但是 AD 中所有含有氢的部位都可以发生 $n\text{H}$ 俘获过程，这包含了 GdLS, LS, IAV, OAV 和 MO 区域，其他 (Other) 的如反射板和径向屏蔽罩。

由于通过 IBD (公式 (2.4)) 来探测中微子，质子的数量与可探测的中微子数量成正比，所以测量反应靶中的质子数就变的非常关键。不同区域内的质子数量 N_ν^p 的计算公式为：

$$N_\nu^p = \frac{F_\nu^{\text{H}} \cdot M_\nu \cdot N_A \cdot I^{1\text{H}}}{m^{\text{H}}} \quad (2.10)$$

这里下标 ν 代表不同的探测器区域，包含了 GdLS, LS, IAV, OAV, MO 和 Other 区域， F_ν^{H} 是氢在某区域 ν 内的质量分数， M_ν 是该区域的质量， N_A 是阿伏伽德罗常数， $I^{1\text{H}}$ 是氢 (气) 的丰度， m^{H} 是氢原子量。

LS 由线性烷基苯 (LAB, $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$), PPO ($\text{C}_{15}\text{H}_{11}\text{NO}$) 和 bis-MSB 组成，其中 LAB 为溶剂，粒子在其内部发生淬灭发光，PPO 为荧光剂，作用是提高 LAB 的发光效率，bis-MSB 为波长位移剂，将发出光的波长移动到 PMT 的灵敏区域内。GdLS 在 LS 的基础上，还含有质量分数为 0.1% 的 Gd 和少量的 THMA ($\text{C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2$)。成份的差异使得 $F_{\text{GdLS}}^{\text{H}}$ 和 F_{LS}^{H} 不完全一致，北京大学和布鲁克海文国家实验 (Brookhaven National Laboratory, BNL) 利用燃烧法测量了 CH 比例，最终计算得出大亚湾实验所用的 GdLS 和 LS 中 H 的质量分数如表 2.6 所示。若采用表中联合分析的 H 质量分数结果，我们会发现 GdLS 的相对误差为 0.92%，而 LS 为 0.66%。由于 GdLS 和 LS 的成分相差太小，我们采用一个保守的估计，认定 LS 的误差也为 0.92%。并且由于数据测量全部采用燃烧法，故 0.92% 的误差也被认定为两个区域内是相关的。

表 2.6 燃烧法定定的 GdLS 和 LS 中 H 的质量分数 F^{H} 及联合分析的结果，单位为%，数据来自^[101]。

	北京大学	BNL	联合分析
GdLS	11.98±0.13	12.23±0.23	12.02±0.11
LS	11.95±0.13	12.27±0.21	12.14±0.08

大亚湾测定 MO 的质子质量分数约为 13.53%^[102]，由于通过 MO 可探测到的 $n\text{H}$ 俘获事例实在太少，它对 IBD 事例的影响的误差可以忽略。而 IAV, OAV 和其他部分的主要成份为亚克力 ($\text{C}_5\text{O}_2\text{H}_8$)，H 含量的误差为 1%，其质量分数 $F_{\text{亚克力}}^{\text{H}}$

为:

$$F_{\text{亚克力}}^{\text{H}} = \frac{1.0078 \times 8}{12.0107 \times 5 + 15.9949 \times 2 + 1.0078 \times 8} \approx 8.05\% \quad (2.11)$$

在罐体制作和液闪罐装过程中, 可以测量 AD 不同区域的质量, 其结果展示在表2.7。LS 区域的液闪也包括容器顶部溢流设备和底部剩余液闪, 这些区域内的 $n\text{H}$ 俘获事例已经几乎探测不到了, 所以区域 LS 质量需要扣除 (表格中已经扣除)。有些难以测量到的质量, 例如 Other (包括反射板等), 统一采用了某个 AD 中的估算质量, 由于在 Other 上面发生的 $n\text{H}$ 俘获事例很难被探测到, 其对总体中微子测量的贡献微乎其微, 所以该做法对测量结果造成的偏差同样可以忽略。

表 2.7 大亚湾实验近点的 4 个 AD 中不同区域的质量, 单位 kg。数据来自^[102]

	GdLS	LS	IAV	OAV	MO	Other
EH1-AD1	19941	21606	907	1851	36444	939
EH1-AD2	19967	21520	916	1876	36472	939
EH2-AD1	19891	21587	915	1810	36240	939
EH2-AD2	19944	21450	950	1860	36348	939
EH3-AD1	19917	21566	945	1860	36292	939
EH3-AD2	19987	21408	965	1960	36248	939
EH3-AD3	19892	21652	920	1985	36414	939
EH3-AD4	19931	21474	945	1910	36520	939

本文认为不同 AD 之间的质量误差是不相关的, 例如 GdLS 的质量误差为 0.03%, LS 为 0.13%, IAV, OAV 和 Other 被认为一个整体它们的质量误差约为 0.5%, MO 仍然不考虑它们的质量误差。最终质子数的误差就由来自 H 质量分数的 AD 相关误差和来自质量测量的 AD 非相关误差两部分构成。

第3章 大亚湾反应堆中微子实验数据分析

数据分析工作的第一步是从探测器得到的原始数据中选择出候选信号。由于EH3的AD距离反应堆较远，三代中微子的振荡效应明显，因此在研究反应堆中微子流强和能谱时，一般只选取距离反应堆较近的AD的数据，对大亚湾实验而言就是EH1和EH2的四个近点AD的测量数据。

为了保持大亚湾中微子实验分析工作的前后一致性，在进行事例选择工作时，本文使用了大亚湾 θ_{13} 分析工作中设置的选择条件。选择出来的候选信号并不全都是中微子IBD事例，仍有一些残余本底信号需要在候选信号中除去，例如偶然符合本底，关联本底等等。

本章前半部分内容将介绍大亚湾实验的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 的事例选择工作，选择过程中对应的效率误差，以及本底扣除工作。后半部分内容将介绍如何去预测探测器AD所观测到的中微子，其中关键的一步就是如何把中微子能谱转换为IBD快信号能量。最后在IBD总量和能谱两个方面，比较测量与预测的差异。

3.1 中微子IBD事例选择

大亚湾实验数据的存储结构在时间上并没有对齐反应堆提供的功率和裂变份额数据，为了方便本文后面中微子IBD事例随着反应堆裂变材料燃耗的演化分析，第一步就是要对数据以周为单位进行切割再组合。大亚湾实验中的AD会记录下每个超过阈值的触发信号，而不会区分触发信号的来源，中微子的IBD反应信号便淹没在众多触发信号中，只有筛选出中微子IBD事例的信号，才能进行后来的物理分析工作。

3.1.1 以周单位的原始数据划分

大亚湾实验进行数据采集时，EH将某个时间段内采集数据打包在一起，称为run。大亚湾实验每周大约要开启三个run，因此实验获取的原始数据就被分割成了大量的run，例如从2011年到2017年这段时间内，EH1总共拥有可用的1035个run，EH2拥有1034个run。

不同于 θ_{13} 在总体测量数据上的分析，本文在进行演化分析时，大亚湾实验的测量数据需要对准反应堆每周的运行情况。因此在事例筛选前，本文要根据反应堆的运行情况，利用每个run内部记录的信号时间，对EH采集的run进行了合并或者切割，以满足AD测量数据和反应堆功率、同位素裂变份额的对应关系。

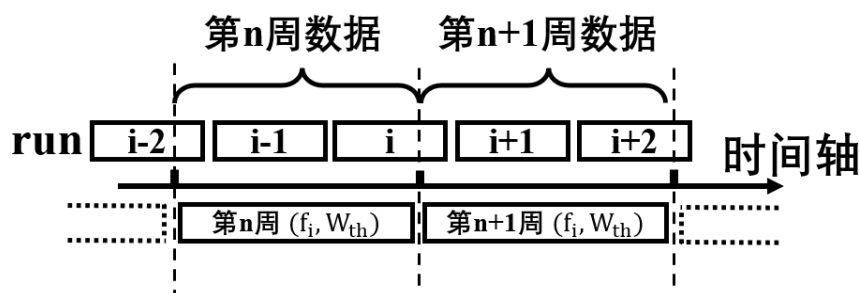


图 3.1 大亚湾实验数据中的 run 的切割合并示意图。竖直的虚线代表切割线。需要切割 run 的原因为大亚湾实验的反应堆信息（裂变份额 f_i 和热功率 W_{th} ）都是以时间单位“周”给出的。

图3.1展示了本文在切割 run 时的操作逻辑，由于本文只使用了大亚湾 297 周的测量数据，每个 EH 能够被切割的 run 必然小于等于 297 个。参考文献^[35]，该时期内大亚湾近点探测器总共探测到了 3.5×10^5 个中微子，切割引起的中微子 IBD 事例丢失情况可以忽略不计。

3.1.2 中子钷俘获样本中微子 IBD 事例选择条件

本文选择的选择条件为清华设计的 $n\text{Gd}$ 样本筛选条件，该条件筛选出的数据曾经用于 θ_{13} 的独立分析工作^[93]，是大亚湾合作组中数据分析横向对比的重要组成部分，其分析与已知发表文献一致，这里直接引用了此筛选条件，该选择条件展示在表3.1中。

前期的信号处理包括触发选择，探测器响应延迟，缪子反符合和 PMT 自发光选择等。触发（Trigger）与 AD 探测器的设计相关，只有过阈值的信号才会被使用。探测器响应延迟（Detector latency）的原因是因为水池和 AD 的电子学系统为独立的两部分，它们之间存在大约 $2 \mu\text{s}$ 的物理延迟。缪子的鉴定包括了水池缪子（Pool μ ），AD 缪子和缪子造成的簇射（Shower μ ），对这三种缪子事件，设置对应的反符合时间 Pool μ veto，AD μ veto 和 Shower μ veto 来减少缪子对中微子探测的影响。PMT 在工作期间可能会自发光（PMT flasher），需要鉴定 8 英寸和 2 英寸 PMT 自发光（8 Inch flasher, 2 Inch flasher）的条件。

前期工作处理完毕后，进入中微子 IBD 事例的挑选过程。设置低能选择（Low energy cut）时， $n\text{Gd}$ 样本只需要大于 0.7 MeV 即可。在选择快慢信号的符合时间窗时（Coincidence time），参考 $n\text{Gd}$ 的俘获时间 $30 \mu\text{s}$ ，该样本的符合时间窗定为 $200 \mu\text{s}$ 保证足够多的快慢符合事例能够被选择出来。 $n\text{Gd}$ 样本慢信号能量峰值为 8 MeV ，参考该值， $n\text{Gd}$ 的慢信号能量选择区间为 $(6, 12) \text{ MeV}$ 。

在选择快慢信号符合的中微子 IBD 事例时，还引入了另外一项选择条件，称为多重数选择（multiplicity cut），它的作用是在时间轴上将每个中微子 IBD 事例孤

立起来，排除前后符合事例之间的干扰。例如 $n\text{Gd}$ 样本的数据，它需要保证没有信号落在每个中微子 IBD 事例快信号前 $200\ \mu\text{s}$ 和慢信号的后 $200\ \mu\text{s}$ 的区间内。

3.1.3 中子氢俘获样本中微子 IBD 事例选择条件

本文使用的 $n\text{H}$ 样本选择条件同样为清华自主设计，并且也应用在了测量 θ_{13} 分析中^{[92][100]}，该选择条件展示在表3.1。

在一些数据的前期处理上 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 的选择条件几乎是一致的，但是在参考文献^[100]中，在 $n\text{H}$ 数据选择时需要对残余的 PMT 自发光事件（Residual flasher）进行扣除。

进入筛选中微子 IBD 事例后，与 $n\text{Gd}$ 样本的选择条件出现了差异。在设置低能选择（Low energy cut）时， $n\text{H}$ 样本需要大于 $1.5\ \text{MeV}$ 才能保证良好的信噪比。符合时间窗（Coincidence time）的选择也不相同，参考 $n\text{H}$ 的俘获时间 $200\ \mu\text{s}$ ，该项符合时间窗的宽度定义为 $1500\ \mu\text{s}$ 。 $n\text{H}$ 样本慢信号能量峰值为 $2.2\ \text{MeV}$ ，该慢信号能量与许多天然放射性本底信号混杂在一起，因此 $n\text{H}$ 样本需要对 $2.2\ \text{MeV}$ 峰进行拟合，而慢信号的选择能量需要落在拟合峰值 3 倍标准偏差范围内。表中最后一项距离选择（Distance cut）主要为了解决 $n\text{H}$ 俘获过长的俘获时间而引入的空间选择，在选择 $n\text{H}$ 的慢信号时不仅需要时间上的条件，也需要空间上的符合。与 $n\text{Gd}$ 样本一致， $n\text{H}$ 样本也加入了多重数选择。

3.2 选择效率及其误差分析

在按照中微子 IBD 事例的选择条件进行事例筛选时，有的会造成时间上的损失，例如扣除缪子影响的反符合时间；有的会造成事例上的损失，例如 IBD 的快慢信号能量等条件。本节将分析选择条件的效率，并且估算它们的不确定性。

3.2.1 缪子反符合和多重数选择效率

一般将探测器正常工作的时间周期称之为活时间（live time），表3.2展示了近点探测器的总活时间，扣除缪子反符合时间，多重数选择带来的修正效率（ $\epsilon_{\mu} \times \epsilon_m$ ）。由于时间准确性和大统计量的数据，效率修正 $\epsilon_{\mu} \times \epsilon_m$ 一般被认为是没有偏差的。图3.2展示了大亚湾实验 297 周原始数据的 $\epsilon_{\mu} \times \epsilon_m$ 值，可以发现该值在整个探测周期内还是比较稳定的。

表 3.1 本文使用的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本选择条件, 文献参考^[93]^[100]^[92]。本文实验的选择条件中也包含了文献^[100]中的残余 PMT 自发光的选择, 表中并没有列出。

选择项目		$n\text{Gd}$ 样本	$n\text{H}$ 样本
触发	Trigger	$N_{\text{PMT}}^{\text{Hit}} \geq 45$ or $E_{\text{sum}} \geq 65$ PE	
探测器延迟	Detector latency	$2 \mu\text{s}$	
水池缪子	Pool μ	$\text{IWS} > 12$ or $\text{OWS} > 15$	
AD 缪子	AD μ	$E > 20\text{MeV}$	
缪子簇射	Shower μ	$E > 2.5\text{GeV}$	
水池缪子反符合时间	Pool μ veto	$(-2, 400) \mu\text{s}$	
AD 缪子反符合时间	AD μ veto	$(-2, 800) \mu\text{s}$	
缪子簇射反符合时间	Shower μ veto	$(-2, 1000) \mu\text{s}$	
8 英寸 PMT 自发光	8 Inch flasher	Ellipse cut	
2 英寸 PMT 自发光	2 Inch flasher	$\text{MaxQ} < 100$ P.E.	
低能选择	Low energy cut	> 0.7 MeV	$> 1.5\text{MeV}$
快慢信号符合时间窗	Coincidence time	$(1, 200) \mu\text{s}$	$(1, 1500) \mu\text{s}$
慢信号能量选择	Delay energy cut	$(6, 12)\text{MeV}$	3σ
距离选择	Distance cut	N/A	$\text{DT} < 800\text{mm}$

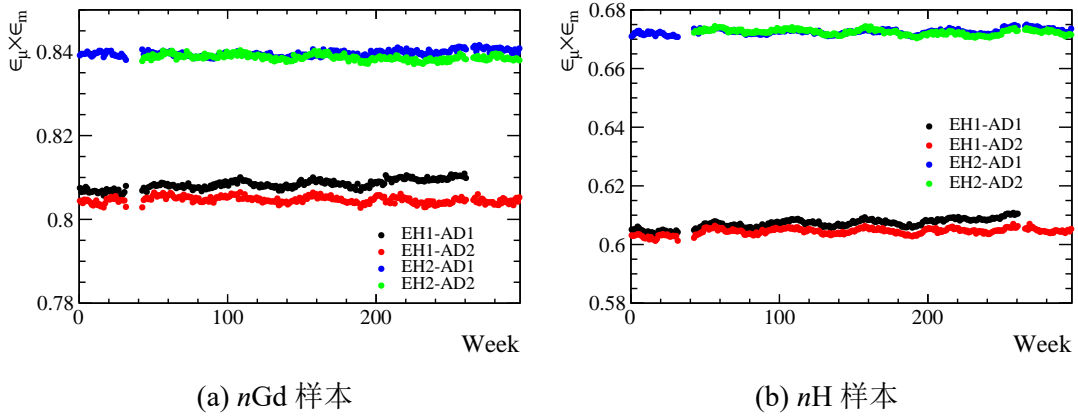
 表 3.2 大亚湾实验 4 个近点 AD 的活时间, 扣除缪子反符合时间和多重数选择后的时间效率。两个样本的活时间相同, 但是 $\epsilon_{\mu} \times \epsilon_m$ 效率不相同。

	EH1-AD1	EH1-AD2	EH2-AD1	EH2-AD2
活时间 [天]	1536.62	1737.62	1741.24	1554.04
$\epsilon_{\mu} \times \epsilon_m (n\text{Gd 样本})$	0.8084	0.8047	0.8396	0.8387
$\epsilon_{\mu} \times \epsilon_m (n\text{H 样本})$	0.6071	0.6044	0.6025	0.6724

3.2.2 探测效率及其误差

表3.3展示了其他各种选择条件的效率及误差, 有的效率估计来自于探测器数据分析, 有的效率估计来自于模拟分析, 该误差被分为两部分, 一部分是 AD 之间保持一致的系统误差称之为 AD 相关误差, 而另一部分为 AD 之间相互独立的系统误差称之为 AD 不相关误差。这些效率的乘积就是 AD 的探测效率 ϵ^{Det} :

$$\epsilon^{\text{Det}} = \epsilon^{\text{Flasher}} \times \epsilon^{\text{Low}} \times \epsilon^{\text{Coin}} \times \epsilon^{\text{Delay}} \times \epsilon^{\text{DT}} \quad (3.1)$$


 图 3.2 大亚湾实验中 297 周的两个数据样本的 $\epsilon_\mu \times \epsilon_m$ 值。

这里 $\epsilon^{\text{Flasher}}$ 为 PMT 自发光造成的效率亏空, ϵ^{Low} 由 0.7 MeV 或者 1.5 MeV 条件引起的选择效率, ϵ^{Coin} 符合时间窗的选择效率, ϵ^{Delay} 慢信号选择效率, ϵ^{DT} 距离选择效率。

表 3.3 大亚湾实验选择条件的效率及对应的误差, 误差分为 AD 相关和不相关两部分, 所有选择效率的乘积就是 AD 的探测效率。

项目	$n\text{Gd}$ 样本 ^{[86] [93]}			$n\text{H}$ 样本 ^{[92] [100]}		
	效率	误差 1 AD 相关	误差 2 AD 不相关	效率	误差 1 AD 相关	误差 2 AD 不相关
PMT 自发光 $\epsilon^{\text{Flasher}}$	99.98%	0.01%	0.01%	N/A	N/A	N/A
低能选择 ϵ^{Low}	99.88%	0.10%	0.01%	92.00%	0.27%	0.17%
符合时间窗选择 ϵ^{Coin}	98.57%	0.12%	0.01%	99.81%	~0%	0.10%
慢信号能量选择 ϵ^{Delay}	81.48%	0.74%	0.13%	38.26%	1.10%	0.20%
DT 选择 ϵ^{DT}	N/A	N/A	N/A	69.31%	0.04%	0.25%
总探测效率 ϵ^{Det}	80.25%	0.76%	0.13%	24.25%	1.14%	0.38%

除每项效率自身误差以外, 由于本文还将进行 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的联合分析, 因此每项误差之间的相关性非常关键。本文下面将依次介绍每项效率的误差来源, 并由此分析 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 之间的相关性。

3.2.2.1 PMT 自发光 $\epsilon^{\text{Flasher}}$

根据特征分析很少能将正常的中微子 IBD 事例错判为 PMT 自发光, 但是对于低能量事件或非常接近 PMT 的事件, 辨别能力会降低, 通过计算此类事件, 由于 PMT 打火选择而导致的 IBD 选择的效率亏空值估计为 0.02%, 不相关的误差为

0.01%^[88]。在 nH 分析中扣除 PMT 自发光残余后，忽略了它可能对中微子 IBD 事例探测效率影响^[100]。本文分析中，由于 nH 样本中 $\epsilon^{\text{flasher}}$ 的缺失，故认为该项误差是 nGd 和 nH 样本之间不相关的。

3.2.2.2 低能选择 ϵ^{Low}

低能选择其实就是快信号能量 E_p 选择，因为它主要就 IBD 快信号的起始能量上进行选择。该选择效率由大亚湾实验的模拟程序 NUWA 给出该效率的中心值，其操作方法为输入一个标准的中微子能谱，使用低能选择条件 (Low energy cut) 选择，高于阈值的中微子 IBD 事例数与总体中微子 IBD 事例的比值就是该项选择效率值。由于 nGd 样本的阈值为 0.7 MeV，而 nH 样本的阈值为 1.5 MeV，因此 nGd 的 ϵ^{Low} 是要明显高于 nH 样本的效率。

影响低能选择效率的主要三项：探测器几何（主要是 IAV 和 OAV），相对和绝对能标刻度引起的能谱变化。它们造成的误差大小，以及 nGd 和 nH 之间的相关性如表3.4所示。

表 3.4 大亚湾实验的低能选择条件 ϵ^{Low} 误差的来源、两个样本中的效率不确定性大小和样本相关系数。

误差来源	误差相关性	nGd 样本误差 ^[93]	nH 样本误差 ^[100]	样本相关系数
OAV/IAV	AD 不相关	N/A	0.10%	0
相对能标	AD 不相关	0.01%	0.14%	0
绝对能标	AD 相关	0.10%	0.27%	1

IAV 和 OAV 的几何厚度具有一定偏差，如果进行 NUWA 模拟时改变它们厚度就会发现探测器产生 IBD 能谱也作出了相应的微弱的变化，这种能谱变化对 ϵ^{Low} 造成偏差为 0.10%^[100]。 nGd 的分析集中于 GdLS 区间，暂未考虑 IAV 和 OAV 造成的效率偏差，故 nGd 和 nH 相关系数为 0。

nGd 分析相对能标刻度时使用的刻度源为 ^{60}Co ，GdLS 的边界与中心有 2% 的能标差异，保守的根据这个能标差异调整能谱，发现其造成的效率偏差为 0.01%。 nH 的 AD 之间相对能标刻度时使用的源为散裂中子源，且 AD 之间存在 0.5% 的能标差异，以 0.5% 的差异去改变探测器能标刻度，发现能谱形状的改变对 ϵ^{Low} 产生了 0.14% 的效率偏差。由于在分析相对能标刻度时， nGd 和 nH 所用的刻度源和方法皆不相同，故该项误差也认为是 nGd 和 nH 不相关的，即相关系数为 0。

nGd 分析中 AD 之间相关的绝对能标刻度的不确定性约为 1%，对应 ϵ^{Low} 效率的不确定性估计为 0.10%^[88]。 nH 分析同样发现了这个 1% 的绝对能标刻度不确

定性，其影响能谱进而造成效率偏差为 0.27%^[100]。由于绝对能标刻度造成的偏差的来源一致，故这项误差的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 相关系数为 1。

3.2.2.3 符合时间窗选择 ϵ^{Coin}

$n\text{Gd}$ 符合时间窗 ($1 < \Delta t < 200 \mu\text{s}$) 和 $n\text{H}$ 符合时间 ($1 < \Delta t < 1500 \mu\text{s}$) 的消减效率为 98.6% 和 99.81%，其中 $n\text{Gd}$ 中约 0.2% 消减， $n\text{H}$ 中几乎全部的 0.19% 的消减都来自 $\Delta t < 1 \mu\text{s}$ 的选择， $n\text{Gd}$ 选择条件还有 1.2% 的消减效率来自 $\Delta t > 200 \mu\text{s}$ ，而 $n\text{H}$ 的时间窗足够长 ($1500 \mu\text{s}$) 导致该项的带来的消减效率几乎为 0。

ϵ^{Coin} 效率误差源自于中子俘获寿命的误差，首先中子俘获寿命本身存在实验和理论上的偏差，此外 Gd 浓度或者温度造成的密度偏差都会影响中子的俘获寿命。在 $n\text{Gd}$ 样本分析中，根据 Am-C 刻度数据和模拟的捕获时间的差异，相关效率不确定性被评估为 0.12%^[88]。同样，在 $n\text{H}$ 样本分析中，中子 LS 区域中被 H 俘获时间分别为 209 μs (模拟) 和 217 μs (数据)^[92]，不过由于 $n\text{H}$ 所用的 1500 μs 的时间窗足够长，使得中子俘获寿命的理论偏差带来的效率不确定性可以忽略。

在 $n\text{Gd}$ 样本中，AD 不相关的误差来自 Gd 浓度变化和可能触发的时间游走效应，该项造成的效率不确定性评估为 0.01%。 $n\text{H}$ 样本分析时，同样由于 1500 μs 足够长，密度带来的变化可以忽略。最后在 $\Delta t > 1 \mu\text{s}$ 的选择条件使得不同 AD 之间出现了 0.1% 的效率偏差^[100]，而这是 $n\text{Gd}$ 样本所没有观测到的。

表 3.5 大亚湾实验中符合时间窗效率 ϵ^{Coin} 的误差来源、分两个样本中造成的效率不确定性大小，以及样本相关系数。

误差来源	误差相关性	$n\text{Gd}$ 样本误差 ^[93]	$n\text{H}$ 样本误差 ^{[92] [100]}	样本相关系数
浓度(密度)等	AD 不相关	0.01%	~0	0
模拟和数据差异	AD 相关	0.12%	~0	0
$\Delta t > 1 \mu\text{s}$	AD 不相关	~0	0.10%	0

3.2.2.4 慢信号能量选择 ϵ^{Delay}

在慢信号选择方式上 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本出现了较大不同，由于中子被 Gd 核俘获释放出的伽马光总能量很高达到了 8 MeV，在该区域内的信噪比非常好，所以 $n\text{Gd}$ 事例筛选时可以选择一个比较宽的慢信号能量区间 (6, 12) MeV。中子 H 核俘获释放能量仅有 2.2 MeV，该能量距离本底能量区间较近，故不能像 $n\text{Gd}$ 那样使用如此宽的慢信号区间，因此清华设计选择慢信号的方法为：先拟合每个 AD 的 $n\text{H}$ 俘获产生的信号峰，然后拓展 3 倍标准偏差的宽度^[100]。

造成 ϵ^{Delay} 效率不确定性的来源主要有探测器能标刻度带来的差异，模拟与数据之间的差异，其中模拟与数据的差异包含了中子散射的模型，中子 Gd 俘获模型和模拟统计偏差等，如表3.6所示。

表 3.6 大亚湾实验中慢信号选择条件效率 ϵ^{Delay} 的误差来源，分别在 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本中效率误差大小，样本相关系数。

误差来源	误差相关性	$n\text{Gd}$ 样本误差 ^{[93] [86]}	$n\text{H}$ 样本误差 ^{[100] [103]}	样本相关系数
能标刻度	AD 不相关	0.12%	0.2%	0.6
中子散射模型	AD 相关	0.38%	1.10%	1
中子 Gd 俘获模型	AD 相关	0.42%	N/A	0
模拟统计	AD 相关	0.15%	<0.1%	0

在 $n\text{Gd}$ 样本分析中，发现了 AD 中 0.5% 的能标不对称性，它将会改变慢信号能谱，从而导致 0.12% 大小的 AD 不相关的 ϵ^{Delay} 效率误差^[88]。 $n\text{H}$ 样本分析中，使用了散裂中子 H 俘获的 2.2 MeV 伽马峰值刻度，评估慢能量选择效率不确定性的方法为：分析每个 AD 中散裂中子 $n\text{H}$ 俘获与 $n\text{Gd}$ 的事例的比值 ($N_{n\text{H}}/N_{n\text{Gd}}$)。如图3.3所示， $N_{n\text{H}}/N_{n\text{Gd}}$ 的比值具有 0.16% 的不确定性^[103]，故能标刻度造成的 $n\text{H}$ 样本的效率误差就为 $\sqrt{(0.12\%)^2 + (0.16\%)^2}$ ，其中 0.12% 来自于 $n\text{Gd}$ 的贡献。

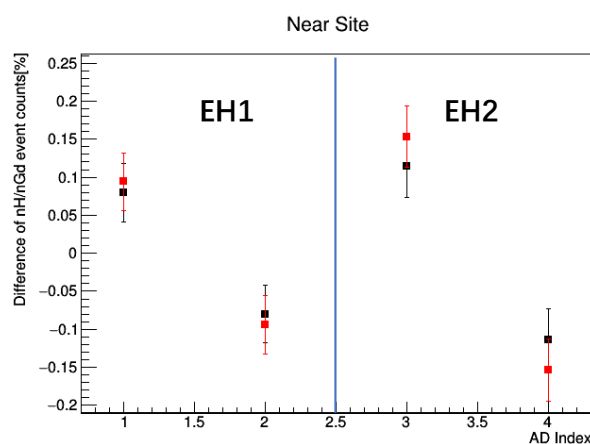


图 3.3 每个近厅 AD 拟合能量峰中散裂 $n\text{H}/n\text{Gd}$ 与所有近厅拟合数据的平均值的差异，可以看到其相对差异为 0.16%，而 $n\text{Gd}$ 本身的 AD 之间相对差异为 0.12%，因此可以确定 $n\text{H}$ 的差异为 $\sqrt{(0.12\%)^2 + (0.16\%)^2}$ 。两个颜色数据点来自于两种不同的处理方式。图和数据来自^[103]。

在大亚湾实验模拟过程中，大亚湾模拟程序 NUWA 使用了不同的中子散射模型，它们的散射截面如图3.4所示，在（液闪，亚克力）两个区域内共研究了五种组合：a（water, free gas），b（water, poly），c（poly, poly），d（poly, free gas）和 e（free

gas, free gas)。对于 Gd 中子俘获伽马能量的多重性分布，选择了四种不同的模型：1 原生 Geant4 模型，2 具有光子蒸发过程的 Geant4 模型，3 基于核 L. Groshev 等人的数据，4 基于加州理工学院测量的 nGd 捕获单伽马分布的模型。

通过刻度数据和模拟数据的比较，最佳中子散射模型为 (water, poly)，最佳 Gd 中子俘获模型为原生 Geant4 模型。比较各个模型之间的差异，确定了中子散射的模型造成的 ϵ^{Delay} 偏差为 0.38%，Gd 中子俘获的造成的偏差为 0.42%，同时还要考虑 NUWA 模拟的统计误差约为 0.15%^[86]。

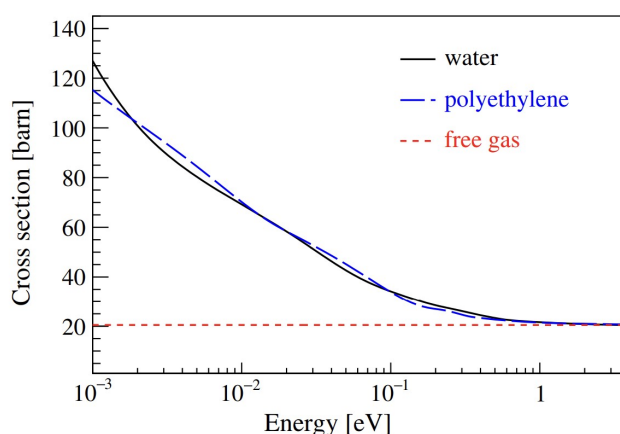


图 3.4 三个散射截面与中子动能的函数，数据是从 Geant4 模拟中提取的。图来自^[86]

在 nH 样本数据的分析中，参考了文献^[86]中使用的方法，分析了多种（液闪，亚克力）中子散射模型组合对 ϵ^{Delay} 的影响，结果在表3.7中，与 nGd 不同的是 nH 分析中不需再考虑 Gd 的中子俘获模型。为了简化确定 ϵ^{Delay} 误差的操作，继承 nGd 分析中的（液闪，亚克力）组合 (water, poly) 为最佳中子散射模型的组合，由它们给出 ϵ^{Delay} 的中心值，并且通过模拟不同（液闪，亚克力）中子散射模型的组合来分析 ϵ^{Delay} 的误差大小。根据表3.7的显示，其中最大与最小效率差异的一半作为中子散射模型的误差，最终确定中子散射模型在 nH 样本分析中造成的 ϵ^{Delay} 偏差为 1.10%（相对误差），本文所作的模拟的统计量巨大，故统计偏差可以忽略。

表 3.7 nH 分析中，不同中子散射模型组合下产生的慢信号选择效率 ϵ^{Delay} 。模拟该数据时并没有加入 MO 区间的模拟，因此该数据中心值与表3.3存在微小的差异。不同组合最大值与最小差异的一半便是中子散射模型造成的 ϵ^{Delay} 误差。

(液闪, 亚克力) 中子散射模型组合	(water, free gas)	(water, poly)	(poly, poly)	(free gas, free gas)
ϵ^{Delay}	39.28%	39.91%	39.39%	39.03%

3.2.2.5 DT 选择 ϵ^{DT}

$n\text{Gd}$ 分析中，并未使用距离选择条件，没有此项误差。而最新的 $n\text{H}$ 分析方法中，使用了不同于之前的仅仅距离选择条件，而是一种距离和时间结合的方法 DT (Distance-time)^[100]，其表达式为：

$$\text{DT}[\text{mm}] = d[\text{mm}] + \frac{1000[\text{mm}]}{600[\mu\text{s}]} \times t[\text{s}] \quad (3.2)$$

这里 d 是快慢信号之间的距离， t 是快慢信号之间相隔的时间， $\frac{1000[\text{mm}]}{600[\mu\text{s}]}$ 是 IBD 产生的中子在液闪中的平均速度。在近点 AD 中，如果本文使用 $\text{DT} < 800$ [mm]，信噪比可以和以前一样好^[100]，但是近点探测器的中微子 IBD 事例的统计量低于以前^[100]。

对不同 AD 的数据应用 DT 选择条件，并且通过比较它们之间的选择效率来确定 AD 之间不相关的误差，如图3.5所示。可以看到在 DT 为 800 mm 时，AD 之间选择效率的差异约为 0.21%^[100]，而之前时间和距离分开选择方案带来的效率不确定性为 0.35%^[90]，可见新的选择条件降低了 ϵ^{DT} 的误差。由于 DT 选择的绝对误差与统计相关，而大统计量的中微子 IBD 事例，使得 DT 的绝对误差可以忽略。

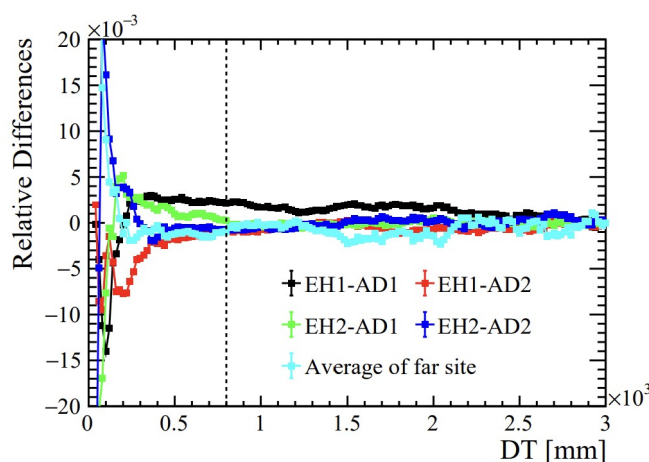


图 3.5 来自每个 AD 的 IBD 样本的 DT 选择效率相对于 8 个 AD 平均 DT 选择效率差异，当选择 DT 上限为 800 mm 时（图中虚线所示），AD 之间的相对差异为 0.21%。图来自^[100]

3.2.2.6 总探测效率 ϵ^{Det} 小结

在工作中可以直接使用以上效率的乘积 ϵ^{Det} ，即总的探测效率， ϵ^{Det} 误差由 $\epsilon^{\text{flasher}}$ ， ϵ^{Low} ， ϵ^{Coin} ， ϵ^{Delay} 和 ϵ^{DT} 的 AD 相关误差和非相关误差传递而来，也可计算 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本的误差相关性，结果如表3.8所示。

$n\text{H}$ 的 ϵ^{Det} 较小的原因为： $n\text{H}$ 样本的选择空间包括了整个 AD 区域，MO 等非液闪区域占有大量的靶质子数，发生在该区域的中微子 IBD 事例的探测效率非常

低，因而降低了总的探测效率。与 nH 样本不同， nGd 样本的区域只局限在了 $GdLS$ 区域，因此它的探测效率非常高。

表 3.8 nGd 样本和 nH 样本中 ϵ^{Det} 的效率值，AD 相关误差和非相关误差，以及两个样本误差的相关系数。

样本	ϵ^{Det}	AD 相关误差	AD 非相关误差
nGd 样本	80.25%	0.76%	0.13%
nH 样本	24.25%	1.14%	0.38%
样本相关系数		0.52	0.32

3.3 本底分析与扣除

利用表3.1的选择条件初选出来的快慢信号符合事例并不是纯净的中微子 IBD 事例，其中不可避免的包括了一些本底信号，在大亚湾实验中本底信号由偶然符合本底和关联本底组成。反应堆中材料在裂变时，有一些长寿命的同位素会堆积起来使得反应堆能谱也随之变化，这种效应被称之为非平衡态修正，它会使得探测器捕获到的 IBD 能谱会发生微弱的变化。捕获的中微子除了反应堆释放的中微子外，还包括了反应堆附近的乏核燃料释放出的中微子，本文将它们也作为本底除去，方便后来与各种模型直接比较。

3.3.1 偶然符合本底

两个不相关的信号偶尔会满足 IBD 选择标准（图3.6），通常称之为偶然符合本底。这些本底背景每天的事例率、能谱和其他特征是根据对单个不相关信号的研究精确建模研究的。

大多数不关联信号来自于探测器组件和周围环境中的自然辐射，并且它们的能量要小于 3 MeV，此区间刚好与 nH 样本的 2.2 MeV 伽马信号区间重合，所以 nH 样本受到的偶然符合本底的影响更大。

在清华的偶然本底研究中， nGd 和 nH 采用了类似的方案，其方法是：首先需要构造偶然符合本底的能谱，将每个 AD 的中的单信号（非快慢符合信号，已经过低能选择）以时间长度为准分成两部分，依次将两部分的单信号事例组成快慢信号组合，计快慢组合的总数为 N_{tot} ，然后将这些快慢信号的组合经过慢信号选择条件，此时剩余的快慢信号组合数量为 N_{tot}^{Delay} ，剩余的快慢信号组合的能谱就为偶尔符合本底的谱型（图3.7）。

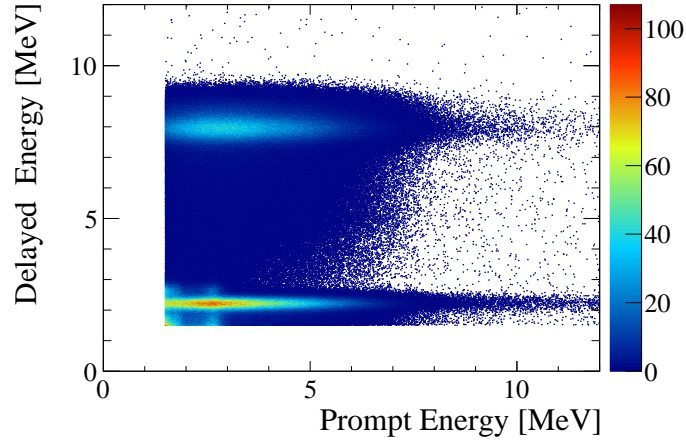


图 3.6 EH1-AD1 中快慢信号能量二维分布，图中事例按照 nH 选择条件筛选，仅没有加入慢信号能量选择条件。两个高亮区域分别为 nGd 俘获的 8 MeV 伽马能量区和 nH 俘获的 2.2 MeV 伽马能量区，除正常的 IBD 快慢符合信号外还包含了本底信号。

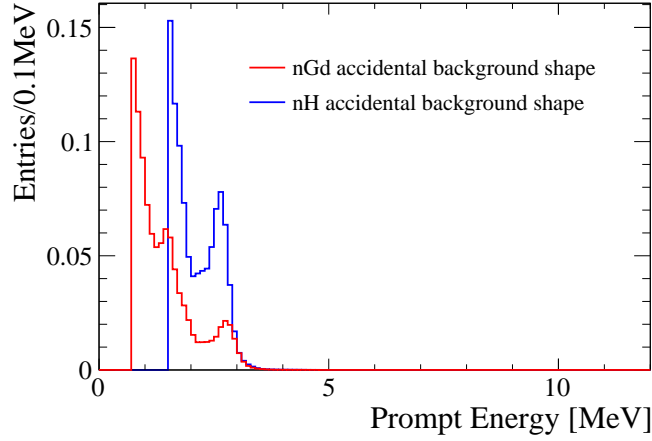


图 3.7 在清华偶然符合本底研究中，根据单信号事例重构出来的偶然符合本底的能谱，已经归一。

在一定时间内偶然符合本底的事例率 R_{Acc} 为：

$$R_{Acc} = R_{Combo} \times \frac{N_{tot}^{Delay}}{N_{tot}} \quad (3.3)$$

这里 R_{Combo} 为单事例的快慢组合的事例率， $\frac{N_{tot}^{Delay}}{N_{tot}}$ 是通过慢信号选择条件的效率。利用下式计算单事例的快慢组合的事例率 R_{Combo} ：

$$R_{Combo} = R_s R_s \Delta t e^{-2R_s \Delta t} e^{-R_s \Delta t} \quad (3.4)$$

这里 R_s 为单信号事例率， Δt 为选择时间窗， nGd 样本的选择时间窗宽度为 $200 \mu s$ ， nH 样本的选择时间窗宽度为 $1500 \mu s$ 。这里 R_s 由每个 AD 每周的数据计算得到，因此在 AD 之间和不同时间上都出现了差异。在文献^[100]中，在 nH 样本中，考虑到 nH 样本时间窗太长使得偶然符合可能性变复杂，升级了计算单事例率 R_s 的计

算方式。

最终 $n\text{Gd}$ 中 IBD 候选样本中的偶然符合本底仅占 $\sim 1\%$ ，在远点探测器中为 $\sim 2\%$ ，偶然符合本底对观察到的中微子 IBD 事例率的不确定性贡献了 $\lesssim 0.01\%$ ，故系统不确定性可忽略不计^[93]。在 $n\text{H}$ 样本中，偶然符合本底约占到初选样本的 13% 左右，基于目前的分析方法获得了大量的偶然符合本底事例，可以非常精确的分析它的事例率和能谱，因此在 $n\text{H}$ 样本中它误差同样可以忽略。

在处理误差相关性时，首先由于偶然符合的本底是每个 AD 单独计算的，故其误差是 AD 不相关的。由于不同样本选择方式的不同，因此 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本之间偶然符合本底的误差是不相关的。

3.3.2 关联本底

与偶然符合事例不同，有些物理事件的信号有时也会通过中微子 IBD 事例的选择条件，形成快慢信号相关联的本底。 $n\text{Gd}$ 样本中的主要的关联本底为：快中子， ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ ，AmC 和 $(\alpha-n)$ ^[35]^[93]，而 $n\text{H}$ 样本的中主要的关联本底也由四部分组成：快中子， ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ ，AmC 和放射性中子本底^[92]^[100]。

除了 $(\alpha-n)$ 和放射性中子本底造成的原因不同外，另外三种本底快中子， ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 和 AmC，在两个样本中的来源一致，但是由于 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 选择条件的差异和本底分析方法的不同，使得这三项本底的能谱和事例率都出现了明显差异。本文没有重复关联本底研究工作， $n\text{Gd}$ 样本直接参考 2018 年 θ_{13} 分析中的相关本底^[35]， $n\text{H}$ 样本则参考最新的 θ_{13} 分析中相关本底工作^[100]。根据文献，关联本底的每天的事例率如表 3.9 所示，能谱形状如图 3.8 所示。

表 3.9 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本中相关本底每天的事例率。

样本	相关本底	EH1-AD1	EH1-AD2	EH2-AD1	EH2-AD2
$n\text{Gd}$ 样本 ^[35]	快中子	0.79 ± 0.10	0.79 ± 0.10	0.57 ± 0.07	0.57 ± 0.07
	${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$	2.38 ± 0.66	2.38 ± 0.66	1.59 ± 0.49	1.59 ± 0.49
	AmC	0.17 ± 0.07	0.15 ± 0.07	0.14 ± 0.05	0.13 ± 0.06
	$(\alpha-n)$	0.08 ± 0.04	0.06 ± 0.03	0.04 ± 0.02	0.06 ± 0.03
$n\text{H}$ 样本 ^[100]	快中子	2.22 ± 0.27	2.22 ± 0.27	1.69 ± 0.19	1.69 ± 0.19
	${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$	1.61 ± 0.80	1.61 ± 0.80	2.18 ± 0.94	2.18 ± 0.94
	AmC	0.04 ± 0.02	0.04 ± 0.02	0.04 ± 0.02	0.03 ± 0.01
	放射性中子	0.15 ± 0.04	0.15 ± 0.04	0.15 ± 0.04	0.15 ± 0.04

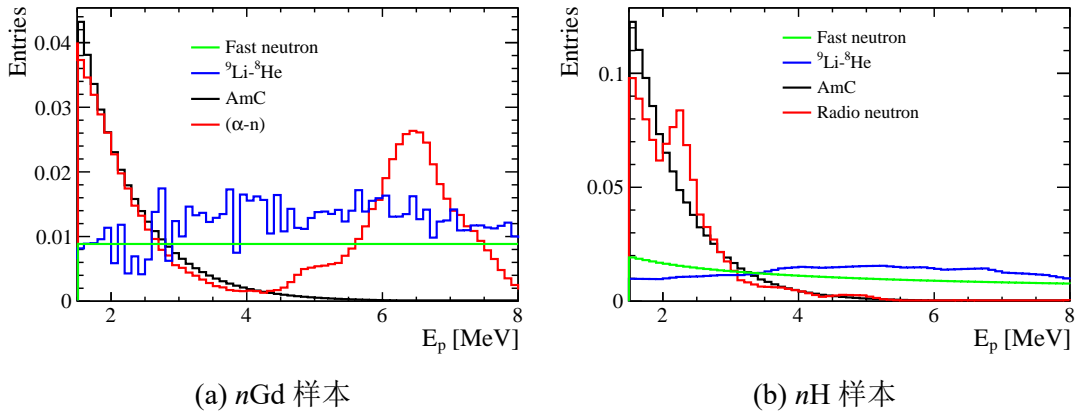


图 3.8 大亚湾实验中 EH1-AD1 中 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本中，相关本底的谱型（已经归一）。数据来自^[35]^[100]

为了从每周提取的候选中微子 IBD 事例中扣除本底，本文需要计算每周的关联本底。这里本文认为在大亚湾实验的取数周期内关联本底是稳定的，因此每周的关联本底事例数 N_{Corr}^b 为：

$$N_{\text{Corr}}^b = R^b \times T_{\text{Live}}(w) \times \epsilon_T(w) \quad (3.5)$$

这里 R^b 为某一关联本底的事例率， $T_{\text{Live}}(w)$ 是第 w 周的活时间， $\epsilon_T(w)$ 是 w 周的时间效率，这里 $\epsilon_T(w) = \epsilon_\mu(w)\epsilon_m(w)$ ，即缪子和多重数选择的时间效率乘积。这样 w 周的某一关联本底的能谱 $S_{\text{Corr}}^b(E_p)$ 就为：

$$S_{\text{Corr}}^b(E_p) = N_{\text{Corr}}^b \times S_{\text{Norm}}^b(E_p) \quad (3.6)$$

这里 $S_{\text{Norm}}^b(E_p)$ 就是图3.8中已经归一化的关联本底能谱，上标 b 代表不同的本底来源。在数据分析中我们可以发现，这些相关本底占候选 IBD 事例的比例要低于偶然符合本底，一般低于 1%，因此本文对关联本底的事例率稳定的假设，不会对实际扣除本底后的 IBD 事例产生较多的影响。

在表3.9中已经给出了每个关联本底的误差，但是仍需要分析这些关联本底误差在 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本之间的相关性。下面本文从每项关联本底误差来源和估计方式来分析这些关联本底误差在 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本之间的相关性。

3.3.2.1 快中子本底

宇宙射线中的缪子与实验大厅周围岩石相互作用产生的中子可以到达探测器，并且这些中子不会在水池（IWS 和 OWS）产生可探测的信号，然而可以到达探测器内部的中子一般能量较高（或者速度较快），因而称之为快中子。快中子通过与原子核（主要是 H）碰撞损失动能最终会停在液闪中，碰撞产生的反冲质子产生的信号与 IBD 快信号类似，而慢化的中子可以被核俘获并提供了慢信号。

$n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本都利用了相同的方案去估算快中子本底^{[92][100]}，但存在两处不同：（1）在选择快中子的快慢符合信号时，两个样本的慢信号选择方式是不同的；（2）在进行本底分析时，它们的数学模型是不同的， $n\text{Gd}$ 样本中，快中子的谱型为线性方程，拟合出的快中子能谱为平谱，而 $n\text{H}$ 样本中，快中子的谱型拟合模型 $S^{\text{Fast neutron}}(E_p)$ 为：

$$S^{\text{Fast neutron}}(E_p) = N_0 \left(\frac{E_p}{E_0} \right)^{-a - \frac{E_p}{E_0}} \quad (3.7)$$

这里 N_0 是归一化参数， a 和 E_0 是待拟合参数，根据数据其拟合值分别为 0.73 和 128 MeV^[100]。由于这两项差别，本文认为快中子本底的误差是 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本不相关的。当单独样本中分析快中子本底时，使用了 EH 中 OWS 和 IWS 缪子的信息^{[100][93]}，因此在同一 EH 的不同 AD 的快中子本底误差是一致的。

3.3.2.2 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 本底

宇宙射线中的缪子在 AD 中偶尔会产生不稳定同位素 ${}^9\text{Li}$ 和 ${}^8\text{He}$ ，它们会发生贝塔衰变，从而产生新的不稳定同位素，新的不稳定同位素有可能立即释放出一个中子，贝塔衰变与后来释放的中子俘获的信号几乎与 IBD 的快慢符合信号完全相同。

$n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本中仍采用类似的标记缪子去研究 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 的本底的方案。由于样本选择条件不同，在标记缪子之后的快慢信号事例选择条件上出现了差异^[104]。除此之外，在选择缪子之后的 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 信号时，为了避免大量的偶然符合本底， $n\text{H}$ 选择的快信号能量需要大于 3.5 MeV^[92]，而 $n\text{Gd}$ 分析在 2018 年的工作中，把能量从 3.5 MeV 提升到了 8 MeV 来降低 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 样本的系统不确定性^[35]。

由于上述条件的差异，本文认定 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 本底误差是不相关的。与快中子类似，在标记缪子信号时需要参考 IWS 和 OWS 的缪子信息，因此在单独的样本数据中 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 本底误差也是 EH 相关的。

3.3.2.3 AmC 本底

在大亚湾实验探测器工作期间，发现来自顶部自动刻度装置（ACU）内的放射源 ${}^{241}\text{Am}$ - ${}^{13}\text{C}$ 中子偶尔会向 AD 射入几条时间关联的伽马射线，而伽马射线产生的关联本底信号是由以下罕见机制造成的：首先一个中子与探测器不锈钢中的 Fe, Cr, Mn 或 Ni 核发生非弹性碰撞，发射出快伽马射线，随后中子被不锈钢中的原子核或 GdLS 溢流槽中的 Gd 捕获，产生延迟伽马射线。当快和延迟高能伽马射线在 AD 液闪中相互作用时，它就可以产生类似的 IBD 快慢符合信号。

在分析 AmC 本底时, nH 样本借鉴了 nGd 样本 1958 天的结果^[35], 并且两个样本中 AmC 误差的来源都来自于刻度源中子辐射事例率的误差, 这个误差被保守的估计为 $\sim 50\%$ ^[100]。因此在 AmC 的系统误差中, 不仅各个 AD 之间是一致的, 而且 nGd 和 nH 样本也是一致的 (相关的)。

3.3.2.4 (α - n) 本底

由液闪中的天然放射性物质产生的 α 粒子与 AD 材料中的原子核融合从而发射出中子, 其中 $^{13}C(\alpha-n)^{16}O$ 是主要过程, 中子与质子的碰撞或者 $^{16}O^*$ 的退激发可以构成快信号, 而中子最终被俘获释放出的信号为慢信号, 这样 $^{13}C(\alpha-n)^{16}O$ 过程就产生了类似 IBD 的快慢符合信号。

在 nGd 样本中, 每个 AD 单独分析了 (α - n) 相关本底的贡献^[93], 故该本底的系统误差是 AD 不相关的。在 nH 分析中, 根据文献^[92], 由于其贡献到中微子 IBD 事例极低, 而忽略了 (α - n) 关联本底的影响, 由于 nH 样本无此项误差, 因此 (α - n) 相关本底的误差是 nGd 和 nH 样本不相关的。

3.3.2.5 放射性中子本底

nH 样本中分析的放射性中子关联本底来自于 PMT 玻璃的天然放射性元素, 例如玻璃中富含的 B 元素具有较高的 α 俘获截面, 它吸收天然放射性元素释放的 α 粒子会放出一个中子, ^{238}U 的裂变会产生自发裂变也会释放中子^[100], 这些中子由于碰撞和核俘获也会产生类似 IBD 快慢信号符合的信号。

nGd 样本数据取自 GdLS 区域, 距离 PMT 较远受到的 PMT 放射性中子本底影响可以被忽略, 因此放射性中子只存在于 nH 样本中, 其误差相关性是 nGd 和 nH 样本不相关的。不同 AD 的 PMT 来自于同一型号 (玻璃类似), 故认定 nH 样本中放射性中子本底的误差是 AD 相关的。

3.3.3 反应堆非平衡态修正

非平衡修正是中微子能量, 核裂变材料和反应堆运行时间 (辐照时间) 的函数。在裂变产物中, 大约有 10% 的贝塔衰变的寿命足够长, 可以在几天后继续积累, 进而改变反应堆释放出的中微子谱型。在标准商业压水反应堆中, 中子能量与模型计算时使用的中子能量不同, 中子通量中的能量较高成分对 ^{235}U 和其他裂变同位素的裂变会增加额外的贡献, 从而导致裂变产物也会出现不同, 进而影响反应堆释放出的中微子能谱。

本文中希望测量一个稳定的反应堆中微子能谱, 从而方便直接与反应堆中微子模型的预测比较。由于本文选定的反应堆模型计算的都是反应堆开始裂变

时释放的中微子，所以由反应堆辐照时间增长而额外产生的中微子就变成了额外的本底。

非平衡态的修正参数来自于 Mueller 的工作^[65]，通过研究发现，如图3.9所示，长寿命同位素的积累表现为正向修正，其幅度随着中微子能量的增加而减小，在 4 MeV 以上时可以忽略不计，大约需要 100 天的辐照才能使中微子能谱稳定下来。由于 ^{238}U 缺少关键的贝塔能谱数据，所以并没有考虑它的非平衡态修正。在大亚湾实验中，主要的同位素为 ^{235}U 和 ^{239}Pu ，两者裂变份额占了大约 90%，因此 ^{238}U 微小差异对结果造成影响可以忽略。

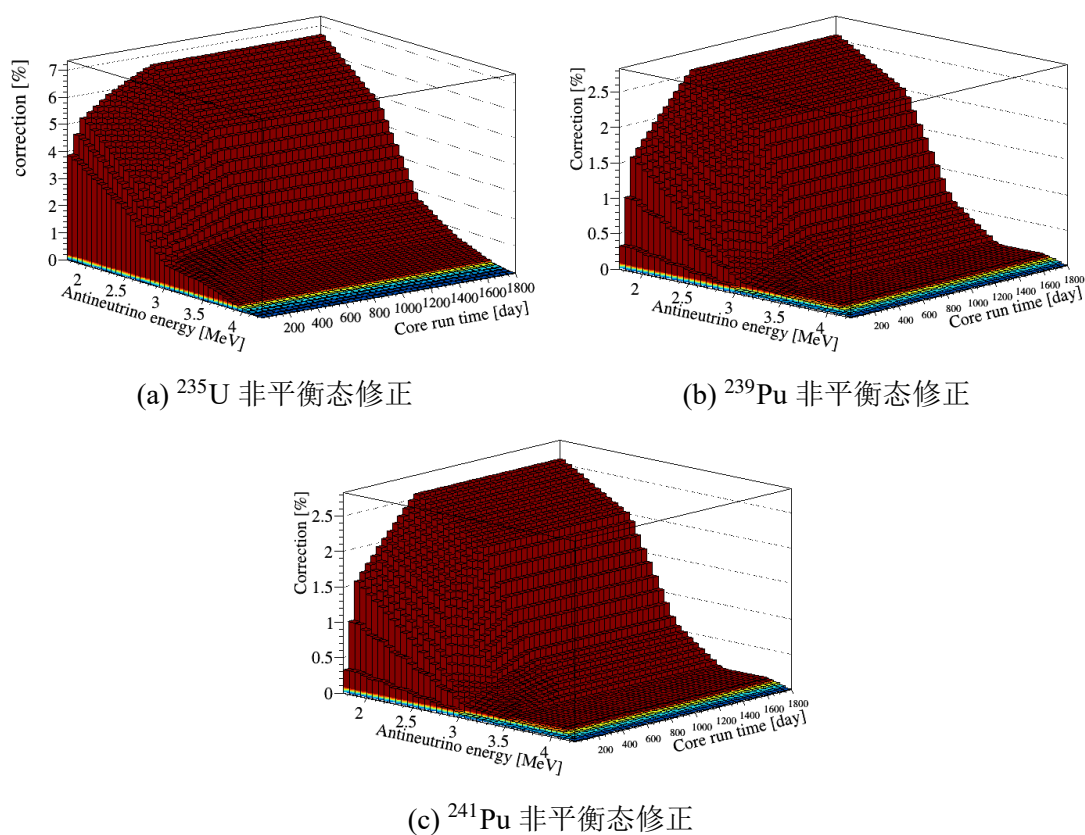


图 3.9 ^{235}U 、 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 的非平衡态修正，该修正是能量与反应堆运行天数的函数。数据来自^[65]。

在估算非平衡态修正时，一个重要参数是反应堆的运行天数，本文通过比较每天测量的 IBD 变化与反应堆功率和裂变份额的时间演化情况推算出了每个反应堆运行时间的信息，如图3.10所示。需要注意的是，此为反应堆运行时间，并不直接对应于反应堆中全部燃料的辐照时间，因为大亚湾的两个反应堆（D1，D2）每次更新 1/3 的燃料，而岭澳的四个反应堆（L1，L2，L3，L4）每次更新 1/4 的燃料。

到此就可以计算某种同位素的非平衡态修正值，以 ^{235}U 为例，经过非平衡态

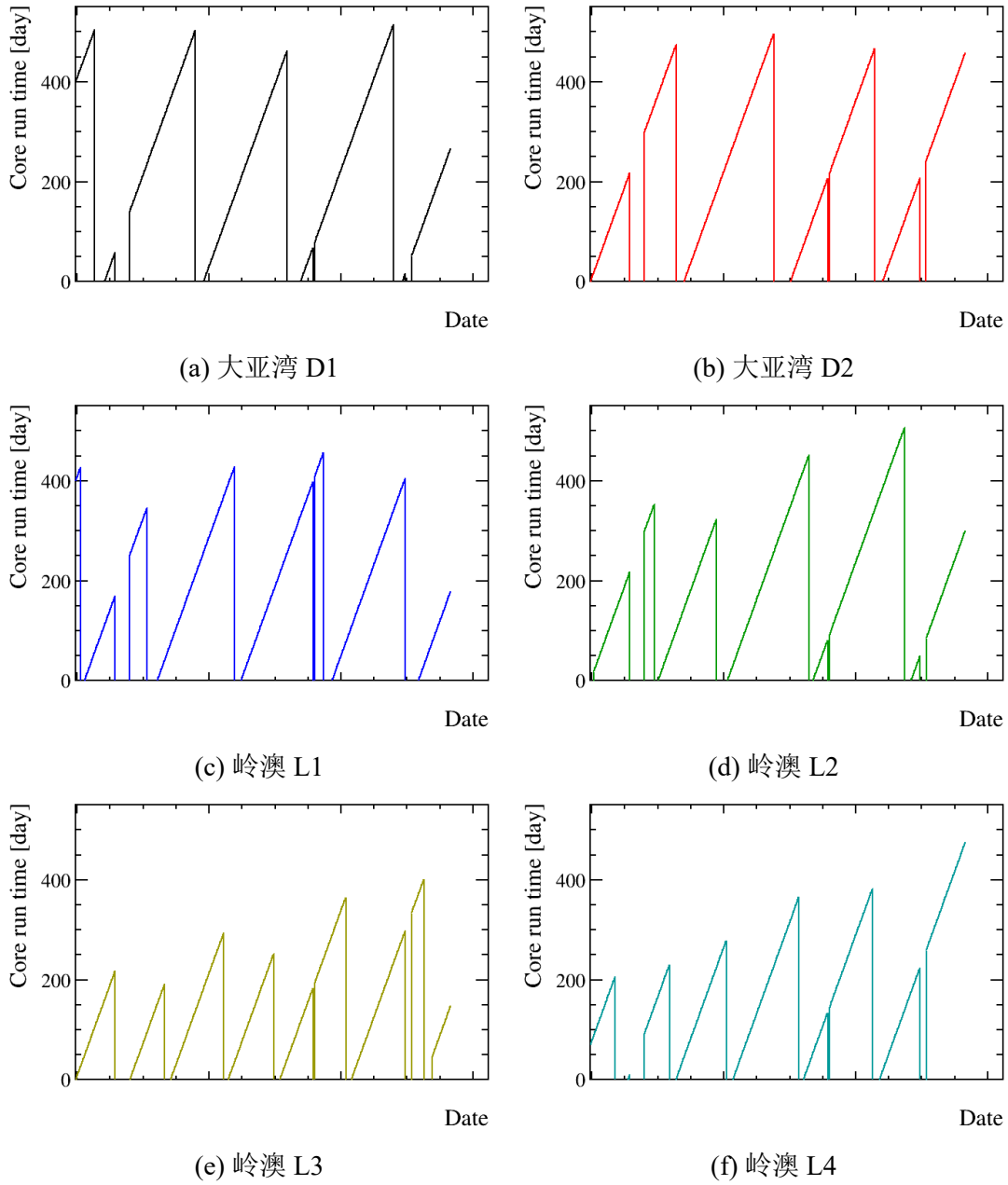


图 3.10 大亚湾实验中 6 个反应堆的运行时间，横轴为日期，纵轴为累加的运行时间。出现运行时间的间断因为此时反应堆正在维护、更新原料或者探测器 AD 处于非工作状态。保密原则横轴时间已经隐去（与实际时间相比做了混乱处理，这里仅是示意图）。

修正后的能谱 $S^{235\text{U},\text{nonEqu}}(E_\nu)$ 为：

$$S^{235\text{U},\text{nonEqu}}(E_\nu) = [1 + c^{\text{Non-equ}}(E_\nu, T^{\text{core}})] S_0^{235\text{U}}(E_\nu) \quad (3.8)$$

这里 $S_0^{235\text{U}}$ 是初始 ^{235}U 的能谱， $c^{\text{Non-equ}}$ 就是非平衡态的修正，它是中微子能量 E_ν 和反应堆运行时间 T^{core} 的函数。对大亚湾反应堆 D1, D2 而言， $c^{\text{Non-equ}}$ 为：

$$c^{\text{Non-equ}}(E_\nu, T_{\text{core}}) = [\text{dif}_1(E_\nu, T_1^{\text{core}}) + \text{dif}_2(E_\nu, T_2^{\text{core}}) + \text{dif}_3(E_\nu, T_3^{\text{core}})] \times \frac{1}{3} \quad (3.9)$$

这里 dif_i 函数的功能为从图3.9中获取对应的 $c^{\text{Non-equ}}$ 修正值。三个 T_i^{core} 为分成3份的 ^{235}U 真正的辐照时间，它们之间依次差一个周期。若是岭澳的反应堆（L1, L2, L3, L4）这里将有等分的四份 ^{235}U ，每个 T_i^{core} 仍然依次差一个周期。

非平衡修正能谱是中微子能量 (E_ν) 空间上的，需要经探测器转换为 IBD 快信号能谱 (E_p)，这个转换方法是后面第3.4.2的主要内容。但是这并不影响非平衡态本底总体事例率的估计，最后发现非平衡态修正大约贡献了 0.6% 的额外中微子。

根据文献^[69]分析，该项修正的系统误差为 30%，所以对最后中微子流强的影响仅仅为 0.2%。由于非平衡态是对反应堆释放出的中微子进行的修正，因此对于所有 AD 中的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本都是等价的，所以该项修正误差的相关性为 AD 相关，并且样本之间是相关的。

3.3.4 乏核燃料中微子贡献

乏核燃料 (spent nuclear fuel, SNF) 一般是指是核电站产生的核废料。上文介绍过大亚湾核电基地中的反应堆有不同的更换燃料周期，更换燃料时，核废料从反应堆中取出并作为乏核燃料储存在反应堆附近的冷却水池中。由于 ^{235}U 的含量较低，乏核燃料已经不能用来继续发电，但其内部存在还未使用完成的增值核燃料 (^{238}U)，还存在未烧完的 ^{235}U ，大量易裂变同位素 ^{239}Pu 等等，因此还会继续它的裂变过程。乏核燃料中大量的放射元素，不仅影响环境安全和人体健康，它还会释放出中微子，对大亚湾实验的 AD 而言它就是额外的中微子源。

根据文献^[105]，大亚湾实验中乏核燃料与反应堆中微子的比值也是动态变化的，如图3.11。总体而言，乏核燃料的中微子占比较低，大部分时间的占比维持在 $\sim 0.2\%$ ，图3.11乏核燃料的中微子占比时而突出的原因为：当反应堆关机时，来自反应堆的中微子降低，此时乏核燃料的中微子的占比就会升高。

本文测量的中微子 IBD 事例是周为单位的，在处理该项误差时需要保持时间对齐，然后计算某个 AD 中乏核燃料中微子在该周的事例数 N_w^{SNF} ：

$$N_w^{\text{SNF}} = \sum_{\text{day}=1}^7 \frac{N_{\text{day}}^{\text{IBD}} R_{\text{day}}^{\text{SNF}}}{1 + R_{\text{day}}^{\text{SNF}}} \quad (3.10)$$

上述公式中 N_i^{IBD} 是已经去偶然符合本底和上述四种关联本底的反应堆中微子 IBD 事例，而 R_i^{SNF} 为图3.11某个 AD 中某天的乏核燃料和反应堆中微子比值。计算时需要保证，时间单位的 7 天 (day) 应该在同一周内，这样计算的 N_w^{SNF} 就是对应于测量周 w 的乏核燃料中微子数。

乏核燃料的中微子谱型也来自文献^[105]，如图3.12所示。可以看到，乏核燃料

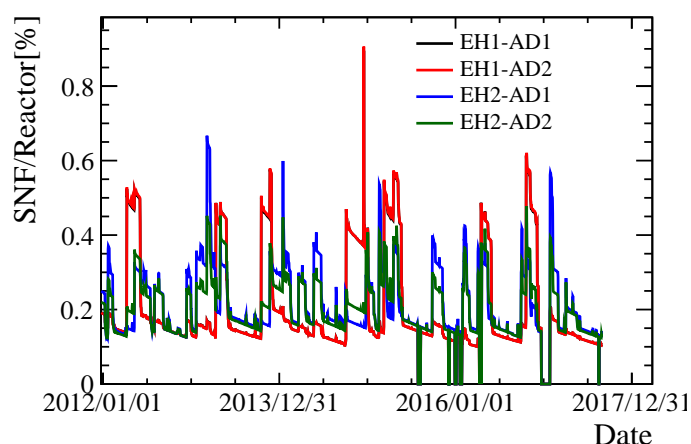


图 3.11 大亚湾实验四个近点探测器中来自乏核燃料的中微子与反应堆中微子比值。数据来自^[105]。

的中微子能量要低于反应堆中微子能量，集中在 4 MeV 以下。某个 AD 的乏核燃料中微子能谱 $S^{\text{SNF}}(E_\nu)_w$ 可以由以下方式计算：

$$S^{\text{SNF}}(E_\nu)_w = N_w^{\text{SNF}} \times S^{\text{SNF, norm}}(E_\nu) \quad (3.11)$$

这里 $S^{\text{SNF, norm}}(E_\nu)$ 是归一化的乏核燃料中微子能谱。需要注意的是，这里讨论的能谱的横轴能量为中微子能量 E_ν ，需要经过 AD 的转化才能称为与 IBD 一致的快信号能量 E_p ，该处的转换方法为第 3.4.2 节的主要内容。

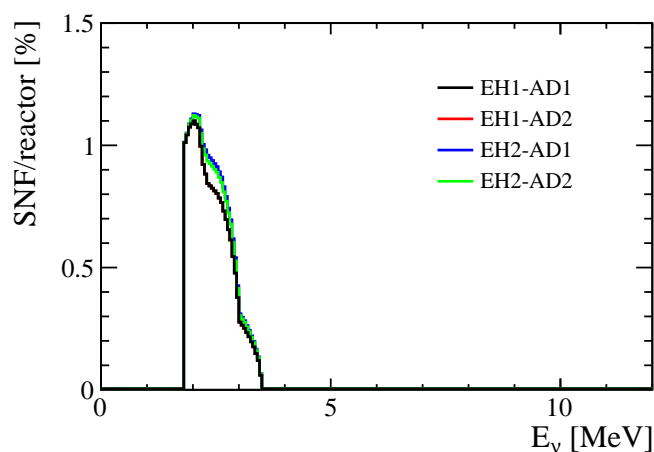


图 3.12 大亚湾实验近点四个探测器中来自乏核燃料的中微子与反应堆中微子能谱比较。数据来自^[105]。此处横轴为 E_ν 为中微子能量。

在 2018 年，大亚湾实验最新的 θ_{13} 分析中乏核燃料中微子的系统误差为 30%^[35]，这个系统误差对所有 AD 和两个样本都是一样的，故该误差的相关性为 AD 相关，以及 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本相关。

3.4 中微子 IBD 事例预测

本节将介绍如何去预测探测器 AD 所观测到的中微子，其中关键的一步就是如何从中微子能谱转换到 IBD 快信号能谱。

3.4.1 预测方法

在预测大亚湾实验观测的中微子 IBD 事例时候，建立了一套从反应堆到 AD 的预测流程。大亚湾实验 AD 探测到的中微子来自于核电站的 6 个商业压水堆，其热功率大致为 2.9 GW。中微子几乎全部来自于四种同位素的裂变，分别为 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ，在进行预测时，裂变同位素的中微子能谱参考三种模型预测（HM，SM2018 和 KI）。受探测器 AD 与反应堆之间基线长度影响，接收到的中微子会受到 4π 角的修正（ $\frac{1}{4\pi L^2}$ ），此外中微子从反应堆到达探测器时会发生标准模型中的三代中微子振荡。每个 AD 会接收到 6 个反应堆的中微子，比较大亚湾实验的基线，AD 和反应堆可直接作为点处理。AD 观测的中微子需要探测效率修正，且 AD 会把中微子能量 E_ν 转换为 IBD 快信号能量 E_p 。且需要注意，nGd 和 nH 样本使用了不一样的探测器区域。

根据每周反应堆提供的功率和燃料裂变分数，可以计算每个反应堆每周释放出的中微子能谱 $S_r^{\text{Pred}}(E_\nu, w)$ ：

$$S_r^{\text{Pred}}(E_\nu, w) = \frac{W_{th,r}(w)}{\sum_i F_{i,r}(w)e_i} \sum_{i=1}^4 F_{i,r}(w) S_i^{\text{Model}}(E_\nu) \sigma(E_\nu) \quad (3.12)$$

这里 w 代表不同的时间，单位为周，下标 r 依次代表 6 个反应堆， $W_{th,r}(w)$ 为每周反应堆的热功率，下标 i 依次代表四个主要裂变同位素（ ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ）， $F_{i,r}(w)$ 是每周四种同位素的裂变分数， e_i 是同位素裂变一次释放出的能量（表3.10），常用能量单位为 MeV，计算时需要将其转换到焦耳（J），转换系数为 $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$ ， $S_i^{\text{Model}}(E_\nu) \sigma(E_\nu)$ 是模型预测的中微子谱型乘上 IBD 反应截面（图3.13），这里本文将根据三种模型去预测分别为 HM，SM2018 和 KI 模型。HM 和 SM2018 模型都预测了四种同位素的中微子能谱，但是 KI 模型是不完整的，它只预测了 ^{235}U 和 ^{238}U 中微子能谱，这里保持与文献^[64]一致，在使用 KI 模型时， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 仍然采用 HM 模型预测的中微子能谱。目前为止，在预测反应堆释放出的中微子能谱时，nGd 和 nH 样本的计算是一致的。

表 3.10 四种同位素每次裂变释放出的能量，单位 MeV，数据来自^[106]。

	²³⁵ U	²³⁸ U	²³⁹ Pu	²⁴¹ Pu
裂变能	202.36±0.26	205.99±0.52	211.12±0.34	214.26±0.33

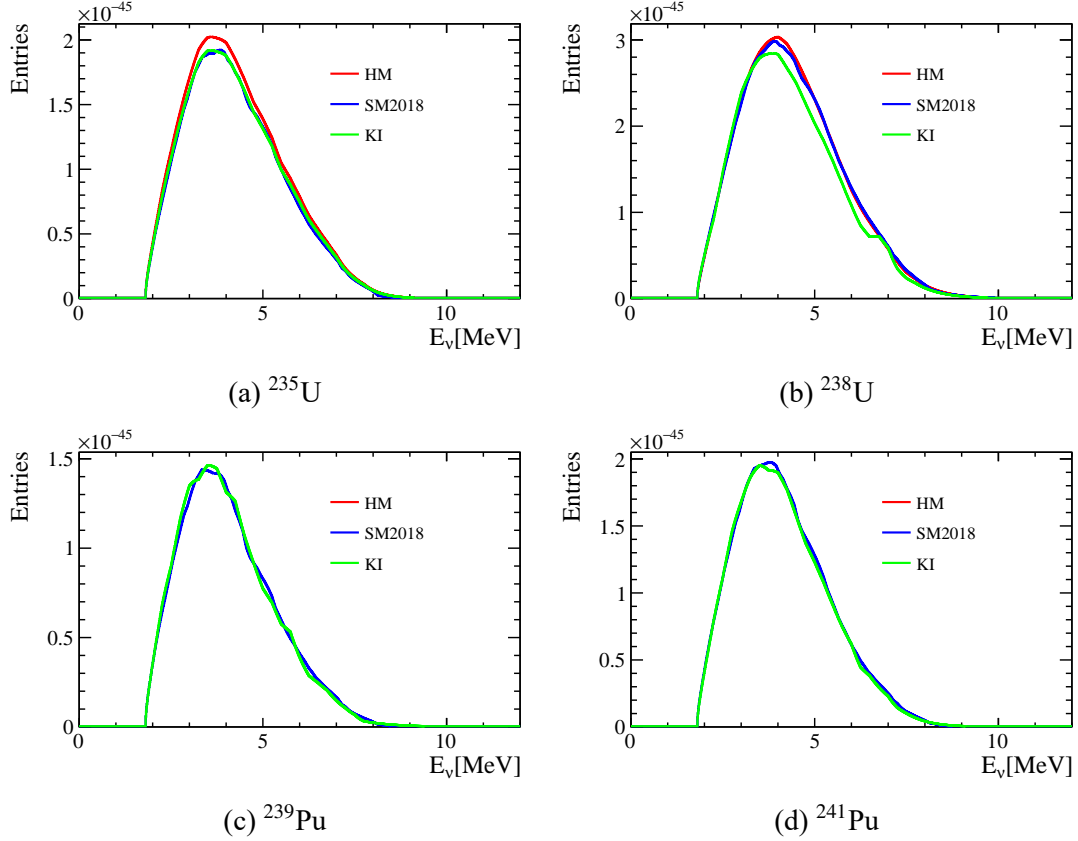


图 3.13 来自 HM, SM2018 和 KI 的预测的四种同位素中微子能谱，且预测能谱已经乘上了 IBD 的反应截面，KI 的 ²³⁹Pu 和 ²⁴¹Pu 与 HM 模型一致，图中数据来自^{[67] [65] [63] [64]}。此处横轴 E_ν 均为中微子能量，非探测器测量能量。

反应堆释放出中微子，经过基线距离到达了 AD，然后转化实验测量的 IBD 快信号 E_p 能谱。到这里 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的预测出现了差异。首先对于 $n\text{Gd}$ 分析，每周观测到中微子能谱 $S_d^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w)$ 为：

$$\begin{aligned}
 S_d^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w) = & N_{\text{GdLS},d}^{\text{p}} T_d^{\text{Live}}(w) \epsilon_{T,d}^{n\text{Gd}}(w) \epsilon^{\text{Det},n\text{Gd}} \\
 & \times \sum_{r=1}^6 \frac{P_{\text{sur}}(E_\nu, L_{rd})}{4\pi L_{rd}^2} S_r^{\text{Pred}}(E_\nu, w) \otimes M_{n\text{Gd}}^{\text{Res}}
 \end{aligned} \quad (3.13)$$

这里下标 d 代表四个不同的 AD， $N_{\text{GdLS},d}^{\text{p}}$ 是每个 AD 中 GdLS 区域的质子数， $T_d^{\text{Live}}(w)$ 是 AD 的运行时间， $\epsilon_{T,d}^{n\text{Gd}}(w)$ 是 $n\text{Gd}$ 筛选条件的效率，它是 $\epsilon_{\mu,d}(w)\epsilon_{m,d}(w)$ 的乘积。 $\epsilon^{\text{Det},n\text{Gd}}$ 是 $n\text{Gd}$ 样本的探测效率。 $\sum_{r=1}^6$ 代表该探测器接

收6个反应堆的中微子， L_{rd} 是基线长度。 $P_{\text{sur}}(E_\nu, L_{rd})$ 是在不同基线上由于 θ_{13} 振荡引起的能谱修正：

$$P_{\text{sur}}(E_\nu, L_{rd}) = 1 - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2\left(1.267 \frac{\Delta m_{ee}^2 L_{dr}([\text{m}])}{E_\nu[\text{MeV}]}\right) \quad (3.14)$$

这里我们使用了大亚湾实验最精确的振荡参数测量^[35]，其中 $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.0856$ 和 $\Delta m_{ee}^2 = 2.471 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ （质量正排序）。 $M_{\text{GdLS}}^{\text{Res}}$ 是能量转换矩阵，将中微子能谱从中微子能量 E_ν 转换到IBD快信号 E_p 能量空间，下一节将详细介绍 $M_{\text{GdLS}}^{\text{Res}}$ 的由来和功能。

$n\text{H}$ 与 $n\text{Gd}$ 预测时的差异是因为不同的探测器区域造成的， $n\text{H}$ 分析每个AD观测到的中微子能谱 $S_d^{\text{Pred}, n\text{H}}(E_p, w)$ 为：

$$S_d^{\text{Pred}, n\text{H}}(E_p, w) = T_d^{\text{Live}}(w) \epsilon_{T,d}^{n\text{H}}(w) [1 + c^{\text{DT}}(E_\nu)] \times \sum_{r=1}^6 \frac{P_{\text{sur}}(E_\nu, L_{rd})}{4\pi L_{rd}^2} \left[\sum_{v=1}^6 N_{v,d}^p \epsilon_v^{\text{Det}, n\text{H}} S_r^{\text{Pred}}(E_\nu, w) \otimes M_{n\text{H},v}^{\text{Res}} \right] \quad (3.15)$$

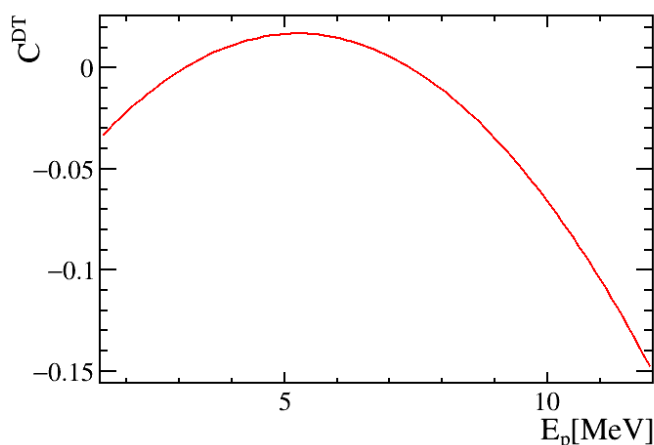
由于筛选条件的不同， $n\text{H}$ 时间效率 $\epsilon_{T,d}^{n\text{H}}(w)$ 与 $n\text{Gd}$ 不同， $c^{\text{DT}}(E_\nu)$ 是因为DT筛选带来的能谱修正量（图3.14）， v 代表不同的探测区域，分别为GdLS, LS, IAV, OAV, MO和Other，每个区域有不同的质子数 $N_{v,d}^p$ 和探测效率 $\epsilon_v^{\text{p}, n\text{H}}$ 以及能量转换矩阵 $M_{n\text{H},v}^{\text{Res}}$ ，其他符号的都与公式（3.13）一致。表3.8中 $n\text{H}$ 的探测效率是AD中各区域质子数的加权平均，这里为了使得预测更精细，我们将其分成不同区域的探测效率：

$$\epsilon_v^{\text{D}, n\text{H}} = \epsilon^{\text{flasher}} \times \epsilon_v^{\text{Low}} \times \epsilon_v^{\text{Coin}} \times \epsilon_v^{\text{Delay}} \times \epsilon^{\text{DT}} \quad (3.16)$$

其中 ϵ_v^{Low} ， ϵ_v^{Coin} ， $\epsilon_v^{\text{Delay}}$ 分别为各区域的低能、符合时间窗和慢信号选择效率，其数值大亚湾实验的模拟程序NUWA产生（表3.11）， $\epsilon^{\text{flasher}}$ 和 ϵ^{DT} 是在所有区域总数据上筛选的，因而与区域无关。

表 3.11 大亚湾实验模拟程序 NUWA 生成的 AD 不同区域的 ϵ_v^{Low} , ϵ_v^{Coin} 和 $\epsilon_v^{\text{Delay}}$, 这些数据用于 $n\text{H}$ 预测。

探测器区域	ϵ_v^{Low}	ϵ_v^{Coin}	$\epsilon_v^{\text{Delay}}$
GdLS	94.51%	99.82%	14.44%
LS	91.42%	99.80%	64.19%
IAV	22.90%	99.86%	39.72%
OAV	10.05%	99.78%	30.89%
MO	3.92%	99.80%	1.57%
Other	9.62%	99.83%	34.43%


 图 3.14 $n\text{H}$ 预测中来自 DT 选择条件的能谱修正, 数据来自^[100]。横轴 E_p 为探测器测量的 IBD 事例快信号能量。

3.4.2 探测器能量转换矩阵

探测器将中微子能量转换成 IBD 快信号能量时, 并不是按照公式 (2.5) 线性转换的。探测器的能量分辨率, 液闪能量非线性等原因会使得一个单值的能量发生弥散和偏离。在 $n\text{Gd}$ 数据还包含一少部分发生 IAV 中的 IBD 反应的事例, 这些事例进入 GdLS 区间会扭曲正常的快信号能谱, 这种影响称之为 IAV 影响 (IAV effect)^[69]。但在 $n\text{H}$ 预测中, 本文将此类事例归类于 IAV 区域的中微子, 进行单独预测, 类似的还有 IAV, MO 和 Other 区域, 因而 $n\text{H}$ 不存在 $n\text{Gd}$ 的 IAV 影响现象。

探测器中能量转换是通过能量转换矩阵完成的, 大亚湾实验构建了一个映射矩阵, 它可以将中微子能量 E_ν 映射到 IBD 快信号能量 E_p 。不同的重建方案, 不同的探测器区域具有不同的转换矩阵。在本文分析中, $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 的数据分别采用了 2.3.2.2 节中介绍的两种刻度方法, 两个样本在处理非线性时中, $n\text{H}$ 原始数据中的电子学非线性已经去除, 但是 $n\text{Gd}$ 原始数据中仍然保留了这些非线性。受这些

因素影响，即使在相同位置的 GdLS 区域， $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 的能量转换矩阵也是不同的。

本文产生能量转换矩阵的工具为大亚湾实验的模拟程序 NUWA，通过输入大量的平谱中微子，经过筛选后便可得到对应的重建的 IBD 快信号能谱，大统计量的输入减小了因为统计带来的偏差。在 $n\text{Gd}$ 预测公式 (3.13) 中，使用的转换矩阵如图 3.15 所示，在 $n\text{H}$ 预测公式 (3.15) 中，使用的转换矩阵如图 3.16 所示。

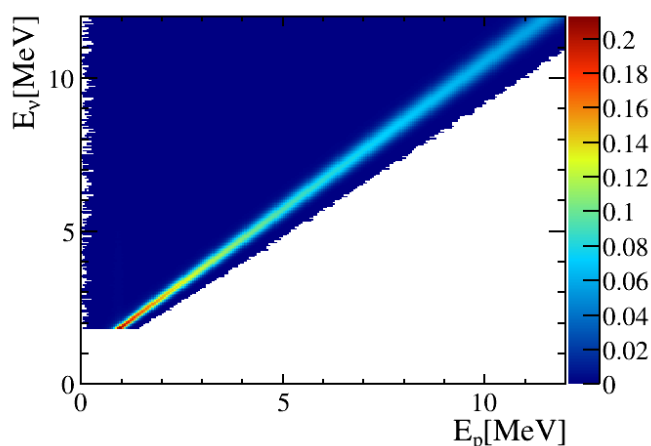


图 3.15 在 $n\text{Gd}$ 预测中使用的能量转换矩阵，数据来自^[35]。该矩阵实现了中微子能量 E_ν 到探测器测量 IBD 快信号能量 E_p 的转换。

在使用能量转换矩阵后，需要将得到的 E_p 谱中 0.7 MeV ($n\text{Gd}$) 或者 1.5 MeV ($n\text{H}$) 以下设置为 0，并将剩余的 E_p 能谱积分结果归一为与输入的 E_ν 能谱积分一致。可以进行该操作的原因：大亚湾实验的探测效率是能量不相关的，因而转换矩阵实质上是谱型的转换，得到谱型之后需要再按照实际预测事例数进行归一。

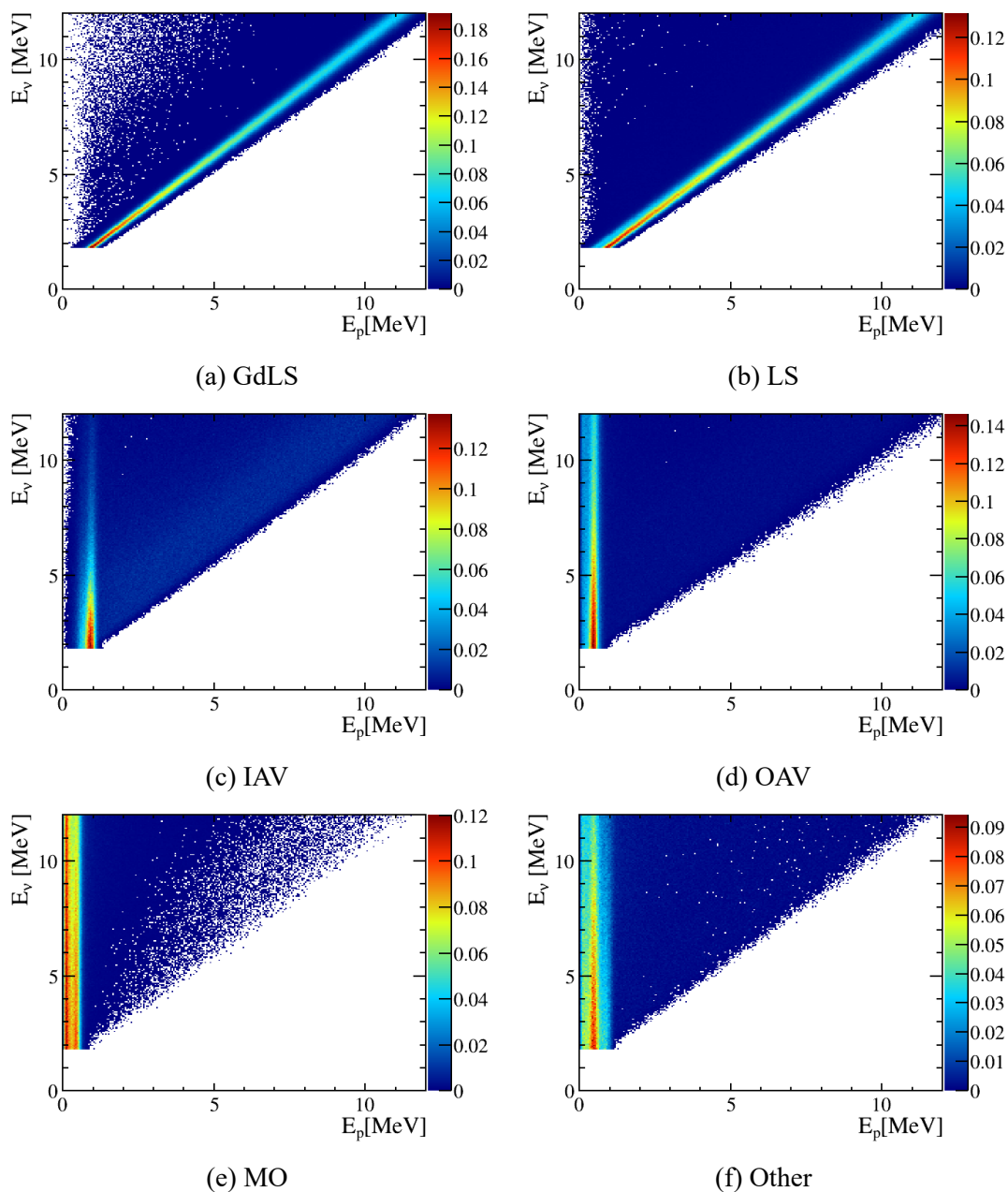


图 3.16 在 nH 预测中使用的不同区域的能量转换矩阵，数据来自大亚湾实验模型 NUWA 模拟。这些矩阵实现了中微子能量 E_ν 到探测器测量 IBD 快信号能量 E_p 的转换。

3.5 实验测量与预测的比较

每周实验测量与模型预测的 IBD 事例数展示的图 3.17 (nGd 样本) 和图 3.18 (nH 样本) 中，同时本研究工作也获得了两个样本每周的测量与预测的 IBD 快信号能谱，由于数据过于庞大，这里没有展示。

虽然本文着重于动态的中微子流强与能谱的演化分析，但是整体大亚湾数测量与预测的比较仍然具有重要的参考意义。整体的测量 IBD 数量和快信号能谱为

随着反应堆功率和裂变份额变化的中微子测量的总和，它在与模型预测比较的一些重要特征也会反映在动态的演化分析中去。

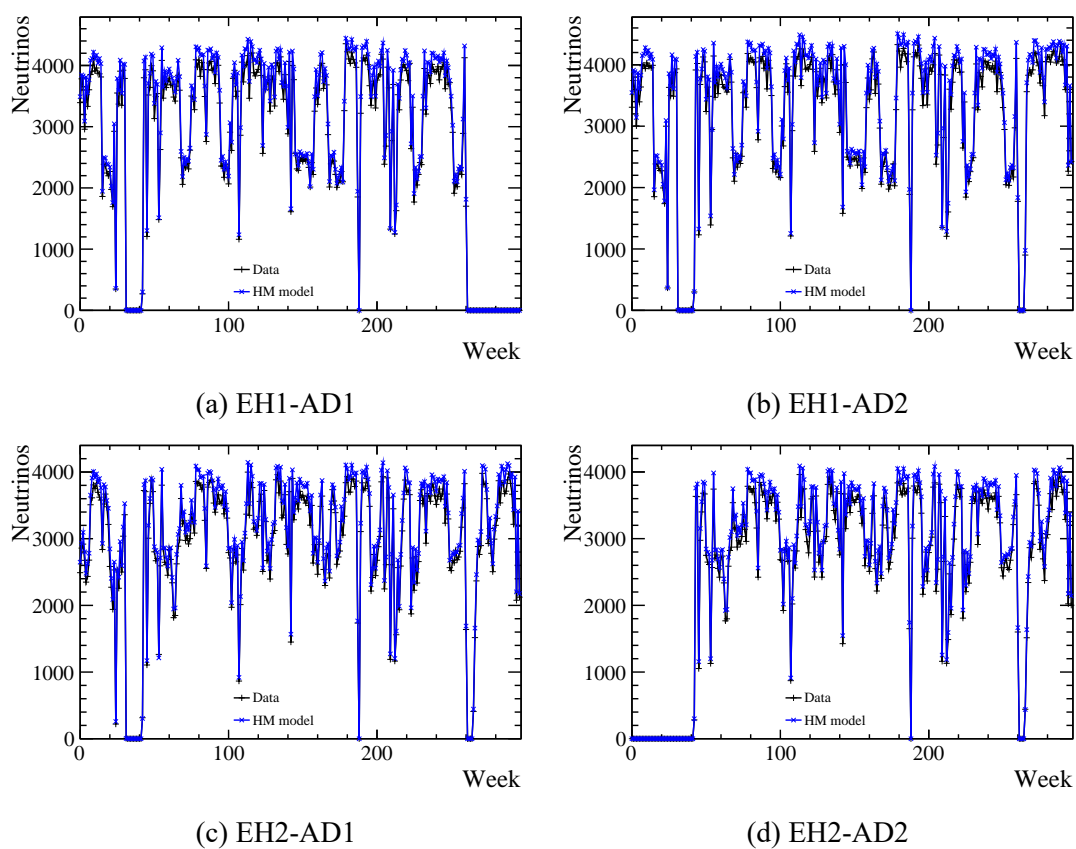


图 3.17 在 $n\text{Gd}$ 样本中 AD 测量与 HM 模型预测的 IBD 事例数随着时间变化情况，HM 模型预测要普遍高于实际的数据测量值。

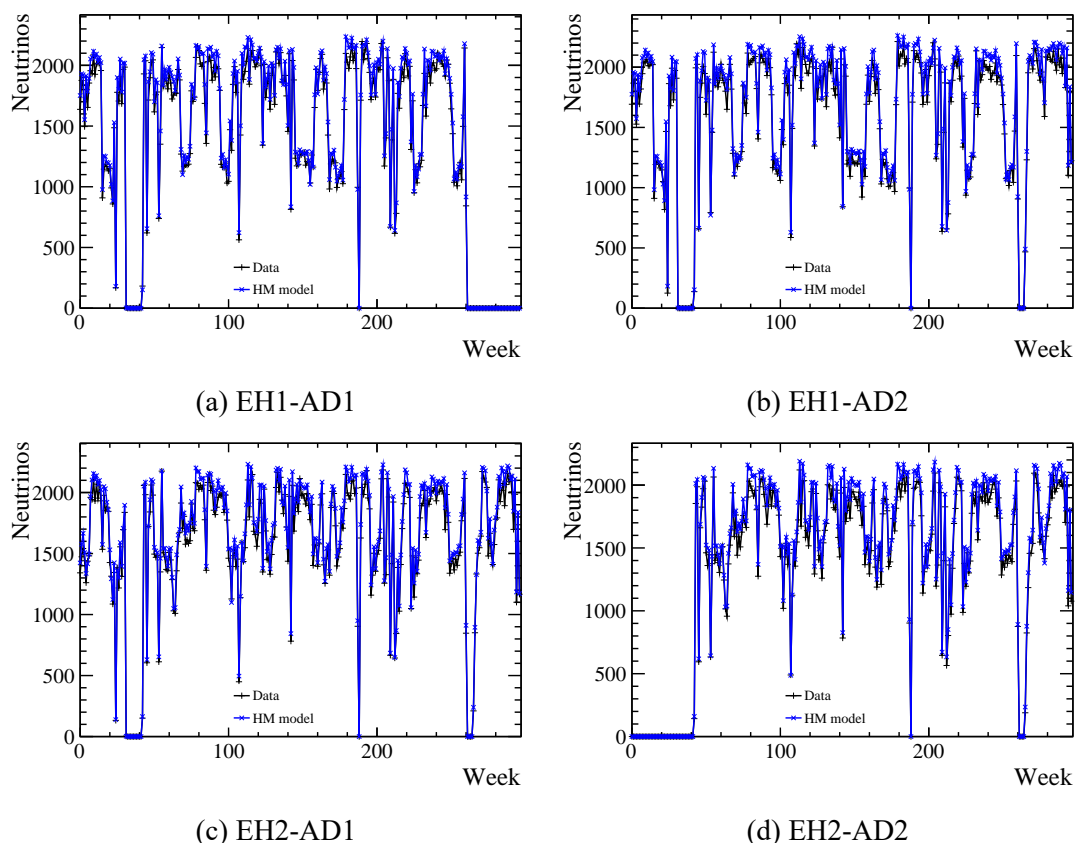


图 3.18 在 nH 样本中 AD 测量与 HM 模型预测的 IBD 事例数随着时间变化情况，HM 模型预测要普遍高于实际的数据测量值。

3.5.1 中微子 IBD 事例比较

整体的中微子 IBD 事例对应于反应堆中微子流强,通过比较测量与预测的 IBD 数量来分析模型的兼容性。表3.12给出了测量与预测的中微子 IBD 事例总量,以及测量与预测的比值。通过比值的中心值分析可以看到,在选择模型上而言 SM2018 和 KI 模型都要优于 HM 模型。在比较时需要考虑实验误差和模型误差,实验误差包括:

- 反应堆的系统误差,反应堆误差包含了热功率的测量误差,裂变同位素裂变份额误差,还有裂变同位素每次裂变释放出的能量的系统误差等。
- 探测器的系统误差,包含了探测器各个部分的质子数误差,探测效率误差等
- 本底的系统误差,包含了偶然符合本底,关联本底,乏核燃料中微子和非平衡态修正的误差等。

误差分析也是本文进行演化分析的重要内容,在进行整体 IBD 事例数分析时候,本文借鉴了文献^[86]的结果,确定 nGd 样本的流强误差为 1.5%, nH 与 nGd 最大的系统误差不同为探测效率误差,反应堆系统误差与 nGd 完全相同,且 LS 与 GdLS 的

质子数误差一致，本底误差贡献非常小，最终确定 nH 的样本的中微子流强误差为 1.8%。

模型的误差的大小情况比较复杂，由于 HM 与 KI 模型的都使用了转换法 (conversion method)，因此它们的模型误差保持一致 (约为 2.4%)^{[67][65][64]}，而 SM2018 使用的累加方法并没有给出该模型计算时的误差^[63]。

表 3.12 两个样本观测的 IBD 总量，不同模型预测 IBD 总量和测量/预测的比值。比值误差来自于两部分，前部分是实验的系统误差 (Exp.)，而后一部分是模型的系统误差 (Model)，SM2018 没有给出模型误差^[63]。

		测量	HM 预测	SM2018 预测	KI 预测
nGd 样本	IBD 总量	3401206	3566838	3421846	3424359
			0.953	0.994	0.993
	测量/预测	N/A	$\pm 0.014(\text{Exp.})$ $\pm 0.023(\text{Model})$	$\pm 0.015(\text{Exp.})$ $\pm 0(\text{Model})$	$\pm 0.015(\text{Exp.})$ $\pm 0.024(\text{Model})$
nH 样本	IBD 总量	1771918	1850514	1775289	1776625
			0.958	0.998	0.997
	测量/预测	N/A	$\pm 0.017(\text{Exp.})$ $\pm 0.023(\text{Model})$	$\pm 0.018(\text{Exp.})$ $\pm 0(\text{Model})$	$\pm 0.018(\text{Exp.})$ $\pm 0.024(\text{Model})$

nGd 样本整体的 IBD 数量测量与 HM 模型预测的比值为 0.953 ± 0.014 (Exp.) ± 0.023 (Model)，刚好对应了反应堆中微子流强异常的现象。该值不仅在一倍标准偏差内符合 2018 年的世界平均值^[69]，而且与 nH 样本的测量/预测值也是在一倍标准偏差范围内吻合的。

在不考虑模型误差时，测量与 HM 模型的差异为 3.4 倍标准偏差，但是测量与 SM2018 和 KI 的预测都是在 1 倍标准偏差范围内吻合的。当加入 HM 模型误差后，数据与模型的差异降低到了 1.7 倍的标准偏差。

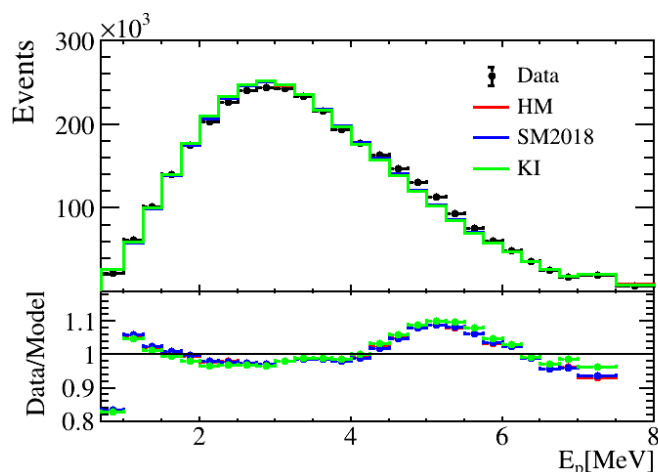
3.5.2 IBD 快信号能谱比较

图3.19展示了 1958 天的测量与预测中微子 IBD 快信号能谱的比较，此时专注于能谱形状的比较，因此对预测谱进行了归一化处理，使得预测能谱的积分总量与测量 IBD 能谱积分保持一致。无论在 nGd 样本，还是 nH 样本中，都发现在 (4, 6) MeV 区间内有明显的凸起。图中只显示了统计误差，关键的系统误差将在后面章节加入，但这里可以指出的是在 nGd 样本的 0.7 MeV 附近和两个样本的 8 MeV 附近有存在较大的系统误差 (超过 10%^{[69][100]})，使得这些地方的偏差并不明显，而 (4, 6) MeV 的系统误差比较小 ($\sim 2\%$)，使得 5 MeV 的凸起就非常明显。比较大亚湾实验 2016 年发表的 IBD 谱型结果^[69]， nGd 数据中 5 MeV 附近凸起的位

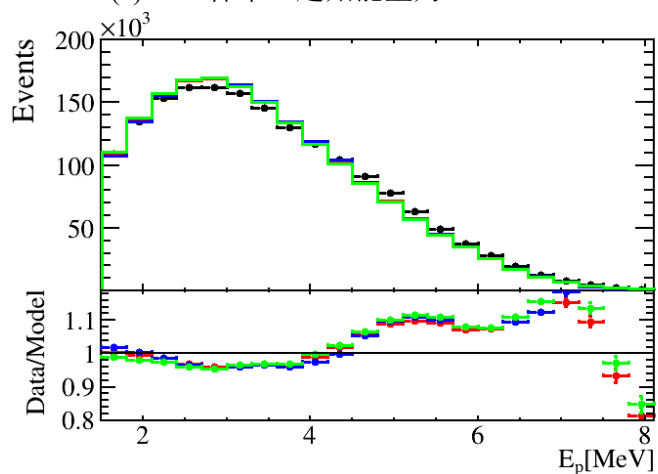
置和大小都十分的吻合。

鉴于已有的文献已经分析了测量与预测谱之间的差异^[56]，本文并没有针对测量总谱和预测总谱进行类似分析。而是着重于后续内容 IBD 能谱随反应堆裂变材料燃耗演化的研究。

本文首次使用了三种模型去预测大亚湾实验的 IBD 能谱，可以看到三种模型预测的 IBD 快信号谱型与测量能谱的形状比值极其的相似，它们都在 5 MeV 附近有着比较大的凸起。



(a) $n\text{Gd}$ 样本（起始能量为 0.7 MeV）



(b) $n\text{H}$ 样本（起始能量为 1.5 MeV）

图 3.19 大亚湾实验中 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本测量和不同模型预测的 IBD 事例快信号能谱 (E_p) 比较。预测谱已经整体归一，使得预测谱的积分与测量谱积分相等，两个样本数据在 5 MeV 附近有明显凸起，图中仅展示了统计误差。

3.6 本章小结

为了研究中微子随着反应堆功率、燃料裂变份额的演化问题，本文以周（7天）为单位提取了 AD 接收到的反应堆中微子。在筛选原始事例时，使用了清华设计的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本选择条件，并去除了偶然符合本底、关联本底、燃料辐照时间引起的非平衡态修正本底和乏核燃料中微子贡献。

整个时间周期内近点四个 AD 的 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本中微子和本底能量分布展示在图3.20中，大亚湾整个探测周期内时间信息，选择效率，候选中微子 IBD 事例，本底事例展示表格3.13中。

探测效率误差，各项本底的误差大小和样本之间相关性展示在表3.14中。

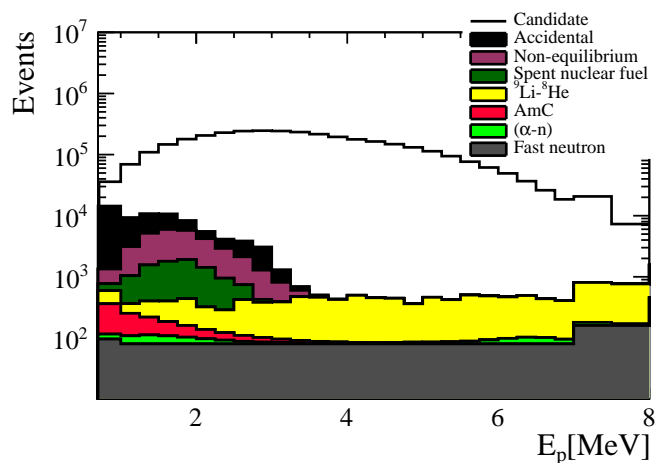
筛选得到的 IBD 能谱分别展示在图3.21。

虽然 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的筛选都来自大亚湾实验同一采数周期，但是由于实验设置和选择条件的不同，最终 $n\text{H}$ 样本中的 IBD 数量仅为 $n\text{Gd}$ 样本的 52%。

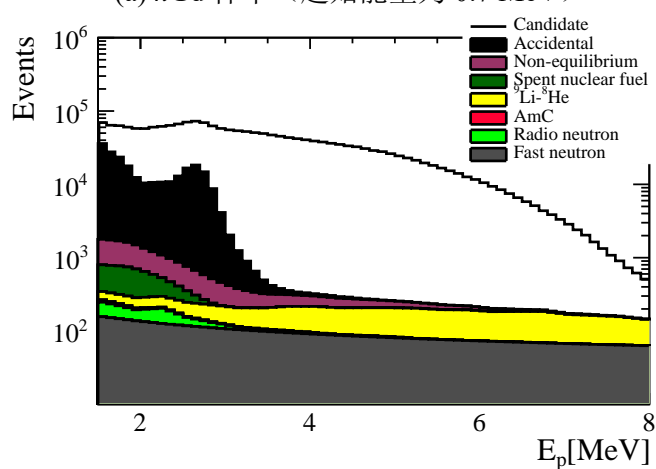
本章还对大亚湾实验的中微子 IBD 事例进行了预测，在把中微子能量转换到 IBD 快信号能量时使用了大亚湾实验模拟程序产生的探测器能量转换矩阵。

测量与预测的中微子 IBD 事例的差异见表3.12，在不考虑模型误差时，测量与 HM 模型预测之间的差异为 3.4 倍的标准偏差，而加入模型误差会使得差异降低到 1.7 倍的标准偏差。本文发现，测量与 SM2018 和 KI 模型预测的中微子 IBD 事例总量一致，它们差异在 1 倍标准偏差范围内。

比较数据与模型的中微子 IBD 快信号谱型时，本文发现数据比较三个模型的预测都会在 5 MeV 附近产生明显的凸起，见图3.19。

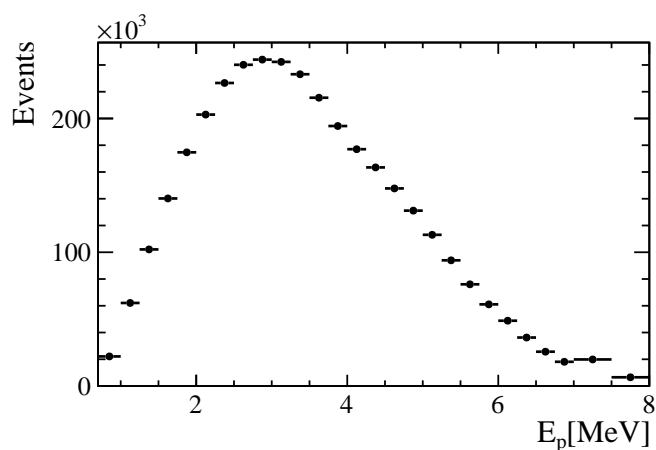


(a) $n\text{Gd}$ 样本（起始能量为 0.7 MeV）

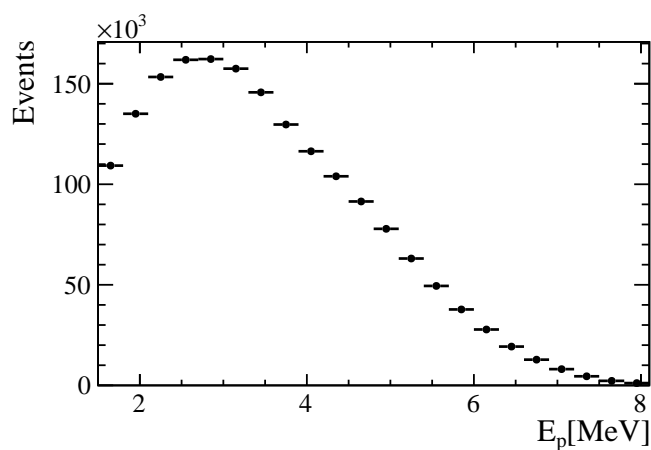


(b) $n\text{H}$ 样本（起始能量为 1.5 MeV）

图 3.20 大亚湾实验近点探测器中候选 IBD 与各种本底的事例随 IBD 快信号能量 (E_p) 的分布。注意两个样本的起始能量不同，能量区间的划分方式也不相同。



(a) $n\text{Gd}$ 样本（起始能量为 0.7 MeV）



(b) $n\text{H}$ 样本（起始能量为 1.5 MeV）

图 3.21 大亚湾实验近点探测器中来自反应堆的中微子随 IBD 快信号能量 (E_p) 的分布。注意两个样本的起始能量不同，能量区间的划分也不相同。

表 3.13 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本中活时间, 时间选择效率, 探测效率, 候选中微子 IBD 事例数和偶然符合本底、关联本底的每天的事例率汇总。

		EH1-AD1	EH1-AD2	EH2-AD1	EH2-AD2	
	活时间 [天]	1536.62	1737.62	1741.24	1554.04	
	时间选择效率	0.8084	0.8047	0.8396	0.8387	
	探测效率	80.25%				
	候选中微子 IBD 事例数	834878	968938	892696	787839	
$n\text{Gd}$ 样本	偶然符合本底 [/天]	8.50	8.34	6.12	6.04	
	快中子 [/天]	0.79	0.79	0.57	0.57	
	${}^9\text{Li}-{}^8\text{He}$ [/天]	2.38	2.38	1.59	1.59	
	AmC [/天]	0.17	0.15	0.14	0.13	
	$(\alpha-n)$ [/天]	0.08	0.06	0.04	0.06	
	乏核燃料 [/天]	1.33	1.32	1.29	1.25	
	非平衡态修正 [/天]	4.25	4.39	3.76	3.74	
		时间选择效率	0.6071	0.6044	0.6025	0.6724
		探测效率	24.25%			
	候选中微子 IBD 事例	473381	542881	541297	470483	
$n\text{H}$ 样本	偶然符合本底 [/天]	56.84	56.00	51.61	49.39	
	快中子 [/天]	2.22	2.22	1.69	1.69	
	${}^9\text{Li}-{}^8\text{He}$ [/天]	1.61	1.61	2.18	2.18	
	AmC [/天]	0.04	0.04	0.04	0.03	
	放射性中子 [/天]	0.15	0.15	0.15	0.15	
	乏核燃料 [/天]	0.91	0.89	0.81	0.84	
	非平衡态修正 [/天]	2.85	2.93	2.53	2.50	

表 3.14 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本中探测效率误差，各项本底误差和样本之间的误差相关系数汇总。

项目	$n\text{Gd}$ 误差	$n\text{H}$ 误差	误差相关性	样本相关系数
探测效率	0.76%	1.14%	AD 相关	0.52
	0.13%	0.38%	AD 不相关	0.32
偶然符合	~1.0%	~0.04%	AD 不相关	0
快中子	13.0%	13.0%	EH 相关	0
${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$	27%	50%	EH 相关	0
AmC	50%	50%	AD 相关	1
(α - n)	50%	N/A	AD 不相关	0
放射性中子	N/A	27%	AD 相关	0
乏核燃料	30%	30%	AD 相关	1
非平衡态修正	30%	30%	AD 相关	1

第 4 章 有效裂变份额计算和燃料燃耗演化数据分组

本文所用的数据为大亚湾实验 4 个近点 AD 观测的 6 个反应堆的中微子。但是 6 个反应堆的燃耗进度并不一致，为了简化分析，本文针对不同 AD 计算了一个有效的裂变份额来代替 6 个反应堆实际的裂变份额。

由于使用了大亚湾实验长达 297 周的实验数据，因此在进行数据分析时根据 ^{239}Pu 的裂变份额的演化情况，将整体数据划分成了 13 个演化组，那么中微子流强和能谱就是随这些演化组变化而演化的，演化组的划分方便了后期数据分析中的拟合工作。本章将介绍有效裂变份额的计算方式和演化组的划分情况。

4.1 四种同位素有效裂变份额分析

虽然每个 AD 观测的中微子来自于 6 个不同步运行的反应堆，但是可以等效为一个反应堆释放出的中微子，这个等效的反应堆的四种材料的裂变份额的组合就是有效的裂变份额。

4.1.1 有效裂变份额的计算

以 $n\text{Gd}$ 数据为例子，一个 AD 在某一时间内可观测到的来自某个反应堆的裂变数目 $N_{d,r}^{\text{F}}(w)$ 为：

$$N_{d,r}^{\text{F}}(w) = \frac{N_{\text{GdLS},d}^{\text{P}} \bar{P}_{d,r}^{\text{sur}} T_d^{\text{Live}}(w) \epsilon_{T,d}^{n\text{Gd}}(w) e^{D,n\text{Gd}}}{4\pi L_{d,r}^2} \frac{W_{th,r}(w)}{\sum_i F_{i,r}(w) e_i} \quad (4.1)$$

公式中的下标 d , r 和 i 分别代表 AD, 反应堆和四种同位素 (^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu)，除振荡修正 $\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}}$ 外，其他所用的符号皆与公式 (3.13) 一致。从公式中可以发现，AD 可以观测到的某个反应堆裂变数目与 AD 的质子数，观测时间，效率（时间和探测效率）和基线长度息息相关。 $\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}}$ 为来自三代中微子振荡的存活概率的修正，计算方式为：

$$\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}} = \frac{\sum_w \int S_{d,r}^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w) dE_p \text{ 有振荡}}{\sum_w \int S_{d,r}^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w) dE_p \text{ 无振荡}} \quad (4.2)$$

这里的 $S_{d,r}^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w)$ 就是公式 (3.13) 中 AD 观测到的反应堆预测谱，上述公式的分子是全时期加入三代中微子振荡修正的测量到的 IBD 总量，而分母则是无振荡的测量的中微子总量，只需要将分母的振荡参数设置为 ($\sin^2 2\theta_{13}=0$ 和 $\Delta m_{ee}^2=0$) 即可。 $\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}}$ 的数值如表 4.1 所示，其中基线长度的不同是导致不同 (AD-反应堆) 组

合之间存活概率差异的主要原因。

表 4.1 $n\text{Gd}$ 样本分析中每个探测器 AD 对应不同反应堆的中微子平均存活概率 \bar{P}^{sur} ，表中根据公式 (4.2) 计算得到。

	大亚湾 D1	大亚湾 D2	岭澳 L1	岭澳 L2	岭澳 L3	岭澳 L4
EH1-AD1	0.9921	0.9917	0.9615	0.9669	0.9386	0.9421
EH1-AD2	0.9923	0.9919	0.9615	0.9669	0.9385	0.9420
EH2-AD1	0.9393	0.9384	0.9873	0.9862	0.9826	0.9857
EH2-AD2	0.9392	0.9382	0.9871	0.9859	0.9825	0.9856

使用同样的原理可以去计算 $n\text{H}$ 样本的有效裂变份额，但需要注意 $n\text{H}$ 有不同的探测区域去观测有效裂变数，因此需要考虑不同 AD 区域的质子数和探测效率。由于 $n\text{H}$ 样本的起始能量在 1.5 MeV，且两个样本之间的 IBD 能谱也不一致，因此它的 $\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}}$ (表4.2) 也与 $n\text{Gd}$ 样本略有差异。

表 4.2 $n\text{H}$ 样本分析中每个探测器 AD 对应不同反应堆的平均存活概率平均存活概率 \bar{P}^{sur} ，与 $n\text{Gd}$ 的 $\bar{P}_{d,r}^{\text{sur}}$ 表4.1略有差异。

	大亚湾 D1	大亚湾 D2	岭澳 L1	岭澳 L2	岭澳 L3	岭澳 L4
EH1-AD1	0.9935	0.9931	0.9681	0.9725	0.9490	0.9519
EH1-AD2	0.9936	0.9933	0.9681	0.9725	0.9490	0.9519
EH2-AD1	0.9497	0.9489	0.9895	0.9885	0.9855	0.9881
EH2-AD2	0.9495	0.9487	0.9892	0.9883	0.9855	0.9880

根据反应堆裂变数目中四种同位素的组成成份，就可以计算有效裂变份额 $F_{d,i}(w)$:

$$F_{d,i}(w) = \frac{\sum_{r=1}^6 F_{i,r}(w) N_{d,r}^F(w)}{\sum_{r=1}^6 N_{d,r}^F(w)} \quad (4.3)$$

这里的 $F_{d,i}(w)$ 就是 AD 第 w 周 i 同位素的有效裂变份额，含义为来自某一同位素的裂变数目与可观测的总裂变数目的比值。注意等式两侧的裂变份额 F 的下标并不一致，当裂变份额的下标中出现 AD 的标识 d 时，就代表它是有效的裂变份额。该公式适用于 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本有效裂变份额的计算。

若考虑 4 个近点 AD 的 297 周数据，整个取数周期内数据对应的平均的有效

裂变份额 \bar{F}_i 为:

$$\bar{F}_i = \frac{\sum_{d=1}^4 \sum_{w=1}^{297} \sum_{r=1}^6 F_{i,r}(w) N_{d,r}^F(w)}{\sum_{d=1}^4 \sum_{w=1}^{297} \sum_{r=1}^6 N_{d,r}^F(w)} \quad (4.4)$$

大亚湾实验所有近点 AD 的数据对应的平均有效裂变份额 (\bar{F}_{235} , \bar{F}_{238} , \bar{F}_{239} , \bar{F}_{241}), 以 $n\text{Gd}$ 样本为例, 它们的值为 (0.564, 0.076, 0.304, 0.056)。

由于在计算平均有效裂变份额时, 公式 (4.3) 会抵消掉 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本之间的质子数, 效率等差异, 因此计算得到的 $n\text{H}$ 样本的平均有效裂变份额仍然是 (\bar{F}_{235} , \bar{F}_{238} , \bar{F}_{239} , \bar{F}_{241}) = (0.564, 0.076, 0.304, 0.056), 与 $n\text{Gd}$ 的数值完全一致。

4.1.2 有效裂变份额随时间演化

在反应堆运行过程中, ^{239}Pu 的裂变份额增加明显, ^{235}U 的裂变份额减少明显, 其余两种同位素 ^{238}U 和 ^{241}Pu 的变化不明显。注意到四种同位素裂变份额的和为 1.0, 且所有同位素的裂变份额与时间的关系在一个燃耗周期为单调的增函数或者减函数, 若选定任一时刻的同位素裂变份额作为参考量, 其余同位素的裂变份额不会出现多值的情况, 即选定的同位素裂变份额可以表示当时反应堆所处的运行状态。为了方便, 且与之前文献^[83]保持一致, 本文仍然选定 ^{239}Pu 的变化为基准。

大亚湾实验四个近点 AD 以周为时间单位的 ^{239}Pu 的有效裂变份额演化展示在图4.1中。研究中发现按照 $n\text{Gd}$ 样本计算的有效裂变份额与 $n\text{H}$ 样本计算的有效裂变份额几乎完全一致, 它们之间的差异小于 0.005%, 因此在本文后面的分析中不再区分两个样本的有效裂变份额。

从图4.1中可以看到处于同一 EH 的 AD 的有效裂变份额的演化非常的相似, 这是基本相同的基线距离造成的影响。由于 EH1-AD1 探测器后期退出了实验测量, 因此有部分数据缺失。EH2-AD2 探测器安装日期比其他探测器稍晚, 因此在前面一段也缺失了部分数据。

若忽略探测器归属信息, 整合 4 个 AD 的所有数据, 其他三种同位素有效裂变份额随着 ^{239}Pu 裂变份额的变化情况如图4.2所示, 它们之间的变化展现出一种比较好的线性关系。

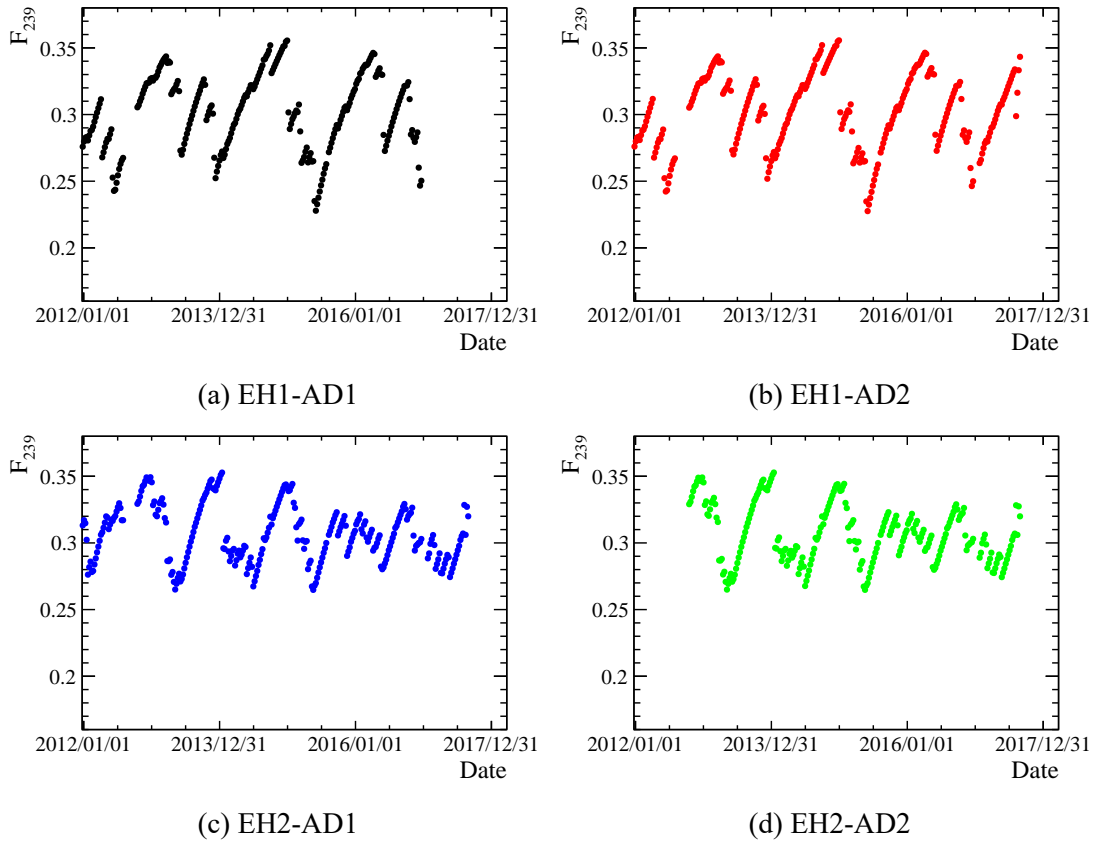


图 4.1 不同探测器 ^{239}Pu 有效裂变份额随时间的变化图, $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的有效裂变份额差异小于 0.005%, 这里不再区分。

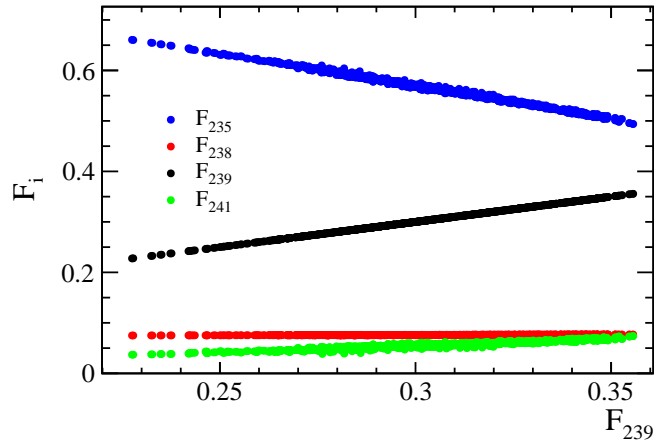


图 4.2 大亚湾实验近点探测器观测到的四种同位素有效裂变份额随着 ^{239}Pu 的裂变份额变化的演化情况, 它们与 F_{239} 之间展现出比较好的线性关系。图中每个点代表单位周的有效裂变份额, 图中不再区分数据的 AD 归属。

4.2 数据演化分组

为了方便后面的演化分析，本文并不是直接分析4个AD的297周的数据，而依据有效裂变份额的变化，将这些数据划分成为若干的演化组，本节将介绍演化组的划分依据，每个演化组的平均有效裂变份额，以及每个演化组的中微子IBD事例。

4.2.1 基于 ^{239}Pu 有效裂变份额的演化组划分

如图4.1所示，已经计算出了每个AD每周对应的有效裂变份额，本文的数据演化分组就是以此为凭据展开的。我们采用等 F_{239} 间隔的方式，具体操作为：

- 在 F_{239} 的(0.24, 0.36)之间划分为12个演化组，间隔为0.01。
- 由于统计量太少，在 F_{239} 较小的区间(0.22, 0.24)合并为一个组。

4.2.2 演化组的有效裂变份额

经过上述划分条件，同一演化组的数据包含了近点4个AD中不同时间（单位周）的数据，同时也可以计算每个演化组的有效裂变份额。参考公式(4.4)，可拓展不同组的平均有效裂变份额 $\bar{F}_{i,g}$ ：

$$\bar{F}_{i,g} = \frac{\sum_{d=1}^4 \sum^{w_d \in g} \sum_{r=1}^6 f_{i,r}(w) N_{dr}^F(w)}{\sum_{d=1}^4 \sum^{w_d \in g} \sum_{r=1}^6 N_{dr}^F(w)} \quad (4.5)$$

这里下标 g 代表不同的演化组，演化分组实际上是对AD数据（单位周）的重新划分，因此这里 $\sum^{w_d \in g}$ 含义为将某AD的某演化组对应时间的有效裂变数累加在一起。经过公式(4.4)计算，13个演化组的有效裂变份额随着 F_{239} 的变化如图4.3所示。 $\bar{F}_{235,g}$ 和 $\bar{F}_{239,g}$ 两者不仅贡献了主要的裂变份额，它们的和在~85%到~90%之间，而且 $\bar{F}_{235,g}$ 和 $\bar{F}_{239,g}$ 也贡献了主要的有效裂变份额的变化，其中 $\bar{F}_{235,g}$ 的变化范围约15%， $\bar{F}_{239,g}$ 的变化范围为12%，而 $\bar{F}_{238,g}$ 和 $\bar{F}_{241,g}$ 的变化范围仅仅为0.2%和3.3%。

观察图4.3可以看出，其他三个同位素随着 F_{239} 的变化都表现出线性关系。简单的用一条直线去拟合：

$$\bar{F}_{i,g} = \bar{F}_i + \frac{dF_i}{dF_{239}} (\bar{F}_{239,g} - \bar{F}_{239}) \quad (4.6)$$

这里的 \bar{F}_i 就是每个同位素在整个探测周期内的平均有效裂变份额， $\frac{dF_i}{dF_{239}}$ 是直线拟合中的斜率，数学含义为不同裂变份额随着 $\bar{F}_{239,g}$ 改变时的变化率， $\bar{F}_{239}=0.304$ 来自于公式(4.4)的计算，它是整个实验周期内 ^{239}Pu 的平均有效裂变份额。拟合演化组的平均有效裂变份额，得到的平均有效裂变份额 \bar{F}_i 和 $\frac{dF_i}{dF_{239}}$ 的斜率如表4.3所

示，其中拟合得出的 \bar{F}_i 与独立的公式 (4.4) 计算结果一致。

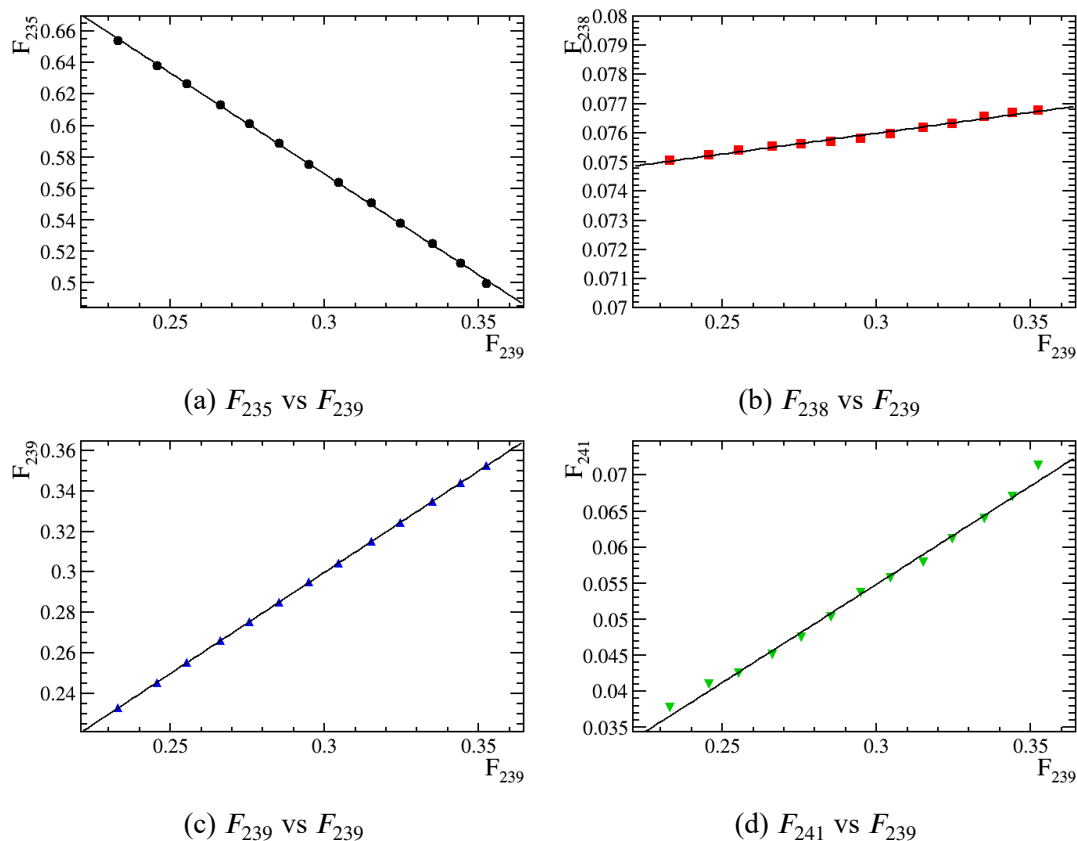


图 4.3 不同演化组计算出的四种同位素平均有效裂变份额随着 ^{239}Pu 有效裂变份额 F_{239} 变化示意图。图中黑色实线为直线拟合的结果，其均值和斜率见 4.3。

表 4.3 图 4.3 中四种同位素随着 $F_{239,g}$ 演化直线拟合得到的平均值和斜率。

	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{241}Pu
平均有效裂变份额 \bar{F}_i	0.564	0.076	0.304	0.056
斜率 $\frac{dF_i}{dF_{239}}$	-1.283	0.014	1	0.268

不同演化组的四种同位素有效裂变份额随着 F_{239} 改变的线性并不是十分完美，如图 4.3(d) 所示，在拟合直线两头出现了明显的非线性，但是正如前面所说 ^{241}Pu 的次裂变同位素，其平均有效裂变份额为 0.056，为四种同位素中占比最低，因此它的少许非线性对整体有效裂变份额估计的影响并不大。

4.2.3 演化组的中微子 IBD 事例

演化组划分完毕后，只需要将对应该演化组的 AD 测量数据直接累加起来就获得了属于这个演化组的中微子 IBD 事例集合。依据本文基于 ^{239}Pu 有效裂变份额的等间隔的划分方法，获得的不同演化组的中微子 IBD 事例数为图 4.4 所示。图

中演化组的代号从 0 到 12 顺序排列，且 0 处的 F_{239} 最小。

由于本文采用的划分演化组方式“等 F_{239} 间隔”，因此无法保证不同演化组内的统计量一致，如图 4.1 所示，由于绝大多数时间内的 F_{239} 处于中间状态，所以中间演化组的统计量非常大，而两头统计量小。

不同演化组的 IBD 快信号能谱如图 4.5 所示，每条能谱的积分值就对应图 4.4 中的中微子 IBD 事例总量。本文后面的中微子流强和能谱的演化分析都是基于不同演化组的中微子 IBD 数据展开的。

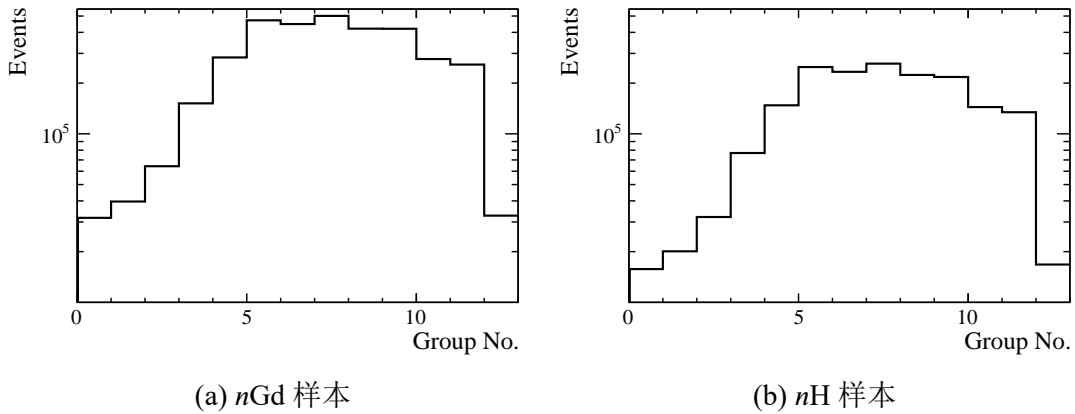


图 4.4 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本不同演化组内的中微子 IBD 事例总量分布，演化分组的号码从 0 到 12 顺序排列，0 演化组的 \bar{F}_{239} 最小。

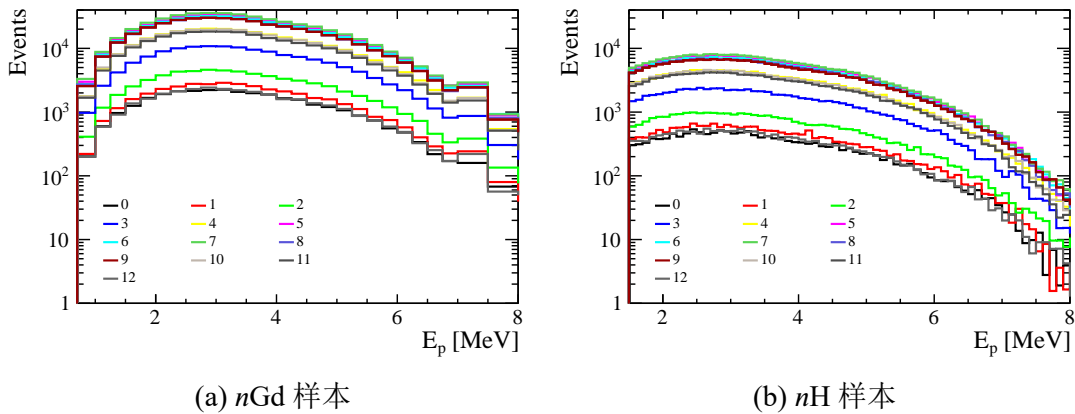


图 4.5 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本不同演化组内的中微子 IBD 快信号能谱分布，演化分组的代号从 0 到 12 顺序排序。不同的颜色线代表不同演化分组的能谱。

第5章 中微子流强演化分析

上章已经将实验测量的中微子 IBD 事例按照 ^{239}Pu 的裂变份额变化划分到了不同的演化组中，本章内容就是基于此展开的中微子流强演化分析。在分析内容上，本文研究的对象不是中微子流强在探测器内产生的 IBD 事例，而是计算的中微子 IBD 产额。本文构建了中微子 IBD 产额随 ^{239}Pu 有效裂变份额的变化的线性演化方程，通过比较线性演化方程中的参数来确定数据与模型之间的差异，并且由此讨论了惰性中微子假设的兼容性，本章最后将介绍一种利用演化数据提取 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额的方法。

5.1 中微子流强的测量

反应堆释放的中微子流强和 AD 观测的 IBD 事例存在着——对应的关系。但是 AD 的中微子 IBD 事例数的测量包含着太多的实验设置信息，为了方便研究和比较，本文计算了中微子 IBD 事例数对应的 IBD 产额，以研究中微子 IBD 产额演化规律来替代中微子流强的演化规律。

5.1.1 中微子流强与 IBD 事例数

以 $n\text{Gd}$ 样本为例子，中微子流强与探测器 AD 在一段时间内测量的中微子 IBD 事例数 N_d^{IBD} ：

$$N_d^{\text{IBD}} = \sum \int^w S_d^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w) dE_p \quad (5.1)$$

这里下标 d 代表不同的探测器，式中 $S_d^{\text{Pred},n\text{Gd}}(E_p, w)$ 来自于公式 (3.13)。通过分析可以发现 AD 测量的 IBD 事例数与探测器的效率，观测时间，靶质子数，基线位置，反应堆运行状态等息息相关，这既不方便与模型比较，也不方便与其他中微子实验横向对比。如图4.4所示，不同演化组的中微子 IBD 事例数差异非常大，而这些大的差异主要是由不同演化组对应的 AD 观测时间不同造成的。

5.1.2 中微子 IBD 产额

在研究反应堆中微子实验时，通常用反应堆中微子 IBD 产额（符号 σ_f ）来替代中微子 IBD 事例数，它的含义为：反应堆完成一次裂变释放出的中微子数目乘上 IBD 的反应截面，单位为 ($\text{cm}^2/\text{fission}$)，表5.1列出了三个模型预测的反应堆中微子 IBD 产额。由于中微子 IBD 产额的数值里面不含有实验设置的相关量，因此

在对比不同实验数据时显示出了非常大的优越性。

表 5.1 不同反应堆中微子产生模型预测的四种同位素中微子 IBD 产额，单位为 (10^{-43} cm²/fission)，数据来自^[67]^[65]^[64]^[63]，SM2018 模型没有给出误差。

反应堆中微子模型	²³⁵ U	²³⁸ U	²³⁹ Pu	²⁴¹ Pu
HM	6.64±0.16	10.10±1.10	4.36±0.12	6.04±0.15
SM2018	6.20	10.05	4.34	6.13
KI	6.29±0.16	9.40±0.10	4.36±0.12	6.04±0.15

5.1.2.1 测量和预测中微子 IBD 产额总量

在计算大亚湾实验测量数据的中微子 IBD 产额时，只需要将测量到的中微子总量除以 AD 观测到的裂变总数即可，因此大亚湾实验测量的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 为：

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\text{中微子总数}}{\text{AD 观测到的裂变总数}} = \frac{N^{\text{IBD}}}{\sum_{d=1}^4 \sum_{w=1}^{297} \sum_{r=1}^6 N_{dr}^{\text{F}}(w)} \quad (5.2)$$

这里的分母中的裂变数目 N^{F} 来自之前的计算公式 (4.4) 的一致，大亚湾实验观测到的中微子数目 N^{IBD} 来自于表格5.3，在进行运算时，可以选择 $n\text{Gd}$ 或者 $n\text{H}$ 样本的测量 IBD 数据，也可选择三个模型的预测 IBD 数目。需要注意，受 AD 探测区域和效率的影响， $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本中 AD 观测到的裂变总数是 N^{F} 不一致的，但是同一样本中在适用不同模型预测时，它们的 N^{F} 是一致的。

公式 (5.2) 的分子分母为整个实验运行时期的中微子总数和有效裂变总数，因此计算得到的中微子 IBD 产额即是大亚湾实验测量到的平均产额和预测产额，如表5.2所示。可以发现， $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的模型预测的中微子 IBD 产额完全一致，这正是采用中微子 IBD 产额分析的优势，它可以摒弃了一些实验设置上的差异，只关注中微子源头的关键信息。

表 5.2 大亚湾实验不同样本测量到的中微子 IBD 产额和三个模型预测的 IBD 产额的中心值，由公式 (5.2) 计算得到，单位为 (10^{-43} cm²/fission)。

样本	数据测量	HM 预测	SM2018 预测	KI 预测
$n\text{Gd}$ 样本	5.89	6.18	5.92	5.93
$n\text{H}$ 样本	5.91	6.18	5.92	5.93

除公式5.2可用来计算模型预测的中微子 IBD 产额外，简化该公式可以得到模

型预测中微子 IBD 产额 σ_f^{Model} 的计算方法为:

$$\sigma_f^{\text{Model}} = \sum_{i=1}^4 \bar{F}_i \sigma_i \quad (5.3)$$

下标 i 仍代表四种同位素, 这里的 \bar{F}_i 就是公式 (4.4) 计算得出的平均有效裂变份额, 而 σ_i 是表 5.1 列出的模型预测的四种同位素的中微子 IBD 产额。利用该方法计算出的结果与表 5.2 中的数值完全一致。

5.1.2.2 不同演化组的测量和预测中微子 IBD 产额

由于已经对大亚湾实验的测量基于 ^{239}Pu 的有效裂变份额分成了 13 个演化组, 因此每组的中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,g}$ 为:

$$\sigma_{f,g} = \frac{\text{第 } g \text{ 组中微子总数}}{\text{第 } g \text{ 组裂变总数}} = \frac{N_g^{\text{IBD}}}{\sum_{d=1}^4 \sum_{w_d \in g} \sum_{r=1}^6 N_{dr}^{\text{F}}(w)} \quad (5.4)$$

g 下标代表不同的演化组, 公式中的分母与 (4.5) 一致, 它们含义都为第 g 组的裂变总数。利用上列各式可计算出各个演化组的 IBD 产额, 如表 5.3 所示。

参考公式 (5.3), 不同演化组模型预测 IBD 产额 $\sigma_{f,g}^{\text{Model}}$ 为:

$$\sigma_{f,g}^{\text{Model}} = \sum_{i=1}^4 \bar{F}_{i,g} \sigma_i \quad (5.5)$$

这里的 i 仍代表四种不同的裂变同位素, $\bar{F}_{i,g}$ 就是公式 (4.5) 计算得出的不同演化组的四种同位素的平均有效裂变份额。

中微子 IBD 产额与中微子流强一样, 它们都是实验的直接观测量, 研究中微子 IBD 产额的演化就对应于中微子流强演化的分析, 它能展现出比整体中微子 IBD 事例静态分析更多的细节。

5.1.3 中微子 IBD 产额的演化规律研究

在研究中微子 IBD 产额演化时, 使用的数学模型是一条线性方程, 通过比较观测数据和模型预测的线性方程, 来分析它们之间的差异。

下面描述一下线性演化方程的来源。每个演化的组的中微子 IBD 产额可表示为公式 (5.5), 对两边 F_{239} 微分可得:

$$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}} = \sum_{i=1}^4 \frac{dF_i}{dF_{239}} \sigma_i \quad (5.6)$$

这里的斜率 $\frac{dF_i}{dF_{239}}$ 已经通过线性方程拟合得出 (表 4.3)。然后对公式 (4.6) 两边同

表 5.3 不同演化组的平均有效裂变份额，测量中微子 IBD 产额以及对应的统计误差，中微子 IBD 产额和统计误差单位 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$)。

演化组	\bar{F}_{235}	\bar{F}_{238}	\bar{F}_{239}	\bar{F}_{241}	nGd 样本		nH 样本	
					$\sigma_f^{\text{Meas.}}$	统计误差	$\sigma_f^{\text{Meas.}}$	统计误差
0	0.654	0.075	0.233	0.038	6.060	0.034	5.989	0.048
1	0.638	0.075	0.246	0.041	5.993	0.029	6.040	0.043
2	0.627	0.075	0.255	0.043	5.990	0.024	5.964	0.033
3	0.613	0.076	0.266	0.045	5.978	0.015	5.957	0.021
4	0.601	0.076	0.276	0.047	5.935	0.011	5.948	0.015
5	0.589	0.076	0.286	0.050	5.911	0.009	5.946	0.012
6	0.576	0.076	0.295	0.054	5.912	0.009	5.936	0.012
7	0.563	0.076	0.305	0.055	5.880	0.008	5.930	0.011
8	0.550	0.076	0.315	0.058	5.862	0.009	5.890	0.012
9	0.538	0.076	0.325	0.061	5.858	0.009	5.881	0.013
10	0.524	0.077	0.335	0.064	5.833	0.011	5.860	0.015
11	0.512	0.077	0.344	0.067	5.831	0.011	5.835	0.016
12	0.499	0.077	0.352	0.071	5.784	0.032	5.807	0.045

时乘上同位素的 IBD 产额相加在一起，并将公式 (5.6) 代入，可得：

$$\sum_{i=1}^4 \bar{F}_{i,g} \sigma_i = \sum_{i=1}^4 \bar{F}_i \sigma_i + \frac{d\sigma_f}{dF_{239}} (\bar{F}_{239,g} - \bar{F}_{239}) \quad (5.7)$$

整理后为：

$$\sigma_{f,g}^{\text{Lin.}} = \bar{\sigma}_f + \frac{d\sigma_f}{dF_{239}} (\bar{F}_{239,g} - \bar{F}_{239}) \quad (5.8)$$

这就是中微子 IBD 产额的线性演化方程，其中 $\sigma_{f,g}^{\text{Lin.}}$ 为每个演化组的 IBD 产额， $\bar{\sigma}_f$ 是整个实验周期数据的平均 IBD 产额，斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 是 IBD 产额随着 $\bar{F}_{239,g}$ 演化的变化率。这里 $\bar{F}_{239}=0.304$ 仍然是计算得到的 ^{239}Pu 平均有效裂变份额。

虽然有效裂变份额随着 F_{239} 的变化斜率 $\frac{dF_i}{dF_{239}}$ 存在部分非线性（图4.3所示），但是在使用该线性方程与 HM 模型预测的不同演化组的 IBD 比较时，发现线性方程的计算值与实际预测之间的差异小于 0.01%，证明在中微子 IBD 产额在随 F_{239} 变化时具有相当好的线性关系。

利用线性方程进行演化分析的优势为：数据与模型的整体静态数据比较只是集中在 $\bar{\sigma}_f$ 一项上，而动态的演化分析则多出了斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 一项，多一个维度去分析

数据与模型之间的差异。

5.2 中微子流强的线性演化方程

本文通过最小二乘法拟合测量数据，待拟合方程就是公式 (5.8) 的线性方程。大亚湾实验的数据包含了两个样本，因此本文的拟合工作也分为样本的分别拟合和联合拟合。表5.3仅仅给出了统计误差，还需要讨论系统不确定性造成的每个演化组的中微子 IBD 产额系统误差。

5.2.1 拟合数据的 χ^2 方程

本文建立的最小二乘法的 χ^2 方程为：

$$\chi^2 = (\sigma_f^{\text{Lin.}} - \sigma_f^{\text{Meas.}}) (\mathbf{V}^{\text{Stat.}} + \mathbf{V}^{\text{Syst.}})^{-1} (\sigma_f^{\text{Lin.}} - \sigma_f^{\text{Meas.}})^{\text{T}} \quad (5.9)$$

为了充分考虑演化组之间的相关性， χ^2 方程中的参数均为矩阵形式。 $\sigma_f^{\text{Lin.}}$ 是一个横矩阵，包含线性方程公式 (5.8) 预测每个演化组中微子 IBD 产额，线性方程中的平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 和斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 是待拟合参数。矩阵 $\sigma_f^{\text{Meas.}}$ 是表5.3中实验测量演化组的 IBD 产额，对角阵 $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 是统计误差的协方差矩阵，其元素都在对角线上，并且数值为统计误差的平方。 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 是系统误差的协方差矩阵，它是一个对称阵，由于演化组之间存在相关性，所以它的非对角线上的元素并不为 0。 $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 的形式见图5.1。

$n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的分别拟合和联合拟合的 χ^2 方程形式都与公式 (5.9) 一致，只是待输入的向量和矩阵不同：

- 分别拟合时，向量 $\sigma_f^{\text{Lin.}}$ 和 $\sigma_f^{\text{Meas.}}$ 的元素个数都是 13 个对应 13 个演化组，而 $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 为 13×13 的矩阵形式，对应于各自样本的统计和系统误差协方差矩阵。分别拟合将得到两组来自 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本的平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 和斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的拟合值，拟合值的误差范围受样本自身的误差影响。
- $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本联合拟合时，量 $\sigma_f^{\text{Lin.}}$ 和 $\sigma_f^{\text{Meas.}}$ 的元素个数为 26 个，其中前 13 个元素来自 $n\text{Gd}$ 样本，后 13 个元素来自 $n\text{H}$ 样本， $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 也变为 26×26 的矩阵形式，其形式如图所示。联合拟合将只得到一组 $(\bar{\sigma}_f, \frac{d\sigma_f}{dF_{239}})$ 拟合值，它们的误差是两个样本联合分析的结果，在理论上比任何一个样本的精度都要高。

5.2.2 系统误差协方差矩阵

中微子 IBD 产额系统误差主要来自于实验探测器和反应堆中计算参量的不确定性，例如效率，质子数等等，不同演化组中微子 IBD 产额之间的相关性来也自

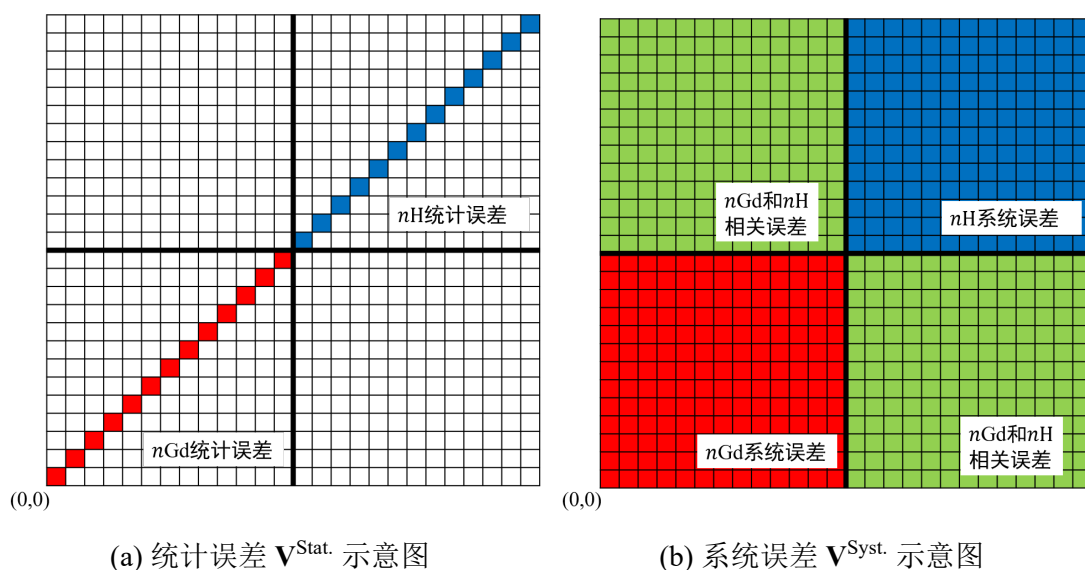


图 5.1 联合拟合中 $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 形式示意图。联合分析中误差矩阵形式为 26×26 的误差矩阵，图中红色区域代表 $n\text{Gd}$ 样本的误差存在区域，蓝色区域代表 $n\text{H}$ 样本误差，绿色则代表两个样本之间的相关误差，左下角为矩阵的原点，空白区域的数据为 0。

于这些参量各自的相关性，最后 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的相关性来自这些参量的样本相关性的传递。

在前面几节中，本节已经讨论了各个参量的误差，对于反应堆而言，第2.2.1节给出了反应堆热功率的误差，第2.2.2节给出了裂变份额的误差。

对探测器而言，第2.3.3节讨论了探测器质子数的误差，第3.2节给出了各种选择效率的误差。

汇总不同的误差来源如表5.4所示，由于计算有效裂变数的过程中对数据进行了三代中微子的振荡修正，虽然振荡参数的误差造成中微子 IBD 产额的偏差小于 0.1%，但本文仍考虑了它的贡献。

表 5.4 中微子 IBD 产额系统误差的来源, 各自误差大小、相关性和 n_{Gd} 和 n_{H} 样本之间的相关系数。

误差来源	误差大小		相关性	样本间相关系数
	n_{Gd} 样本	n_{H} 样本		
热功率	0.5%	0.5%	反应堆不相关	1
裂变份额	5%	5%	相关系数矩阵 反应堆相关	1
裂变能	< 0.3%	< 0.3%	同位素相关	1
质子数	GdLS, LS: 0.92% IAV、OAV 和 Other: 1%		AD 相关	GdLS: 1 LS: 1 IAV、OAV 和 Other: 0
	GdLS: 0.03% LS: 0.13% IAV、OAV 和 Other: 0.5%		AD 不相关	GdLS: 1 LS: 0 IAV、OAV 和 Other: 0
探测效率	0.76 %	1.13%	AD 相关	0.52
	0.13%	0.38%	AD 不相关	0.32
振荡修正	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0856 \pm 0.0029$ $\Delta m_{ee}^2 = 2.522^{+0.068}_{-0.070} \times 10^{-3} \text{ eV}^2$		AD 相关	1

除了这些主要误差之外, 本底分析的误差也会传递到 IBD 产额测量上去, 第3.3节给出了各种本底的误差, 表格3.14列出了偶然符合本底、相关本底、乏核燃料中微子和非平衡态修正的误差的大小、相关性和样本相关性等信息。

除展示出的相关性以外, 本文认为所有的系统误差都是时间相关的, 即不同时间的各参量误差大小一致, 且相关系数为 1。

在计算中微子 IBD 产额的公式 (5.4) 和公式 (4.1) 中, 不同的参量参与了各种运算, 直接运用误差传递公式会使得过程复杂化。这里介绍一种利用随机抽样的方法去估计系统误差协方差矩阵的方法, 具体操作方式为 4 步, 分别为:

1. 独立的参量之间不存在相关性, 因此它们可以单独的进行抽样。抽样时参量服从高斯分布, 参量值为中心值, 误差的平方为方差。在抽样过程中不仅要兼顾参量的自身的相关性, 例如时间相关性, 反应堆相关性, AD 相关性等等, 也要兼顾样本之间的相关性。特殊抽样为裂变份额的抽样, 四个同位素的裂变份额不仅要满足它们之间相关系数矩阵的要求, 也要同时满足它们之和为 1.0 的要求。
2. 利用抽样得到的数据, 通过公式 (5.4) 计算每个演化组的 n_{Gd} 和 n_{H} 的 IBD

产额。

3. 重复以上两步，重复次数越多抽样造成的偏差越小。
4. 分析重复抽样的中微子 IBD 产额的分布，分析单个演化组的 IBD 产额分布可以得到该组的 IBD 产额的系统误差，分析不同组的分布可以获得它们的协方差，分析样本之间的 IBD 产额分布可以得到 IBD 产额样本之间的协方差。

本文设计的程序可以对 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的中微子 IBD 产额可以同时进行抽样模拟计算，可以同时得到拟合方程 (5.9) 所需要的分别拟合和联合拟合的所有协方差矩阵。

抽样模拟的方式可以同时全部参量进行抽样，进而得到总体中微子 IBD 产额系统误差协方差矩阵，也可以对每个参量进行单独抽样，从而得到只受该参量误差影响的协方差矩阵，最后将所有协方差矩阵相加也可以得到总体中微子 IBD 产额的协方差矩阵。下面分别展示一下主要参量误差导致的中微子 IBD 产额误差。

5.2.2.1 反应堆热功率

图5.2展示了反应堆热功率误差通过抽样方法得到的中微子 IBD 产额误差和相关系数。显示 IBD 产额相对误差的图5.2(a)中，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本误差，后 13 个组为 $n\text{H}$ 样本的误差，图5.2(b)为相关系数矩阵，计算方式为：

$$\rho_{i,j} = \frac{V_{i,j}}{\sqrt{V_{i,i}V_{j,j}}} \quad (5.10)$$

其中 i, j 分别代表不同的演化组， $V_{i,j}$ 为对应 i, j 组的协方差。相关系数 $\rho_{i,j}$ 是处于 $[-1,1]$ 之间的数值，正数代表正相关，负数代表负相关，0 为不相关，且 $\rho_{i,j}$ 的绝对值越大，相关性越强。相关系数矩阵为对称矩阵，左下 13×13 部分为 $n\text{Gd}$ 样本的相关系数矩阵，右上 13×13 部分为 $n\text{H}$ 样本的相关系数矩阵，剩下的左上和右下的矩阵互为转置矩阵，代表了 $n\text{Gd}$ 样本的演化组和 $n\text{H}$ 样本演化组的相关关系。

由于热功率的误差是反应堆不相关的，探测器 AD 观测到有效裂变数来自于 6 个反应堆的累加，另外 AD 与反应堆之间的基线长度也存在差异，使得不同反应堆对不同 AD 观测的 IBD 产额贡献度不一致，所造成的误差也就不一致。图5.2(a)中的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的前三个演化组其数据全部来自于 EH1-AD1 和 EH1-AD2，相对较远的岭澳四个反应堆对它们测量 IBD 产额的影响减弱。处于中间位置的演化组，它们包含了所有近点 AD 数据，6 个反应堆热功率的偏差对观测 IBD 产额都有显著影响。由于热功率误差为反应堆不相关，来自不同反应堆的误差的叠加会使得总误差减小，所以 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的前三个演化组的误差较大，而中间演化组的误差也几乎等于非相关误差的叠加值 $0.5\%/\sqrt{6} \approx 0.2\%$ ，其中 0.5% 是热功率误差，6 代表 6 个反应堆。

不同组之间相关系数的差异原因也是演化组内不同反应堆的贡献造成的，样本中前三组的 IBD 产额都来自于 EH1-AD1 和 EH1-AD2 所以它们相关性强，中间位置的演化组的 IBD 产额来自于近点的 4 个 AD 所以它们相关性也强，当 IBD 产额的来源出现差异时，对应的相关性就会减弱。

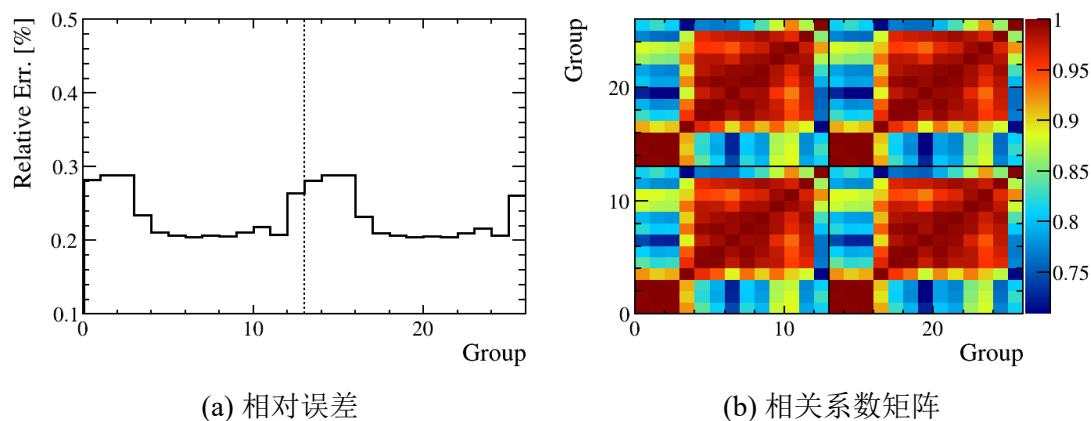


图 5.2 反应堆热功率误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.2.2.2 反应堆裂变份额

图5.3展示了反应堆裂变份额误差通过抽样方法得到的 IBD 产额误差和相关系数。裂变份额的输入误差为 5%，但抽样模拟时需要保证 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 裂变份额的和为 1 的限制，由于这个限制同位素的裂变份额的相对变化并不大。在计算有效裂变数时（公式4.1），裂变份额与裂变能直接相乘作为一项，而同位素的裂变能数值非常接近（表3.10）。综合影响下，裂变份额对测量 IBD 产额的影响要小于 0.1%，随着演化组的递进，其对 IBD 产额的影响有微小的增加。由于裂变份额的输入相关性为反应堆相关和时间相关，造成划分到不同组中的 AD 数据的影响是一致的，所以不同演化组和样本组之间的相关系数都为 1.0。

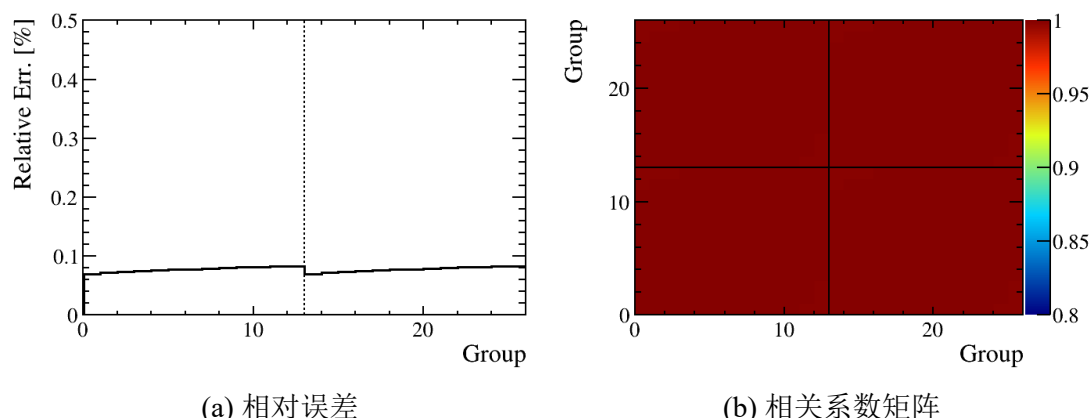


图 5.3 反应堆裂变同位素 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 裂变份额误差造成的测量 IBD 产额相对误差, 前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差, 后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.2.2.3 裂变能

图5.4展示了裂变材料每次裂变释放能量误差通过抽样方法得到的 IBD 产额误差和相关系数。表3.10展示的不同裂变材料的裂变能误差虽然不同, 但总体在 0.1% 到 0.3%, 裂变能最大的误差来自于 ^{238}U 大约为 0.3%, 但 ^{238}U 的有效裂变份额较少, 最终传递到 IBD 产额上的误差也与 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的裂变能误差为主。随着演化组的演化, 裂变能造成的 IBD 产额的偏差也有略微的变化。裂变能计算时采用了相似的方式, 因此认定 4 种同位素的裂变能误差是同位素相关的, 除此之外还有反应堆相关和时间相关的, 因此与裂变份额相似, 不同演化组和样本组之间的相关系数都为 1.0。

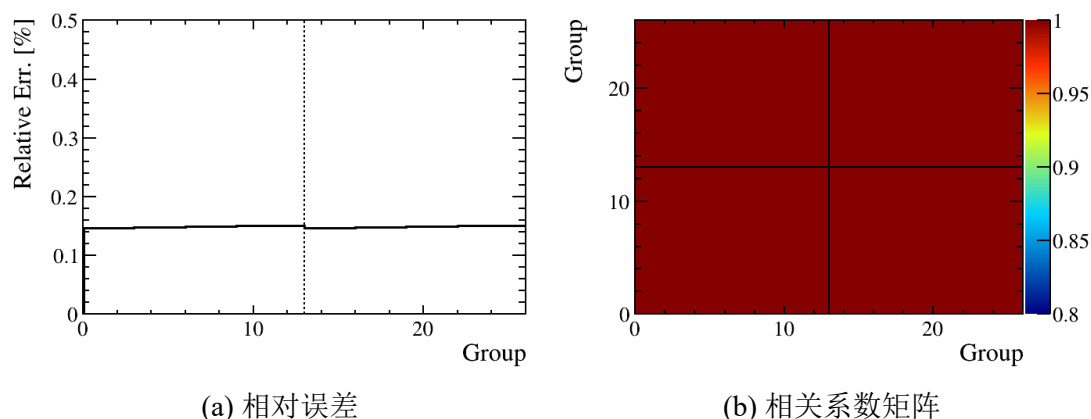


图 5.4 反应堆裂变同位素 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 每次裂变释放能量误差造成的测量 IBD 产额的相对误差, 前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差, 后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.2.2.4 质子数

图5.5展示了探测 AD 质子数误差通过抽样方法得到的 IBD 产额误差和相关系数。 $n\text{Gd}$ 样本测量的数据全部来自于 GdLS, $n\text{H}$ 样本测量的数据大部分来自于 LS, GdLS 和 LS 的区域的质子数误差都为 0.92%, 由于估计质子数的方式一致, 所以这两个区域的质子数绝对误差是相关的。虽然 $n\text{H}$ 样本还有少量质子数误差来自于 IAV, OAV 和 Other, 由于它们贡献的中微子 IBD 事例太少, 因此造成的 IBD 产额偏差可以忽略。除了估计质子数绝对误差外, 还有因探测之间质量差异造成的相对误差, GdLS 为 0.3%, LS 为 0.13%, 这个偏差比绝对误差小的多, 且它们是 AD 不相关的, 这也是图中为什么 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差会有比 $n\text{Gd}$ 样本更大浮动的原因。最后, 由质子数偏差造成的 IBD 产额的误差就几乎全部来自于绝对误差相关的 GdLS 和 LS 区域, 因此 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本也就是强相关的。图5.5(b)展示了更细节的相关性差异, 它们都是由 AD 不相关的较小的质子数相对误差造成的。

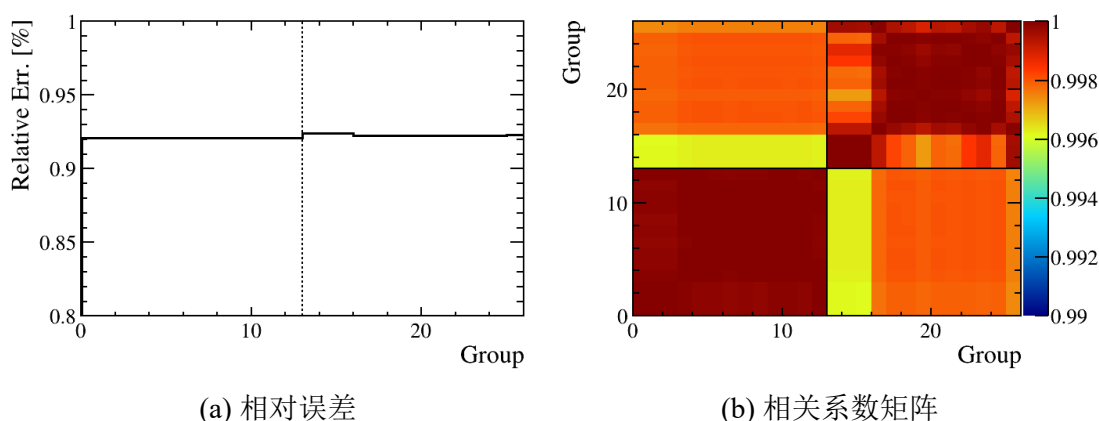


图 5.5 探测器 AD 中质子数误差造成的测量 IBD 产额的相对误差, 前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差, 后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.2.2.5 探测效率

图5.6展示了探测效率误差通过抽样方法得到的 IBD 产额误差和相关系数。由于样本的探测效率的 AD 相关部分的误差出现了较大不同, 因而图5.6(a)的 $n\text{Gd}$ 样本和 $n\text{H}$ 样本之间的相对误差差异较大, 除此之外 $n\text{H}$ 样本的 AD 不相关误差由于比 $n\text{Gd}$ 样本较大, 因而造成的演化组之间的差异也比 $n\text{Gd}$ 要大。探测效率的 AD 间相关误差远大于 AD 不相关误差, 所以样本间的相关性也由 AD 间相关误差决定, 如图5.6(b)所示, 样本之间演化组的相关系数约为 0.52。

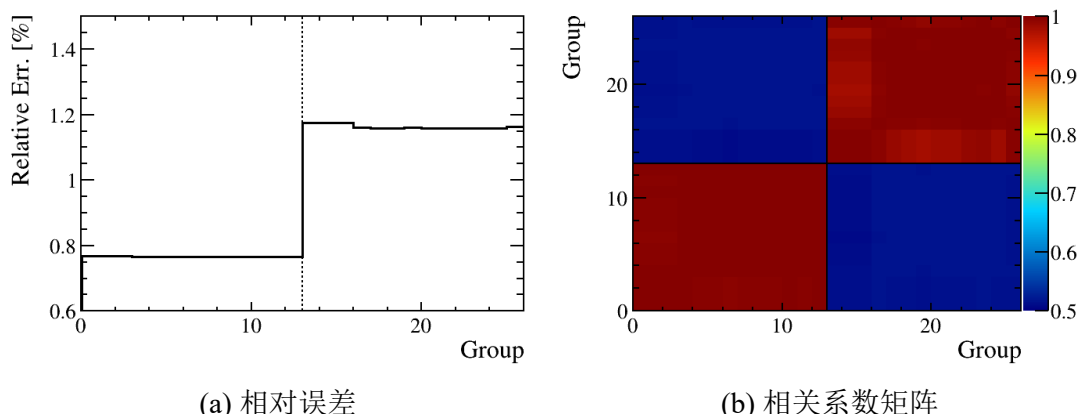


图 5.6 探测器探测效率误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.2.2.6 本底

图5.7展示了本底误差通过抽样方法得到的 IBD 产额误差和相关系数。本底误差的大小和相关性来自于表3.14，其主要本底误差为非平衡态修正、 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 和乏核燃料中微子，其余本底的中微子 IBD 事例占比非常小，因而对 IBD 产额的影响不大。 $n\text{Gd}$ 样本分析中升级了 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 本底的研究方法使得其误差从 50% 降低到了 27%，因此 $n\text{Gd}$ 的 IBD 产额误差要略低于 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差（图5.7(a)）。本底的相关性比较复杂，包含了 AD 的相关性，EH 的相关性等等，最终造成的 IBD 产额的相关性如图5.7(b)所示。

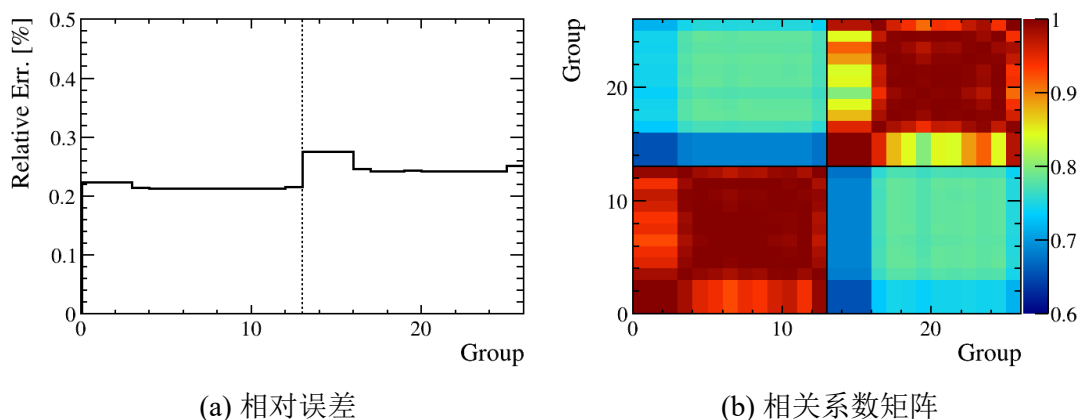


图 5.7 本底误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

振荡参数的误差对测量中微子 IBD 产额的影响低于 0.1%，又是 AD 相关的，所以它的相对误差将是一条图中的直线，相关系数矩阵中的参数也是处处为 1.0 的，这里不再分开展示。

5.2.2.7 系统误差汇总

最终将所有参量的误差汇总如图5.8所示。通过上面的分析可以看出质子数和探测效率的造成的 IBD 产额误差远远高于其他参量，比较特殊的参量为裂变份额，虽然它拥有 5% 的系统误差，但是对 IBD 产额的影响要低于 0.1%。

在总的系统误差相关系数矩阵中，相同样本中演化组与组之间具有非常强的关联性，相关系数大于 0.9，而 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本相关系数 (~ 0.75) 偏离 1，这是探测效率的样本之间过低的相关系数 (~ 0.52) 造成的。综上考虑，虽然 $n\text{H}$ 测量 IBD 产额的系统误差大于 $n\text{Gd}$ 样本，但由于源自于同一实验设置，误差的共享导致了样本之间的强关联性。

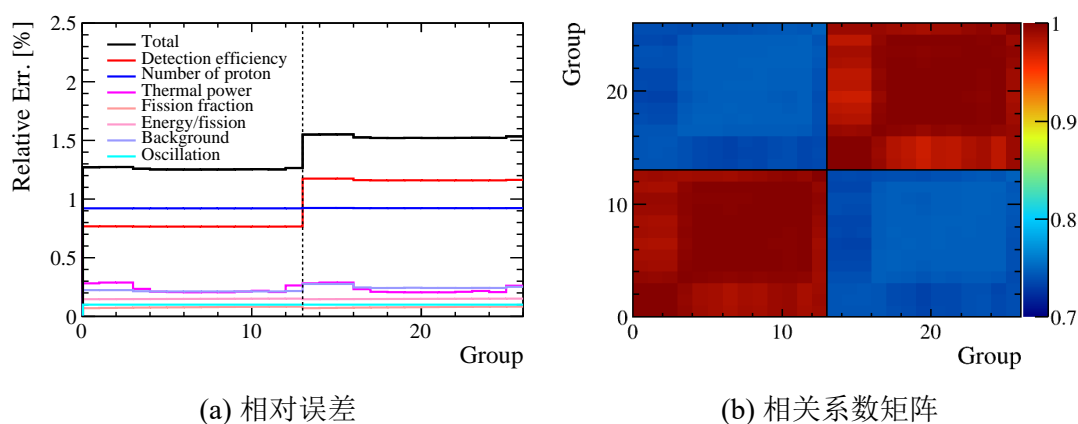


图 5.8 所有参量系统误差造成的测量 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.2.3 数据拟合结果

将上节通过抽样方法得到的协方差矩阵按照分别拟合和联合拟合的要求放入线性拟合公式 (5.9) 中，便可以得到最佳的拟合结果。

本文的拟合程序基于 ROOT 软件的 TMinuit 方程编写，大亚湾实验整个测量周期内平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 和斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的最佳拟合值在表 5.5 中。拟合 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本数据得到的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 在一倍标准偏差范围内是吻合的，同时两组样本通过拟合得到的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 与直接计算的数值 (表 5.2) 也是吻合的。

由于 $n\text{Gd}$ 样本的统计量大，且系统误差更小，因此 $n\text{Gd}$ 样本的拟合参数的精度要优于 $n\text{H}$ 样本。图 5.9 展示了不同 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本中微子 IBD 产额随着 F_{239} 的演化图，样本数据的误差只展示了统计误差，绿色实线为样本联合分析的最佳拟合值，模型的预测的线性方程也展示在图中。

样本在联合分析的作用就是继续提升拟合参数的精度，可以看到联合分析的提升主要体现在斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 上，其误差从 $n\text{Gd}$ 样本的 0.14 降低到了 0.12，降低了大

表 5.5 大亚湾实验数据分别拟合和联合拟合得到的平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 和斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的最佳拟合值, 误差和最佳拟合值对应的 χ^2/NDF 。表格中 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 单位均为 ($10^{-43}\text{cm}^2/\text{fission}$)。

	平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$	斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$	χ^2/NDF
<i>n</i> Gd 样本	5.89 ± 0.07	-1.77 ± 0.14	9.55/11
<i>n</i> H 样本	5.91 ± 0.09	-1.65 ± 0.19	6.47/11
样本联合分析	5.89 ± 0.07	-1.74 ± 0.12	16.49/24

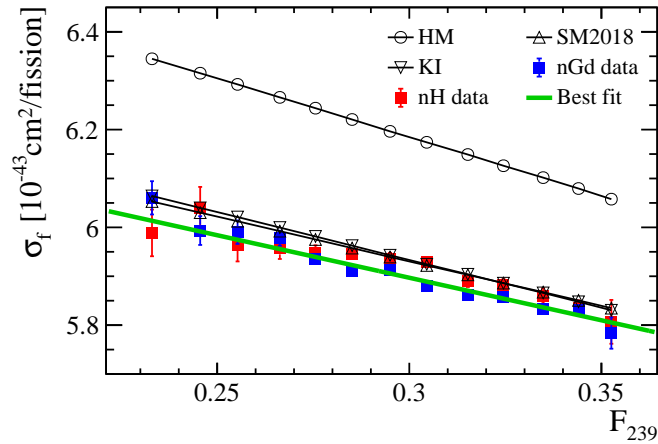


图 5.9 不同演化组的两个样本测量和三个模型预测中微子 IBD 产额随着 $F_{239,g}$ 变化图, 仅展示统计误差, 图中绿线为样本联合分析的最佳线性拟合值。

约 14%, 而平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ 的精度几乎没有提升, 误差仍然保持在 0.07 的水平。分析造成这种情况的原因, 需要借助误差成份分析, 原理为分析拟合参数误差中各种输入参量误差的占比。本文采用“减”的方式得到不同参量造成的拟合参数的误差, 其原理为:

$$\sigma_n^2 = \sigma_{n+\text{Stat.}}^2 - \sigma_{\text{Stat.}}^2 \quad (5.11)$$

这里 $\sigma_{\text{Stat.}}$ 是在利用公式 (5.9) 参数拟合时使用的协方差矩阵仅仅包含统计误差协方差矩阵, 而 $\sigma_{n+\text{Stat.}}$ 表示进行参数拟合时使用的协方差矩阵包含统计误差和第 *n* 项系统误差的协方差矩阵。最终每个参量在拟合参数误差中占比就为:

$$\text{Fraction}_n = \frac{\sigma_n^2}{\sum_n \sigma_n^2 + \sigma_{\text{Stat.}}^2} \times 100\% \quad (5.12)$$

图5.10展示了联合分析拟合中主要参量的误差在拟合参数 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 中的误差占比情况。对于 $\bar{\sigma}_f$ 而言, 它的误差主要来自于系统误差, 统计误差的影响可以忽略, 而系统误差中最大的两项源自质子数和探测效率贡献了绝大多数的 $\bar{\sigma}_f$ 误差。通过系统误差的相关系数矩阵 (图5.8(b)) 可知, 样本之间具有较强的相关性 (~ 0.75), 这

个强相关性弱化了联合分析的精度。而 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的误差绝大多数源自于统计误差，少部分来自热功率的误差。统计误差是一个样本不相关的参量，因此在联合分析中 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的精度得到了提升。

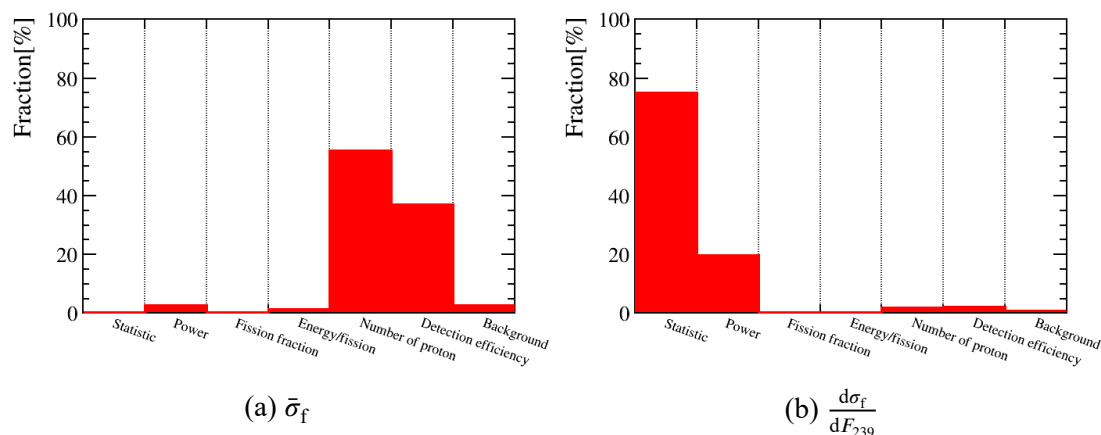


图 5.10 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本联合拟合中主要参量的误差在拟合参数 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 误差中的占比情况。

误差成份分析也为未来提升实验测量精度指出了方向，例如若要继续提升 $\bar{\sigma}_f$ 的精度，首先要提高质子数测量的精度，或者提升探测效率，统计量的增加虽然已经对 $\bar{\sigma}_f$ 的精度提升没有作用，但是会优化 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的精度，这也是为什么两个样本联合分析可以提升 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的原因所在。

5.3 三个反应堆中微子模型的预测

在研究 HM, SM2018 和 KI 模型预测的中微子 IBD 产额时，为了与数据对应，也需要获得模型预测的线性演化方程。本节将介绍模型估计的线性方程，以及误差估计。

5.3.1 模型估计

可通过第 5.1 节中的公式 (5.3) 计算模型预测的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_f$ ，通过公式 (5.6) 直接计算斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ ，它们的结果展示在表 5.7 中。

5.3.2 误差估计

模型线性方程参数的估计难点并不在中心值的计算，而在 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的估计。这两个参数的误差由两部分构成：(1) 模型预测的误差，(2) 实验的误差，实验误差是因为实验参量的浮动造成 $\bar{F}_{i,g}$ 或者 \bar{F}_i 变化传递到最终 IBD 产额和斜率上去的。

模型误差造成的 IBD 产额误差是演化组强相关的，在利用 χ^2 拟合（公式5.9）的方式获取预测的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 误差时，其拟合过程不会收敛。因为对预测的 IBD 产额数据而言，其协方差矩阵是一个奇异矩阵，无法进行求逆操作。

在估计模型预测的线性方程误差时，本文仍然采用抽样方法估计模型预测的线性方程的参数误差，具体操作为：

1. 与第5.2.2节中抽样模拟的方式的第一步一样，根据参量本身的误差和相关性进行参量自身的抽样。
2. 利用抽样得到的参量，通过公式（4.5）计算每个演化组的平均有效的 $\bar{F}_{i,g}$ 。
3. 对模型预测的同位素中微子 IBD 产额进行抽样，需要注意的是 SM2018 模型并没有给出实验误差，KI 模型保守的认为与 HM 模型误差一致。HM 和 KI 模型的同位素中微子 IBD 产额的误差在表5.1，四种同位素之间还存在相关性，如表5.6所示。

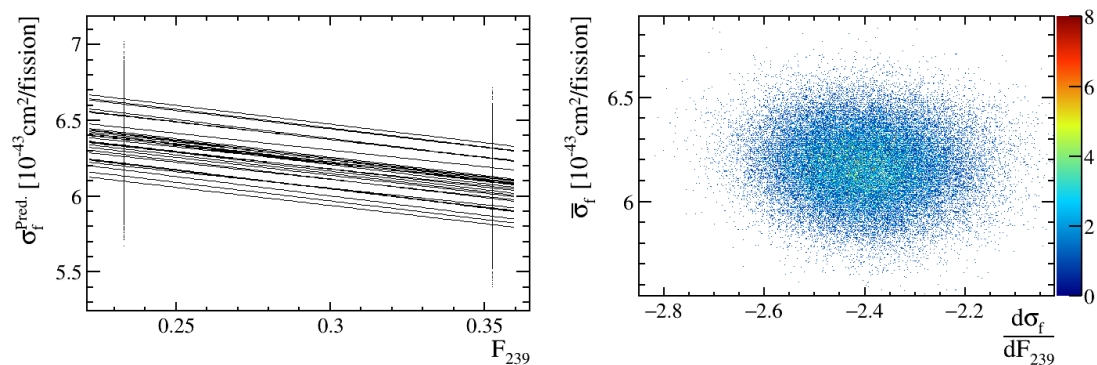
表 5.6 HM 模型同位素中微子 IBD 产额误差之间的相关系数，数据来自 [67] [65]。

	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{241}Pu
^{235}U	1	0	0.96	0.98
^{238}U	0	1	0	0
^{239}Pu	0.96	0	1	0.95
^{241}Pu	0.98	0	0.95	1

4. 利用抽样得到的 $\bar{F}_{i,g}$ 和四种同位素中微子 IBD 产额，通过公式5.5计算不同演化组的 IBD 产额。
5. 重复抽样，样本数量越大，抽样统计造成的偏差越小。
6. 研究每次抽样中演化组 IBD 产额的两个点的连线，例如第一组与最后一组，如图5.11(a)所示。计算该线的均值和斜率并填入 2 维的直方图（图5.11(b)）中分析它们的误差和相关性。

利用上述抽样模拟方法得到的模型预测的线性方程 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的误差显示在表5.7中。因为 KI 模型误差保守的引用了 HM 模型误差，因此它们 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的误差也一样。SM2018 模型由于没有模型误差的引入，只有实验误差的参与，因此 SM2018 预测的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 比 HM 和 KI 要小的多。上述的抽样模拟的方法不仅可以输出线性方程参数的误差，还可以分析得到 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 之间的相关系数，如表5.7的最后一列所示，对于不同模型，两个参数的相关性都非常强。

同样可以使用误差成份分析方法，来分析模型误差和实验误差在线性方程参



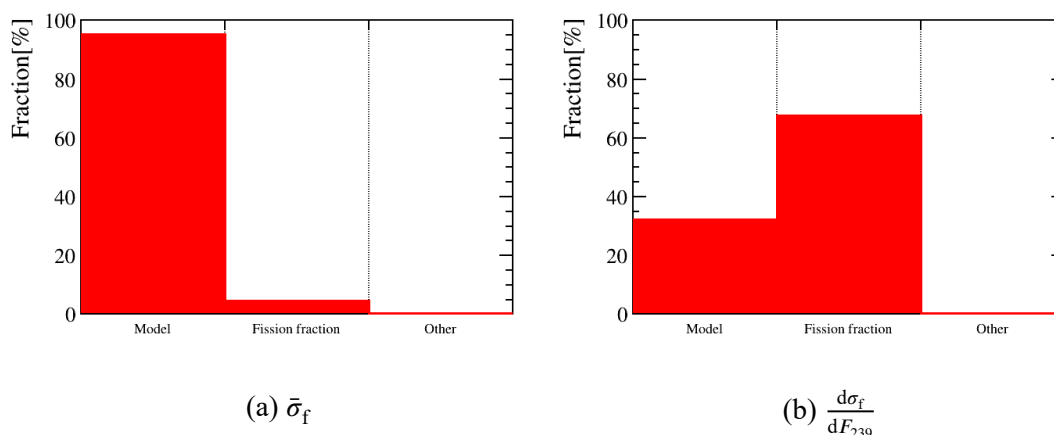
(a) 两点连线示意图 (b) 2 维直方图分析 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 误差和相关性

图 5.11 利用抽样方法产生的两点连线的方式估计 HM 模型预测的 IBD 线性方程的误差。

表 5.7 利用抽样方法得到的三个模型预测的线性方程 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的中心值和误差，括号外的误差只考虑了实验误差影响，括号内的误差同时考虑了实验和模型误差的影响。

模型	$\bar{\sigma}_f$	$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$
HM	6.18 ± 0.03 (0.16)	-2.39 ± 0.09 (0.10)
SM2018	5.92 ± 0.03	-1.82 ± 0.08
KI	5.93 ± 0.03 (0.16)	-1.95 ± 0.08 (0.10)

数误差中的占比。如图5.12所示，HM 和 KI 模型的模型误差主导了 $\bar{\sigma}_f$ 参数的误差估计，而 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 是模型误差和裂变份额误差联合作用的结果。图中的其他误差则是除裂变份额之外的其他参数的误差。如图5.13所示，由于没有模型误差的参与 SM2018 预测的线性方程参数的误差更是直接由裂变份额的误差决定。



(a) $\bar{\sigma}_f$ (b) $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$

图 5.12 HM 和 KI 模型预测线性方程参数误差中来自各部分误差的占比，其他（Other）代表除裂变份额之外的所有实验误差。

以上模型预测线性方程参数的误差基于 $n\text{Gd}$ 样本信息分析得到的，但同样适

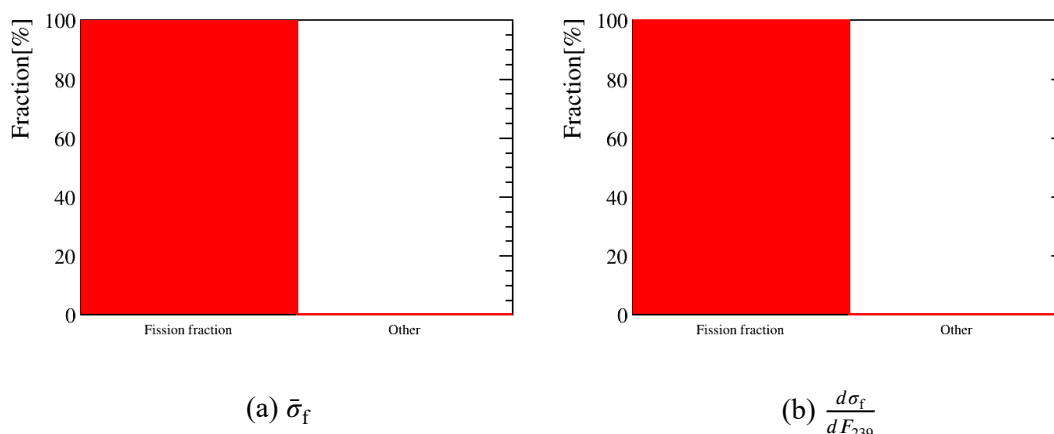


图 5.13 SM2018 模型预测线性方程参数误差中来自各部分误差的占比，其他（Other）代表除裂变份额之外的所有实验误差。

用于 nH 样本，因为虽然部分 nH 样本的系统误差与 nGd 分析中不一致，但是结果也同样显示只有裂变份额的误差影响了线性方程中 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的误差。

通过抽样方法还可以得到裂变份额造成的不同演化组预测 IBD 产额的误差和相关系数矩阵，如图5.14所示。随着演化组的递进，裂变份额造成的误差有递增的趋势，正是这种组与组之间系统误差的递增影响了斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的精度。当然，由于裂变份额误差是反应堆相关的，所以它对所有 AD 有一样的影响，演化组之间必然是强相关的（图5.14(b)）。

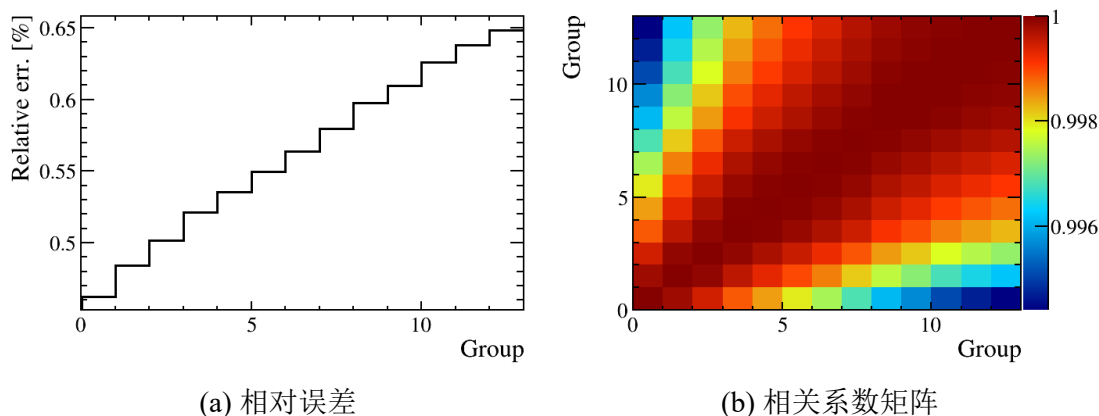


图 5.14 nGd 样本或者 nH 样本中裂变份额误差造成不同演化组的预测 IBD 产额的相对误差，以及不同演化组之间的相关系数。这项 nGd 与 nH 样本的误差完全相同。

比较测量（图5.10）与预测的线性方程参数的误差成份分析，裂变份额的误差在测量 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 误差中的贡献可以忽略，而在预测线性方程参数中裂变份额的误差则是主要贡献者。因为主要误差来源的不一致，可以认定测量与预测 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的误差是不相关的。

5.4 实验测量与模型比较

已经分别通过拟合和抽样模拟的方式获得了 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的测量值和预测值，本节主要分析测量与模型之间的差异，并且讨论基于 HM 模型预测的惰性中微子假设的合理性测试。

5.4.1 三个模型与数据的比较

测量数据和模型预测的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 值展示在圈图 5.15 中。图中每个圈代表对应参数一倍标准偏差允许的范围，深绿色区代表联合分析得到结果。从图中就可以看出 SM2018 和 KI 模型与数据可以兼容，而 HM 模型则与测量数据出现了较大不同。

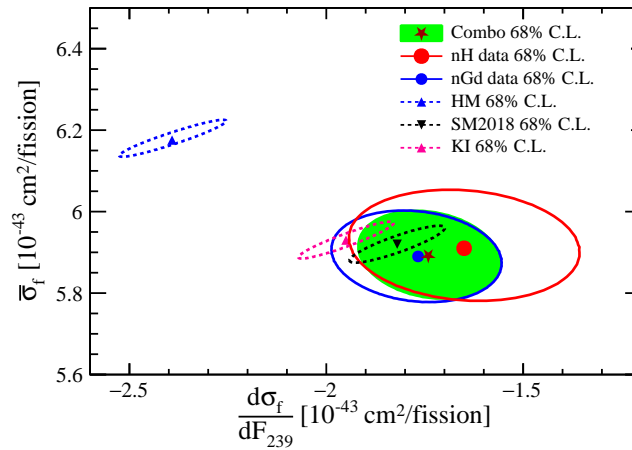


图 5.15 不同样本和联合分析的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 中心值以及一倍标准偏差的范围，绿色阴影区域为样本联合分析的结果，三个模型预测的参数圈图也展示在图中（只考虑了实验误差）。

在分析差异时，不仅要考虑测量与预测的中心值差异，还有将对应的误差数据加入其中，计算标准偏差的方法为：

$$\text{标准偏差} = \frac{\text{Meas.}_m - \text{Pred.}_m}{\sqrt{(\sigma_m^{\text{Meas.}})^2 + (\sigma_m^{\text{Pred.}})^2}} \quad (5.13)$$

这里 Meas._m 和 Pred._m 分别代表测量和预测的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 中心值，而 $\sigma_m^{\text{Meas.}}$ 和 $\sigma_m^{\text{Pred.}}$ 为对应的测量和预测的参数误差。

经过计算，测量与模型预测的差异显示在表 5.8 中。可以发现数据（包含两个样本和联合分析结果）与 SM2018 和 KI 模型比较时，无论 $\bar{\sigma}_f$ 还是 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的偏差都比较小，它们与数据的差异在一倍的标准偏差左右，说明 SM2018 和 KI 在对中微子 IBD 产额预测上比较准确。

数据在与 HM 模型比较时，联合分析的结果与模型预测 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 的差异为

3.6 和 4.3 倍的标准偏差，模型误差的加入会使得 $\bar{\sigma}_f$ 的标准偏差显著降低到 1.7。然而即使在考虑 HM 模型误差情况下，在比较斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 时， $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本与 HM 模型的差异分别为 3.6 和 3.4 倍标准偏差，更在样本联合分析中高到了 4.2 倍标准偏差，这是目前世界上单个实验对 HM 模型最强的排除。

表 5.8 样本的分别拟合和联合拟合得到的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 与 HM, SM2018 和 KI 模型的标准偏差。括号外部的标准偏差只考虑实验误差的影响，因此两者标准偏差较大；而括号内的标准偏差由于同时考虑了实验和模型误差的影响，因此两者之间标准偏差较小，SM2018 模型没有给出模型误差。

数据样本	模型	$\bar{\sigma}_f$ 之间标准偏差	$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 之间标准偏差
$n\text{Gd}$ 样本	HM	3.6 (1.7)	3.7 (3.6)
	SM2018	0.4	0.3
	KI	0.5 (0.2)	1.1 (1.0)
$n\text{H}$ 样本	HM	2.8 (1.5)	3.5 (3.4)
	SM2018	0.1	0.8
	KI	0.2 (0.1)	1.5 (1.4)
联合分析	HM	3.6 (1.7)	4.3 (4.2)
	SM2018	0.4	0.6
	KI	0.5 (0.2)	1.5 (1.3)

5.4.2 差异分析和惰性中微子假设

联合分析 $\bar{\sigma}_f$ 与模型预测的比值为：

$$\frac{\bar{\sigma}_f^{\text{Meas.}}}{\bar{\sigma}_f^{\text{Pred.}}} = 0.953 \pm 0.013(\text{Exp.}) \pm 0.023(\text{Model}) \quad \text{测量/HM 模型预测} \quad (5.14)$$

第一项误差和第二项误差分别来自实验和测量的中微子 IB D 产额误差，这与第 3.5.1 节中表格 3.12 的实验误差略有差异，其原因为误差相关性的引入使得总体实验系统误差降低了。

由于反应堆中微子异常可能预示着质量为 eV 量级的惰性中微子存在，在大亚湾实验基线长度下，惰性中微子将对每个演化组的中微子 IB D 产额有一个相同的修正量 η ，将 η 代入线性方程式 (5.8)，得到加入惰性中微子修正后的线性方程：

$$\eta \times \sigma_{f,g}^{\text{Lin.}} = \eta \times \bar{\sigma}_f + \eta \times \frac{d\sigma_f}{dF_{239}} (\bar{F}_{239,g} - \bar{F}_{239}) \quad (5.15)$$

从上式可以看出，对待拟合参数 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 来说， η 是一个一致的修正，可以从

$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 的比值中将其消除。比较数据与模型的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 值就可以分析惰性中微子存在问题。

计算 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 的数值时, 可以将公式 (5.8) 中的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 参数更换为 $\left(\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f\right) \times \bar{\sigma}_f$ 并代入拟合公式 (5.9) 中拟合。对于 HM 模型预测的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 的值, 可以根据表 5.7 中数据计算得到。模型与数据的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 值展示在表 5.9 中。

计算差异的方法仍然采用公式 (5.13) 的计算标准偏差的方式, 测试结果如表 5.9 所示。 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的联合分析的结果与惰性中微子的差异达到了 3.6 倍标准偏差, 即使在考虑模型误差的情况下仍有 3.4 倍标准偏差, 这是目前世界上对反应堆中微子异常中惰性中微子假设的最强排除能力。因为 SM2018 和 KI 的预期的中微子 IBD 产额与测量一致, 故不支持惰性中微子假设, 也就无需测试它们引入惰性中微子的合理性。

表 5.9 不同样本和联合分析得到的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 与 HM 模型预测值的标准偏差, 括号外的数值只考虑了实验误差的影响, 而括号内的数值同时考虑了实验误差和模型误差的影响。

模型或者数据	$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$	标准偏差
HM	-0.387 ± 0.016 (0.018)	-
$n\text{Gd}$ 样本	-0.300 ± 0.024	3.0 (2.9)
$n\text{H}$ 样本	-0.279 ± 0.032	3.0 (2.9)
联合分析	-0.295 ± 0.020	3.6 (3.4)

对 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 进行误差成份分析可以为后期精度的提升指明方向。如图 5.16 所示, 对 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 误差影响最大的为统计误差, 所以提升统计量可以继续加大对惰性中微子的排除能力。

5.5 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额的演化分析

随着有效裂变份额变化, 实验测量的中微子 IBD 产额也在变化, 有效裂变份额与 IBD 产额的关系如公式 (5.3) 所示。由于 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的有效裂变份额占了主导地位, 而且它们的变化范围远大于 ^{238}U 和 ^{241}Pu , 所以中微子 IBD 产额随着有效裂变份额变化的主要原因来自于 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的 IBD 产额。这为本文提取 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的中微子 IBD 产额提供了可能。

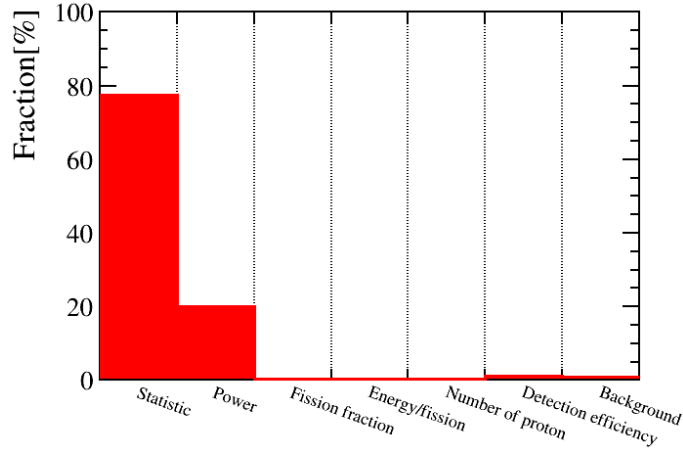


图 5.16 联合分析中测量 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 误差成份分析，统计误差占了主导地位。

5.5.1 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额提取方法

在提取 ^{238}U 和 ^{239}Pu 的 IBD 产额时仍然采用最小二乘法拟合的方式，定义 χ^2 方程：

$$\chi^2 = (\mathbf{F}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_f^{\text{Meas.}}) (\mathbf{V}^{\text{Stat.}} + \mathbf{V}^{\text{Syst.}} + \mathbf{V}^{\text{Pred,FF}})^{-1} (\mathbf{F}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_f^{\text{Meas.}})^{\text{T}} + \left(\frac{\sigma_{238} - \sigma_{238}^{\text{HM}}}{\sigma_{238}^{\text{HM}} \times 10\%} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{241} - \sigma_{241}^{\text{HM}}}{\sigma_{241}^{\text{HM}} \times 10\%} \right)^2 \quad (5.16)$$

χ^2 方程的主体部分仍然采用矩阵的形式。这里 \mathbf{F} 是一个 13×4 （分别拟合）或者 26×4 （联合拟合）的矩阵，包含了所有演化组的四种同位素的有效裂变份额， $\boldsymbol{\sigma}$ 是 4×1 的列向量 $(\sigma_{235}, \sigma_{238}, \sigma_{239}, \sigma_{241})^{\text{T}}$ ，它们就是待拟合参数， $\boldsymbol{\sigma}_f^{\text{Meas.}}$ 为每个演化组的测量 IBD 产额， $\mathbf{V}^{\text{Stat.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 与公式（5.9）一致，分别为统计误差的协方差矩阵和系统误差的协方差矩阵，多出的 $\mathbf{V}^{\text{Pred,FF}}$ 项是来自 $\mathbf{F}\boldsymbol{\sigma}$ 预测的协方差矩阵，主要由裂变份额的误差造成。为了消除拟合中的简并需要对 ^{238}U 和 ^{241}Pu 的中微子产额做出限制，后两项就是将拟合中这两个同位素的 IBD 产额的浮动限制在 HM 预测的 10% 以内。

在第 5.3 节的分析中得出，在估计预测 IBD 产额误差时，除裂变份额的误差外，其他误差都可以忽略。改进前面用到的抽样模拟的方法可以估计出 $\mathbf{V}^{\text{Pred,FF}}$ 的相对误差和相关系数矩阵如图 5.17 所示。可以看到裂变份额对预测 IBD 产额的误差控制在 0.6% 左右，且演化组和不同样本之间都是相关的在一起的。由于 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 中来自裂变份额误差的贡献可以忽略，因此 $\mathbf{V}^{\text{Syst.}}$ 和 $\mathbf{V}^{\text{Pred,FF}}$ 不存在相关性，它们可以直接相加。

在测量 ^{238}U 和 ^{239}Pu 的中微子 IBD 产额时，考虑样本的多样性，按照第 5.2.1 的方法，同样可以进行分别拟合和联合拟合。

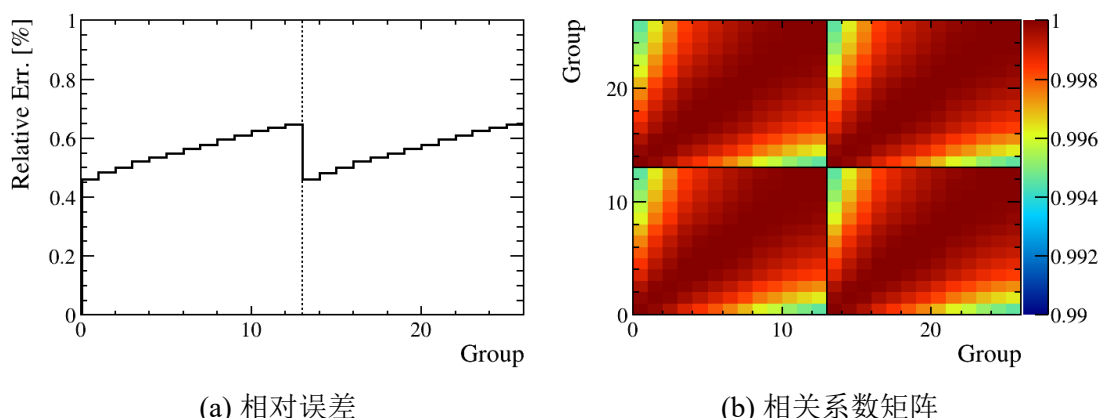


图 5.17 裂变份额误差造成的预测 IBD 产额的相对误差，前 13 组为 $n\text{Gd}$ 样本的 IBD 产额误差，后 13 组为 $n\text{H}$ 样本的 IBD 产额误差。相关系数矩阵展示了不同演化组 IBD 产额误差之间的相关系数。

5.5.2 提取结果

利用 ROOT 软件提供的 TMinuit 函数寻找 χ^2 方程的最佳拟合值，不同样本和联合分析的结果见表 5.10。 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本在一倍标准偏差范围内是吻合的。由于 $n\text{H}$ 样本的统计误差和系统误差都要大于 $n\text{Gd}$ 样本，所以它拟合参数的误差偏大。由于对 σ_{238} 和 σ_{241} 的变化范围进行了限制，所以它们的误差就是设定的 HM 模型的预测值的 10%。可以发现，样本联合分析精度的提升并不明显， σ_{235} 的最好精度几乎没变， σ_{239} 的最好精度仅仅从 0.24 提升到了 0.23。

表 5.10 不同样本和联合分析拟合得到的四种同位素的中微子 IBD 产额，以及最佳拟合值对应的 χ^2/NDF 值，中微子 IBD 产额的单位 ($10^{-43}\text{cm}^2/\text{fission}$)。

样本数据	σ_{235}	σ_{238}	σ_{239}	σ_{241}	χ^2/NDF
$n\text{Gd}$ 样本	6.14 ± 0.12	10.12 ± 1.0	4.31 ± 0.24	6.10 ± 0.60	9.46/11
$n\text{H}$ 样本	6.13 ± 0.14	10.08 ± 1.0	4.44 ± 0.26	6.05 ± 0.60	6.63/11
联合分析	6.13 ± 0.12	10.11 ± 1.0	4.35 ± 0.23	6.11 ± 0.60	17.33/24

要分析联合拟合提升微小的原因，仍需要借助误差成份分析。图 5.18 展示了主要参量误差在联合分析 σ_{235} 和 σ_{239} 的占比情况。图中 Pull term 为对 σ_{238} 和 σ_{241} 进行的 10% 的变化范围的束缚，它在 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的 IBD 产额拟合中贡献了最大的误差。 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的联合分析相对于 $n\text{Gd}$ 样本主要是统计量的增加，而图中可以看到统计对误差的贡献度较少，导致联合分析对误差精度的提升也较少。由于 $F_{235,g}$ 随着演化组的递进是在减少趋势，而 $F_{239,g}$ 是增加的趋势，这也造成了 σ_{238} 和 σ_{241} 误差中各部分占比的不同。

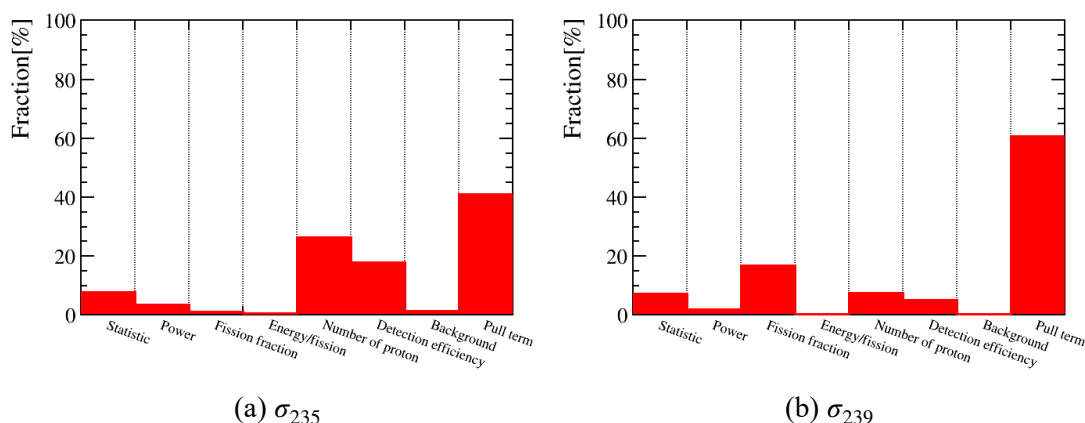


图 5.18 联合分析中 σ_{235} 和 σ_{239} 误差中来自各部分误差的占比。由于裂变份额误差对测量 IBD 产额的影响可以忽略，图中的 Fission fraction 指的是预测 IBD 产额中的裂变份额的影响。

5.5.3 与三个模型比较

三个模型预测的四种同位素中微子 IBD 产额展示在表 5.1 中，数据拟合得到的结果展示在表 5.10，将这些数据整理在圈图 5.19 内。图中显示，SM2018 和 KI 模型对 σ_{235} 和 σ_{239} 的预测与数据的测量一致，HM 模型预测的 σ_{235} 明显在数据的 1 倍标准偏差之外。

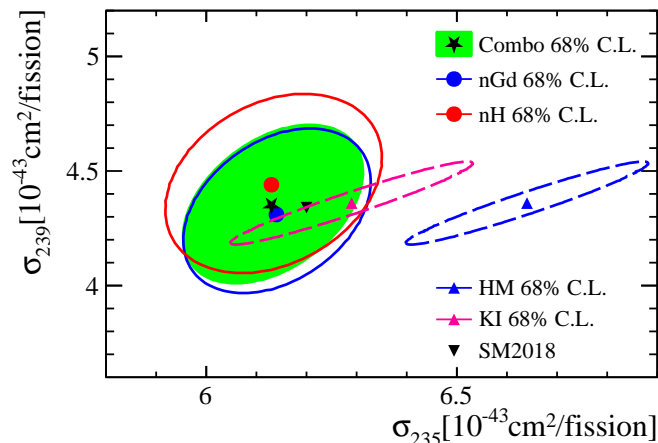


图 5.19 不同样本拟合得到的 σ_{235} 和 σ_{239} 最佳拟合值和 1 倍标准偏差的范围，三个模型预测也展示在图中，绿色区域为样本联合拟合的结果，SM2018 模型并没有给出预测误差。

计算数据与模型差异的方法采用公式 (5.13) 的计算标准偏差的方式，测试结果如表 5.11 所示。测量数据的 σ_{235} 和 σ_{239} 与 SM2018 和 KI 模型的偏差较小，均低于 1 倍标准偏差。联合分析的 σ_{235} 与模型之间存在 2.6 倍的标准偏差，这显示 HM 模型预测的 σ_{235} 可能存在问题。

参考表 5.8， σ_{235} 和 σ_{239} 与 HM 模型的差异要弱于 $\frac{d\sigma_t}{dF_{239}}$ (4.2 倍标准偏差，含有实验误差)，其中原因为：在拟合 σ_{235} 和 σ_{239} 的计算中，对 σ_{238} 和 σ_{241} 的输入

误差为 10%，而这个输入误差在拟合结果中起了较大作用，额外的误差输入影响了实验的精度。

表 5.11 $n\text{Gd}$, $n\text{H}$ 样本和联合分析 σ_{235} 和 σ_{239} 的测量值与模型的标准偏差，比较差异时考虑了 HM 和 KI 模型自身误差。

数据样本	模型	σ_{235} 之间标准偏差	σ_{239} 之间标准偏差
$n\text{Gd}$ 样本	HM	2.5	0.19
	SM2018	0.5	0.12
	KI	0.8	0.19
$n\text{H}$ 样本	HM	2.4	0.28
	SM2018	0.5	0.38
	KI	0.8	0.30
联合分析	HM	2.6	0.04
	SM2018	0.6	0.04
	KI	0.8	0.04

5.6 本章小结

本文研究了中微子 IBD 产额随着 ^{239}Pu 裂变份额变化的动态演化数据，代替了原来整体测量数据的静态分析。在研究方法上，本文构建了中微子 IBD 产额与 F_{239} 之间的线性演化方程。通过比较数据与模型之间的线性方程的参数，来分析数据与模型的差异，并测试了惰性中微子假设的合理性。

在中微子 IBD 产额演化研究中，测得平均总体能量区间的 IBD 产额为 $\bar{\sigma}_f = (5.89 \pm 0.07) \times 10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$ ；该值与 HM 反应堆中微子产生模型的比值为 $0.953 \pm 0.011(\text{Exp.}) \pm 0.023(\text{Model})$ ，不考虑模型的差异为 3.6 倍的标准偏差，加入模型误差会使得差异降低为 1.7；中微子 IBD 产额随着 ^{239}Pu 裂变份额的变化率为 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}} = (-1.74 \pm 0.12) \times 10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$ ，该结果与 HM 模型的预测值差异增大为 4.3 倍的标准偏差，即使在考虑模型误差情况下仍有 4.2 倍标准偏差的差异；为了解释以上差异，在 HM 模型中引入惰性中微子假设，测量得到 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f = 0.295 \pm 0.020$ ，与 HM 模型预测有 3.6 倍标准偏差的差异，即使加入模型误差仍保持了 3.4 倍的标准偏差；本文对 HM 模型和该模型引入惰性中微子假设的排除能力都达到了单个实验的最佳水平。

同时还对两个最新的 SM2018 和 KI 模型进行研究，它们的 $\bar{\sigma}_f$ 和 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 均与测

量值在一倍标准偏差左右吻合。

本文测量了 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的中微子 IBD 产额，它们的值分别为 (6.13 ± 0.12) 和 $(4.35 \pm 0.23) \times 10^{-43} \text{cm}^2/\text{fission}$ ；其中 ^{235}U 的中微子 IBD 产额与 HM 模型预测值之间存在 2.6 倍的标准偏差，而 ^{239}Pu 的 IBD 产额与 HM 模型预测值在一倍标准偏差范围内吻合；此外 SM2018 和 KI 模型预测的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的中微子 IBD 产额也与测量在一倍标准偏差范围内吻合。

第6章 中微子能谱演化分析

上一章研究了动态中微子 IBD 产额的演化，发现其与 HM 模型的差异提高到了 4.3 倍标准偏差，而 SM2018 和 KI 模型的预测与测量值在一倍标准偏差范围内吻合。由于四种同位素在裂变过程中释放出了不一致的中微子能谱，因此随着裂变份额的变化，AD 接收的中微子能谱也在不断的变化之中。本章通过动态分析不同能量区间的 IBD 产额来研究能谱随着裂变份额演化的规律，进行更加细致的数据与模型比较。

6.1 中微子微分能谱测量

与中微子流强演化分析类似，在进行中微子能谱演化分析时，也不是对反应堆中微子能谱进行的直接分析，而是对探测器观测到的中微子 IBD 产额微分能谱进行的分析。本节介绍它们的关系，并且计算获得大亚湾实验数据的中微子 IBD 产额微分能谱。

6.1.1 中微子能谱与 IBD 快信号能谱

反应堆释放出的中微子能量与 AD 观测的 IBD 快信号能量之间的关系如公式 (2.5) 所示。但是受到探测器能量刻度，分辨率和非线性的影响，中微子能量与 IBD 快信号能量之间的关系并不是一一对应的，大亚湾建立了能量转换矩阵 (第3.4.2节) 来描述它们之间的关系。

除中微子能量与 IBD 快信号能量之间存在差异外，与 AD 观测的 IBD 事例数类似，AD 观测 IBD 快信号能谱也会受到与探测器的效率，观测时间，靶质子数，基线位置，反应堆运行状态的影响。如图4.5所示，不同演化组的 IBD 快信号能谱之间存在的巨大差异是由 AD 的观测时间造成的。

6.1.2 中微子 IBD 产额微分能谱

本文在分析中微子能谱演化时，分析了对应的中微子 IBD 产额的微分能谱，这样可以消除不同演化组之间存在的大量探测器和反应堆相关因素的干扰。中微子 IBD 产额微分能谱的计算方式可以参考公式 (5.4)，将不同能量区间的中微子 IBD 事例取代原公式中的分子 (总体中微子 IBD 事例)，因此不同演化组中不同能量区

间内的中微子 IBD 产额，即中微子 IBD 微分能谱 $\sigma_{f,e,g}$ 为：

$$\begin{aligned}\sigma_{f,e,g} &= \frac{\text{第 } g \text{ 组, 第 } e \text{ 个能量区间的中微子 IBD 事例数}}{\text{第 } g \text{ 组, 第 } e \text{ 个能量区间的裂变总数}} \\ &= \frac{N_{e,g}^{\text{IBD}}}{\sum_{d=1}^4 \sum_{w \in g} \sum_{r=1}^6 N_{dr}^{\text{F}}(w, \bar{P}_{e,d,r}^{\text{sur}})}\end{aligned}\quad (6.1)$$

这里的下标 e 代表不同的能量区间，本文将中微子能谱分为 6 个能量区间，分别为 (0.7, 2)，(2, 3)，(3, 4)，(4, 5)，(5, 6) 和 (6, 8) MeV。上述公式的分子 $N_{e,g}^{\text{IBD}}$ 即可以是测量中微子 IBD 事例数，也可以是预测的中微子 IBD 事例数。其它参数定义与公式 (5.4) 一致。在计算有效裂变数目 $N_{dr}^{\text{F}}(w_d, \bar{P}_{e,d,r}^{\text{sur}})$ 时，由于三代中微子的振荡修正是能量依赖的，因此不同能量区间内的振荡修正是不一致的，不同能量区间的振荡修正参数为 $\bar{P}_{e,d,r}^{\text{sur}}$ ：

$$\bar{P}_{e,d,r}^{\text{sur}} = \frac{\sum_w \int_{e \text{ 区间}} S_{d,r}^{\text{Pred}}(E_p, w) dE_p \text{ 有振荡}}{\sum_w \int_{e \text{ 区间}} S_{d,r}^{\text{Pred}}(E_p, w) dE_p \text{ 无振荡}}\quad (6.2)$$

这里的 $S_{d,r}^{\text{Pred}}(E_p, w)$ 就是公式 (3.13) 中 AD 观测到的反应堆预测谱（已经过探测器能量转换矩阵），分子是含有振荡修正的中微子预测谱，而分母则取消了振荡修正。由于两个样本中探测器测量的 IBD 快信号能谱并不一致，因此造成了它们 $\bar{P}_{e,d,r}^{\text{sur}}$ 的差异（见图6.1），实线为 $n\text{Gd}$ 样本的振荡修正，而虚线为 $n\text{H}$ 样本，两者有比较明显的差异。

模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱可以直接根据由四种同位素的裂变份额计算：

$$\sigma_{f,e,g}^{\text{Model}} = \sum_i^4 \bar{F}_{i,g} \sigma_{i,e}^{\text{Model}}\quad (6.3)$$

这里的 $\bar{F}_{i,g}$ 来自公式4.5的计算。 $\sigma_{i,e}^{\text{Model}}$ 为来自于四种同位素的探测器观测 IBD 快信号能谱，而不是中微子的实际能谱，因此这里需要把 E_ν 能谱经过探测器能量转换矩阵的转换得到 E_p 中微子谱。能量转换矩阵的不一致，使得 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的 $\sigma_{i,e}^{\text{Model}}$ 在不一致，如图6.2所示，其中实线代表 $n\text{Gd}$ 样本的 $\sigma_{i,e}^{\text{Model}}$ ，而虚线则来自 $n\text{H}$ 样本，它们之间也有明显的差异。

经过计算，大亚湾实验得到的中微子 IBD 产额微分能谱的演化如图6.3 ($n\text{Gd}$ 样本) 和图6.4 ($n\text{H}$ 样本) 所示。图中把不同演化组的相同能量区间的中微子 IBD 产额展示在一起，横轴是 ^{239}Pu 的有效裂变份额的演化。

测量与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱虽然具有相同的趋势，但也可以发现：（1）测量 IBD 产额微分能谱与 HM 模型的差异主要集中在低于 4 MeV 能谱区域，（2）SM2018 和 KI 模型的预测与测量的差异分布在 4 MeV 两侧，在 (2, 4)

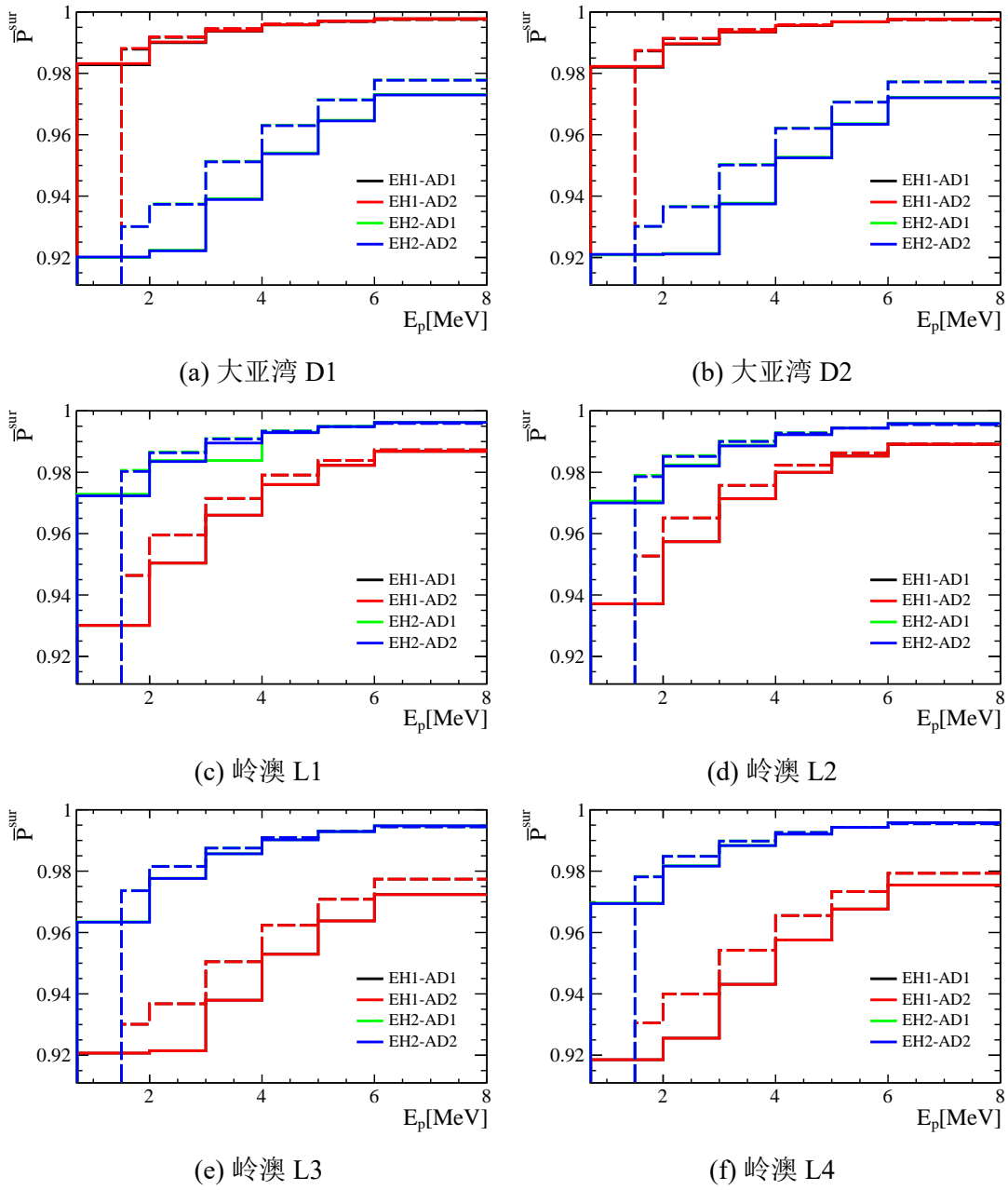


图 6.1 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本分别在 6 个能量区间内的 $\bar{P}_{e,d,r}^{sur}$ 振荡修正，实线代表 $n\text{Gd}$ 样本修正，虚线代表 $n\text{H}$ 样本修正，两者之间存在明显的差异。

MeV 能量区间与数据的差异比 HM 模型小，而在 (4, 6) MeV 能量区间的差异比 HM 模型更大。

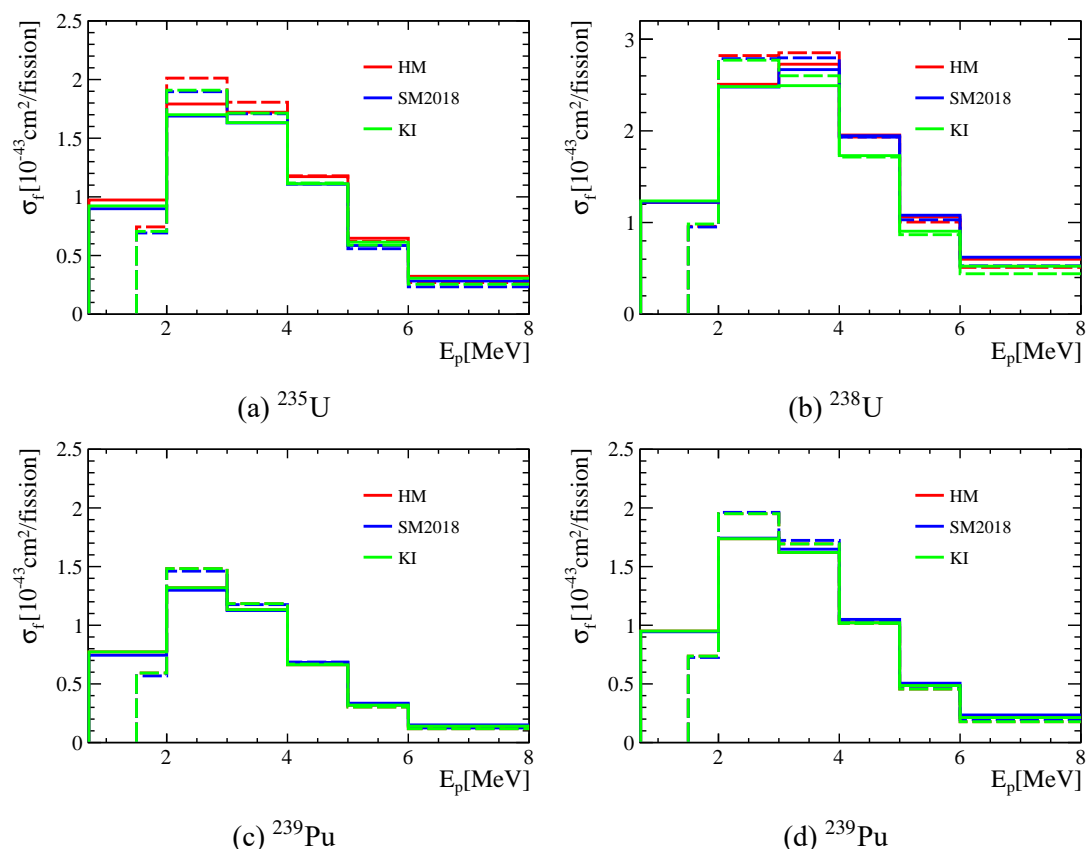


图 6.2 三个模型预测的四种同位素中微子 IBD 产额微分能谱 (E_p 能量), 不同颜色代表不同模型, 实线代表 $n\text{Gd}$ 样本预测, 虚线代表 $n\text{H}$ 样本预测。其中 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 中的 HM 和 KI 中微子 IBD 产额微分能谱一致。

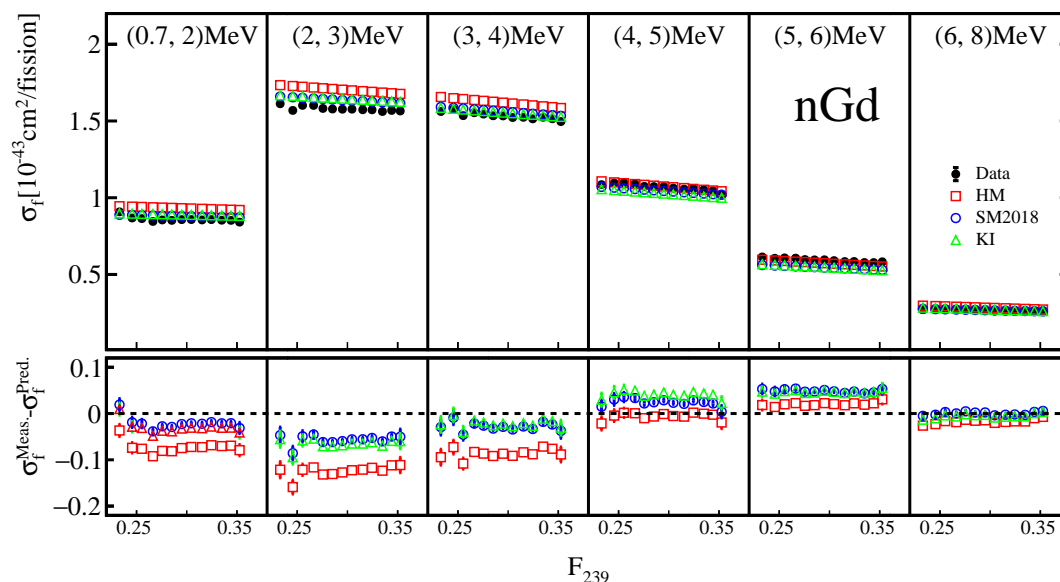


图 6.3 图片上部分: $n\text{Gd}$ 样本的中微子 IBD 产额微分能谱, 三个模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱。图片下部分: 测量的中微子 IBD 产额微分能谱与模型预测差值。图中仅展示了统计误差。

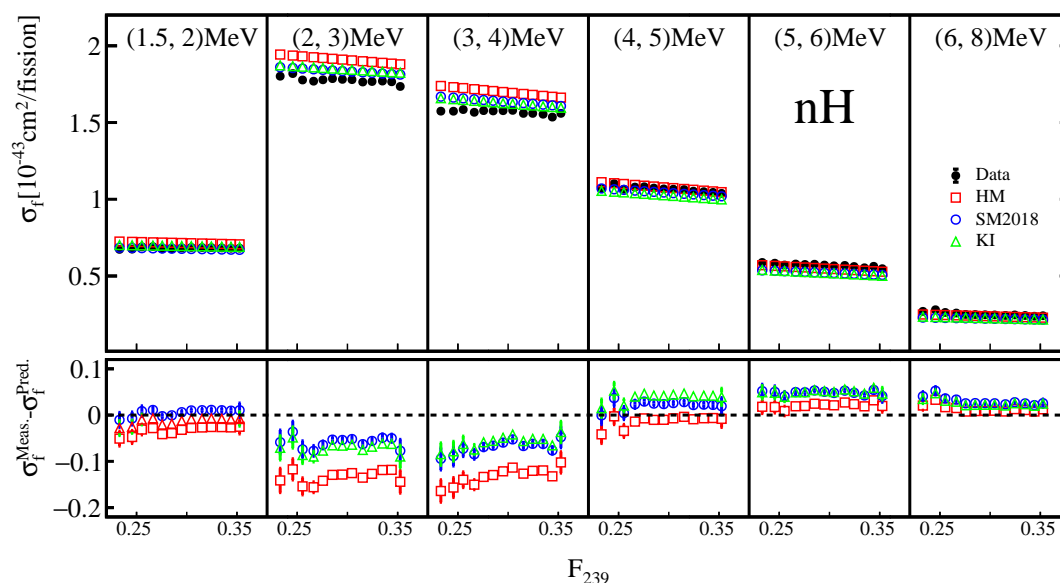


图 6.4 图片上部分： nH 样本的中微子 IBD 产额微分能谱，三个模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱。图片下部分：测量的中微子 IBD 产额微分能谱与模型预测差值。图中仅展示了统计误差。

上述内容直接比较了测量数据与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱的差异，并未对模型预测值有任何归一操作，这与一些实验看到的 5 MeV 附近的突起不一致。若对模型预测 IBD 微分能谱进行归一操作，使得模型预测总量与测量数据总量相等，之后得到测量与预测能谱差异见图 6.5 (nGd 样本) 和图 6.6 (nH 样本)。图中可以明显的发现在只比较谱型时数据与模型的差异主要集中在 (4, 6) MeV 的能量区间。同时也简略的证明，HM 模型 4 MeV 以下的中微子 IBD 产额微分能谱预测的不准确导致了归一之后 (4, 6) MeV 区间内产额的异常突起。 nH 样本在最后一个能量区间 (6, 8) 内，虽然统计误差比较大，但仍能看到与模型预测明显的差异，在之后内容的误差分析中，最后一个能量区间的系统误差也明显高于其他能量区间，其中心值的偏差很可能与能量转换矩阵的产生有关。

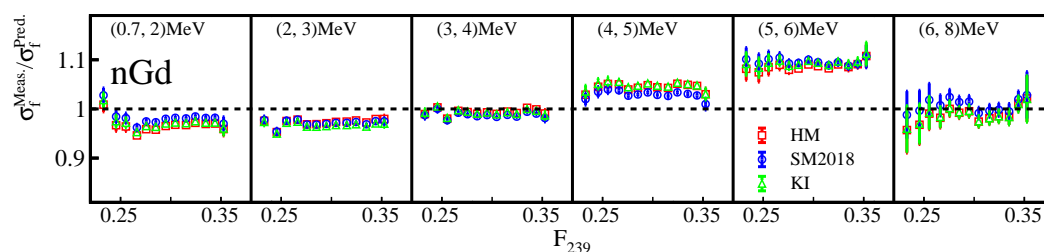


图 6.5 nGd 样本与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱比值，模型预测中微子 IBD 产额微分能谱已经归一，保证积分总量与测量一致。图中仅展示了统计误差，图中出现了 5 MeV 附近的凸起。

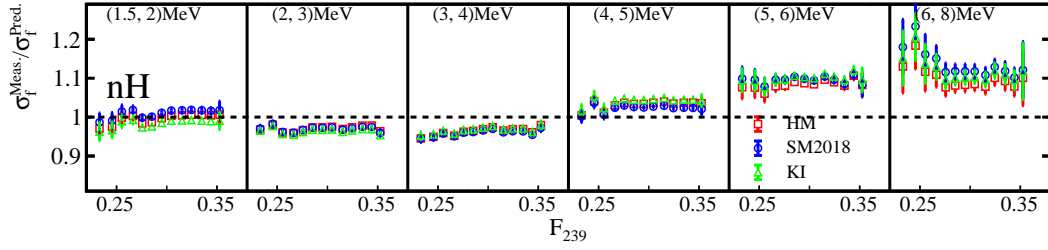


图 6.6 $n\text{H}$ 样本与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱比值，模型预测中微子 IBD 产额微分能谱已经归一，保证积分总量与测量一致。图中仅展示了统计误差，图中 5 MeV 附近出现了凸起。

6.1.3 中微子 IBD 产额微分能谱演化规律研究

在不同能量区间上，同样可以研究中微子 IBD 产额的演化问题。测量数据提供我们的关键信息仍然是对应每个能量区间的平均 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 IBD 产额随着 ^{239}Pu 裂变份额演化的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。参考公式 (5.8)，可以类推出不同能量区间的线性方程为：

$$\sigma_{f,e,g}^{\text{Lin.}} = \bar{\sigma}_{f,e} + \frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}} (\bar{F}_{239,g} - \bar{F}_{239}) \quad (6.4)$$

这里 e 下标代表不同的能量区间，与公式 (5.8) 有两处不同，分别为不同能量区间的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和平均 IBD 产额的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 。

6.2 中微子微分能谱线性演化方程

本节仍然采用最小二乘法的方式进行数据拟合。不过本章的研究内容不能对 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本进行联合分析了，主要原因有两点：

- 两个样本测量的中微子能谱起始能量不一致， $n\text{Gd}$ 样本能谱起始能量为 0.7 MeV，而 $n\text{H}$ 样本为 1.5 MeV。
- 两个样本使用的探测器区域不一致，造成两个样本测量能谱 (E_p) 形状的不一致。

综上所述在 IBD 快信号能量 E_p 上研究中微子 IBD 产额微分能谱演化时，由于两个样本的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 存在着固有的差异，无法用统一的参数替代，也就无法进行联合分析了。

6.2.1 拟合数据的 χ^2 方程

不同能量区间的线性方程的拟合方法为：

$$\chi^2 = \left(\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Lin.}} - \sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Meas.}} \right) \left(\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Stat.}} + \mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Syst.}} \right)^{-1} \left(\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Lin.}} - \sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Meas.}} \right)^{\text{T}} \quad (6.5)$$

这里利用下标 Spec. 将参数与总体 IBD 产额线性方程拟合公式 (5.9) 区分开来。 $\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Lin.}}$ 是一个 1×78 的矩阵, 即公式 (6.4) 的预测, 其中每 13 个元素来自同一个能量区间的线性方程, 一共包含了 6 个能量区间的数据。 $\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Meas.}}$ 是对应的 1×78 的测量中微子 IBD 产额微分能谱矩阵, 其数值来自于图 6.3 或者图 6.4 上半部分的测量数据。 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Stat.}}$ 是测量数据对应的 78×78 的统计误差的协方差矩阵, 它是一个对角矩阵, 只在矩阵的对角线上出现统计误差的平方。 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Syst.}}$ 是 78×78 的系统误差协方差矩阵, 它是一个对称矩阵, 与统计误差的协方差矩阵不同, 它还包含了演化矩阵和能量区间的相关的协方差。

由于本文将中微子 IBD 产额微分能谱分成了 6 个能量区间, 每个能量区间有一对待拟合的参数 ($\bar{\sigma}_{f,e}, \frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$), 因此对于拟合方程 (6.5) 来说, 一共有 12 个待拟合参数, 所以数据总的自由度 NDF 为 $(78-12) = 66$ 。

6.2.2 系统误差的协方差矩阵

与总体中微子 IBD 产额的系统误差不同, 中微子 IBD 产额微分能谱系统误差除了能谱积分的不确定性之外, 还有能谱形状不确定性误差的加入。一般把影响积分值但不影响能谱形状的误差称之为 Rate 误差, 而把只影响能谱形状但不影响能谱积分的称之为 Shape 误差。最终, 中微子 IBD 产额微分能谱系统误差协方差矩阵 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Syst.}}$ 就是 Rate 误差和 Shape 误差叠加的结果。

由于需要考虑的参量误差比较多, 而且又要分为 Rate 和 Shape 两项, 因此在分析 IBD 产额微分能谱系统误差时, 先根据来源将系统误差进行分类, 本文将它分为三类: 反应堆误差, 探测器误差和本底误差, 而且每项误差中仍需要考虑 Rate 和 Shape 的影响。

虽然本章的研究内容无法将 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的数据联合起来分析, 但是两样本之间能谱系统误差同样存在着关联性, 这里将他们一起进行分析。最终协方差矩阵形式为 156×156 , 其中有两个 78×78 的协方差矩阵分别为 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的系统误差矩阵, 另外两个 78×78 的矩阵互为转置矩阵, 表示了两个样本之间的协方差。

6.2.2.1 反应堆误差

归纳来自反应堆的参量的误差大小、误差相关性、误差类型 (Rate 或者 Shape) 和样本相关性见表 6.1。来自反应堆的参量除振荡修正以外都只影响中微子 IBD 产额微分能谱的积分总量, 并不影响形状。热功率、裂变份额和裂变能为 Rate 误差类型, 因为它们不影响形状所以对不同能量区间的 IBD 产额的影响是一致的。根据这些性质, 这三项的系统误差矩阵可直接由第 5.2.2 中的对应系统误差拓展得到,

表 6.1 反应堆造成的中微子 IB D 产额误差的来源、误差大小、相关性、误差类型和样本相关性。

误差来源	误差大小		相关性	误差类型	样本相关系数
	<i>n</i> Gd 样本	<i>n</i> H 样本			
热功率	0.5%		反应堆不相关	Rate	1
裂变份额	5%		同位素相关系数矩阵 反应堆相关	Rate	1
裂变能	0.1%~0.3%		同位素相关 反应堆相关	Rate	1
振荡修正	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0856 \pm 0.0029$ $\Delta m_{ee}^2 = 2.522^{+0.068}_{-0.070} \times 10^{-3} \text{ eV}^2$		反应堆相关	Rate+Shape	1

如图6.7(a)所示。图中垂直于 X 轴的竖线左侧 78 个区间为 *n*Gd 样本的相对误差区域，而右侧 78 个区间为 *n*H 的相对误差，两个样本中来自热功率的误差都为主要误差。

振荡修正与能量依赖，振荡参数的误差对不同能量区间的 IB D 产额影响是不同的。振荡参数的修正仍然采用抽样模型的方式，抽样振荡参数的值，代入公式 (6.2) 求得 $\bar{P}_{e,d,r}^{\text{sur}}$ ，再代入公式 (6.1) 求得不同能量区间上的 $\sigma_{f,e,g}$ ，最后分析 $\sigma_{f,e,g}$ 分布就可以得出振荡修正误差造成的中微子 IB D 产额微分能谱的协方差矩阵。

图6.7(b)展示了能量区间、演化组和样本之间的相关性，计算方法参考公式 (5.10)。左下 78×78 的矩阵为 *n*Gd 样本的相关系数矩阵，右上 78×78 矩阵为 *n*H 样本，另外左上和右下的两个 78×78 互为转置矩阵是两个样本之间的相关系数矩阵。

6.2.2.2 探测器误差

探测器造成的中微子 IB D 产额微分能谱误差分析比反应堆复杂，这里将探测器误差来源分为三个部分：质子数，探测效率和能量非线性。

质子数造成中微子 IB D 产额微分能谱误差属于 Rate 类型，不同探测器区域的误差大小、相关性和样本相关性见表5.4。将质子数造成总 IB D 产额的误差拓展可得到其造成的中微子 IB D 产额微分能谱误差，见图6.8。

在计算探测效率的公式中 (3.1)，有些参量项的误差类型为 Rate 而有些项为 Shape，其详细内容见表6.2。由于探测器能标的浮动或者 IAV/OAV 的几何变化会影响能谱形状，从而影响低能选择的效率，所以在低能选择效率里面包含了对能谱形状的影响。*n*Gd 样本中也会受到 IAV 影响，虽然它不会影响快信号能量选择

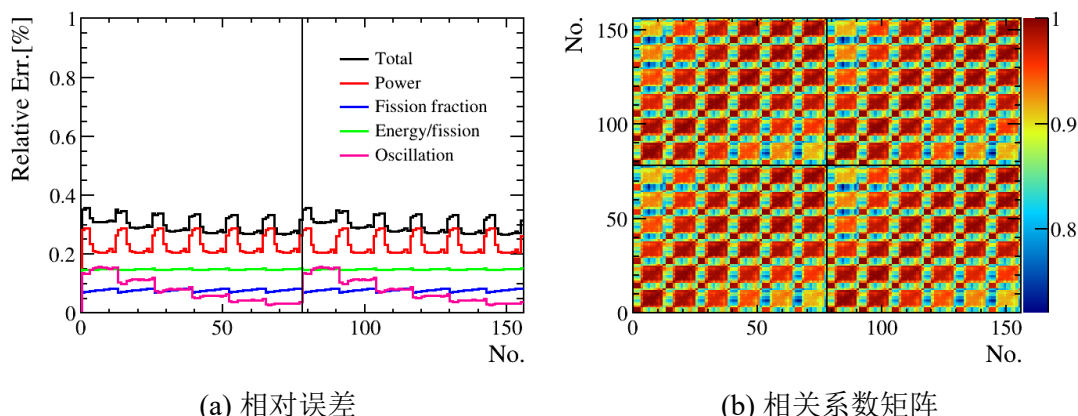


图 6.7 来自反应堆的参量：热功率、裂变份额、裂变能和振荡修正的误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和来自反应堆总误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

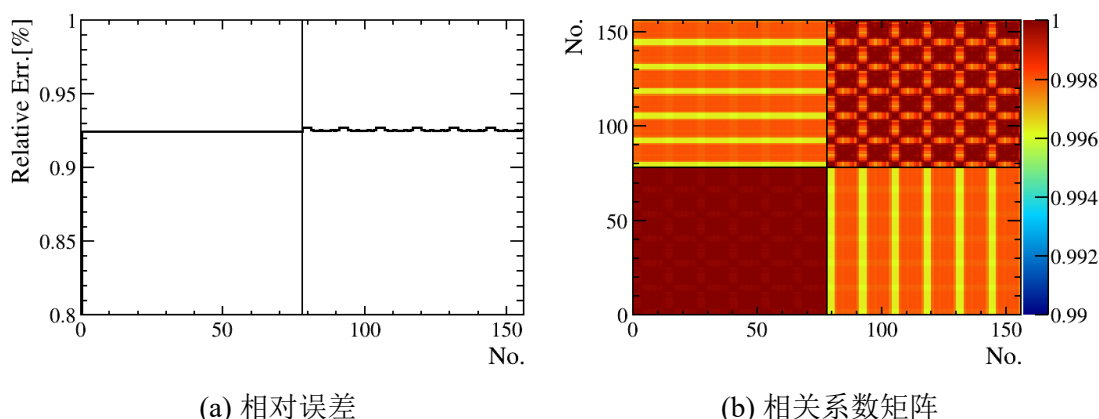


图 6.8 来自探测器质子数误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和来自质子数误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

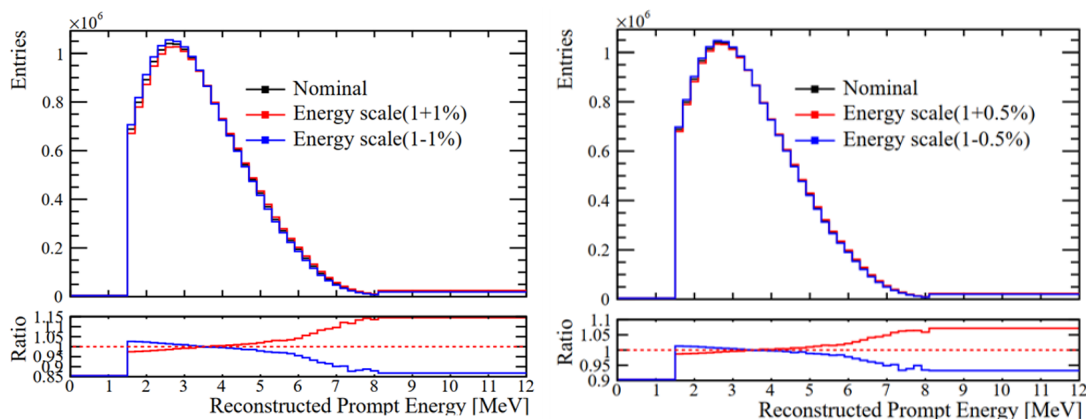
的效率，但为了对齐 $n\text{H}$ 样本的 IAV/OAV 影响，本文也将其放在这里讨论。加入 DT 选择之后会影响能谱的形状（图3.14），所以 DT 选择效率的误差也为 Rate 和 Shape 两者组合。探测效率的其他参量在估计系统误差时，并没有考虑对谱型的影响，因此它们的误差类型都为 Rate。

探测效率误差的 Rate 部分为探测效率对总 IBD 产额的误差的拓展。 $n\text{H}$ 样本的 Shape 误差参考文献^[100]中能标误差和 IAV 几何形状的影响，其中能标误差包含了绝对能标（AD 相关）和相对能标（AD 不相关）的误差见图6.9，能标的变化对 $n\text{H}$ 能谱的变化影响非常大，在能量较高的范围甚至出现了 10% 的差异，图中与能标的变化相比 IAV 几何变化引起的能谱差异要小的多。 $n\text{Gd}$ 样本的相对能标对能谱的影响来自于文献^[35]，而绝对能标引起的能谱变化包含在了能量非线性的不确定性中^[93]。 $n\text{Gd}$ 样本的 IAV 影响则参考文献^[88]，其在 E_p 低于 1.25 MeV 时

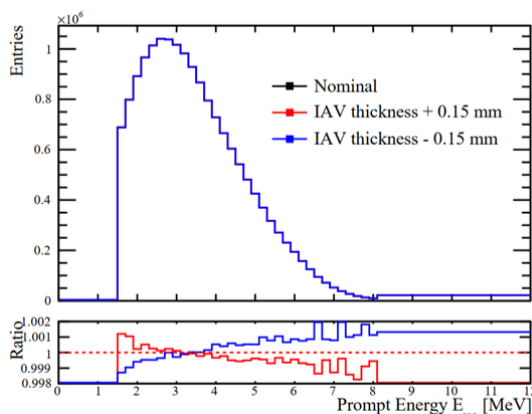
表 6.2 探测器探测效率造成的中微子 IBD 产额误差的来源、误差大小、相关性、误差类型和样本相关性。

误差来源	误差大小		相关性	误差类型	样本相关系数
	$n\text{Gd}$ 样本	$n\text{H}$ 样本			
PMT 自发光	0.01%	N/A	AD 不相关	Rate	0
	0.01%	N/A	AD 相关	Rate	0
低能选择	0.01%	0.17%	AD 不相关	Rate+Shape	0
	0.10%	0.27%	AD 相关	Rate+Shape	1
符合时间窗选择	0.01%	0.10%	AD 不相关	Rate	0
	0.12%	0.0%	AD 相关	Rate	0
慢信号能量选择	0.12%	0.20%	AD 不相关	Rate	0.6
	0.74%	1.10%	AD 相关	Rate	1
DT 选择	N/A	0.25%	AD 不相关	Rate	0
	N/A	0.04%	AD 相关	Rate+Shape	0

其不确定性为 4%，在高于 1.25 MeV 时影响小于 0.1%。



(a) AD 绝对能标变化引起的能谱差异 (b) AD 之间相对能标变化引起的能谱差异



(c) IAV 几何尺寸变化引起的能谱差异

图 6.9 来自文献^[100]中由于能标误差和 IAV 几何尺寸引起的能谱变化，以及与标准能谱的差异。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

最终探测效率造成的中微子 IBD 产额微分能谱的误差见图6.10。图中将 AD 相关和 AD 不相关的能标误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱误差合成为一项，且 $n\text{H}$ 样本的能标变化产生的 Shape 误差占了主导处于绝对主导地位，这也是为什么在 $n\text{H}$ 振荡分析中 Δm_{ee} 误差远大于 $n\text{Gd}$ 分析的主要原因。在相关性系数矩阵中，负的相关系数正是来自于 Shape 误差，因为它要保证在能谱变化时的积分总量不变。

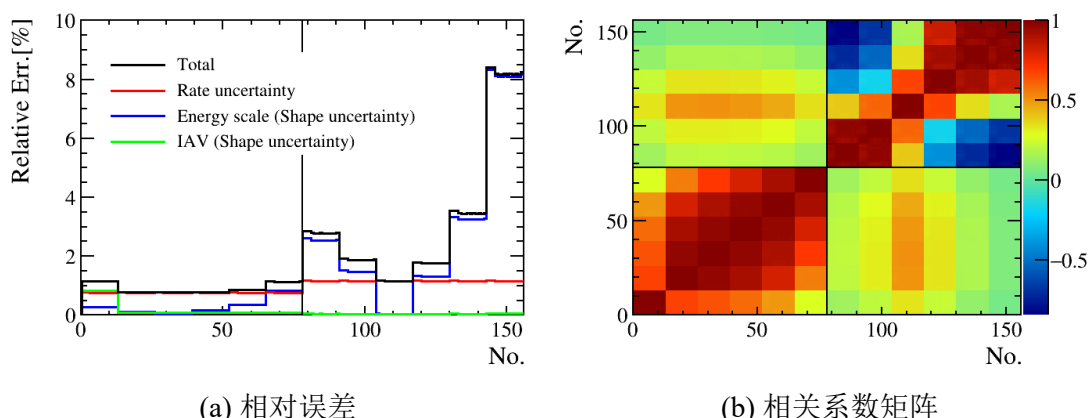


图 6.10 来自探测效率误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和来自探测效率误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 nGd 样本的数据，而后 78 组为 nH 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

nGd 和 nH 两个样本使用的相同的能量响应非线性曲线（图2.10），它来自于不同 AD 能量刻度的拟合，因而在能量非线性估计中还包含了 AD 相关的绝对能标差异。而在 nH 样本分析中，虽然使用的能量响应曲线一致，但是对每个 AD 的能标进行了重新刻度，也就不含有了 AD 相关的绝对能标差异^[100]。这里仍然保守的认为两个样本的能量响应非线性误差是相关的。能量非线性曲线造成的中微子 IBD 产额微分能谱误差见图6.11。由于样本相关，因此在相关系数（图6.11(b)）矩阵的样本相关部分中（左上和右下的 78×78 矩阵）相同变化趋势的能量区间的相关系数为 1.0，而相反变化趋势的能量区间的相关系数为-1.0。

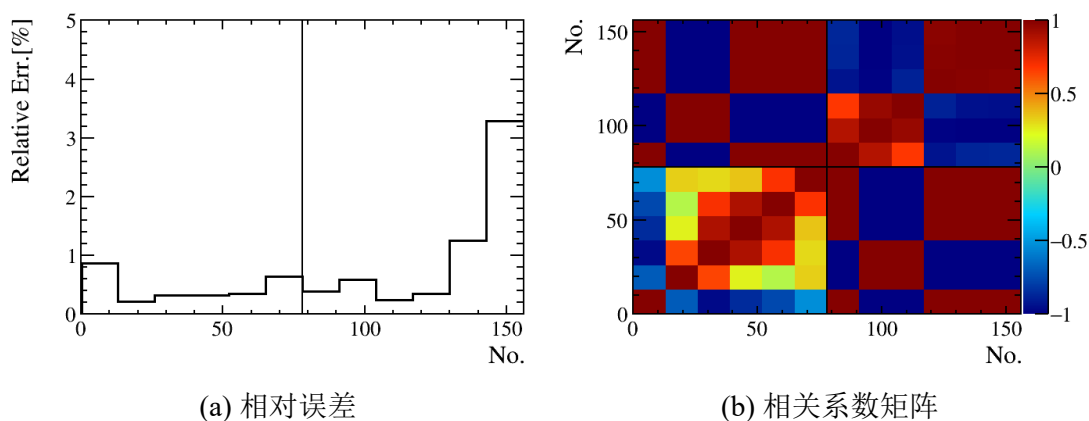


图 6.11 来自能量非线性误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 nGd 样本的数据，而后 78 组为 nH 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

6.2.2.3 本底误差

所有的本底误差都会影响中微子 IBD 产额微分能谱积分和能谱形状，因此在误差类型都属于 Rate 和 Shape 的叠加。在估计本底误差影响时仍然采用抽样方法，具体操作为：

- 整理不同演化组的每个能量区间的本底事例含量。 $n\text{Gd}$ 样本的偶然符合本底、AmC 本底、快中子本底、 ${}^9\text{Li}-{}^8\text{He}$ 和 $(\alpha-n)$ 本底与候选能谱的比值如图6.12。 $n\text{H}$ 样本的偶然符合本底、AmC 本底、快中子本底、 ${}^9\text{Li}-{}^8\text{He}$ 和放射中子本底与候选能谱的比值如图6.13。这些比值的计算基于测量数据，它们的比值并不光滑。而乏核燃料中微子和非平衡态修正的是 AD 相关和时间相关的，因此对于不同演化组来说这两项是完全相关在一起的。

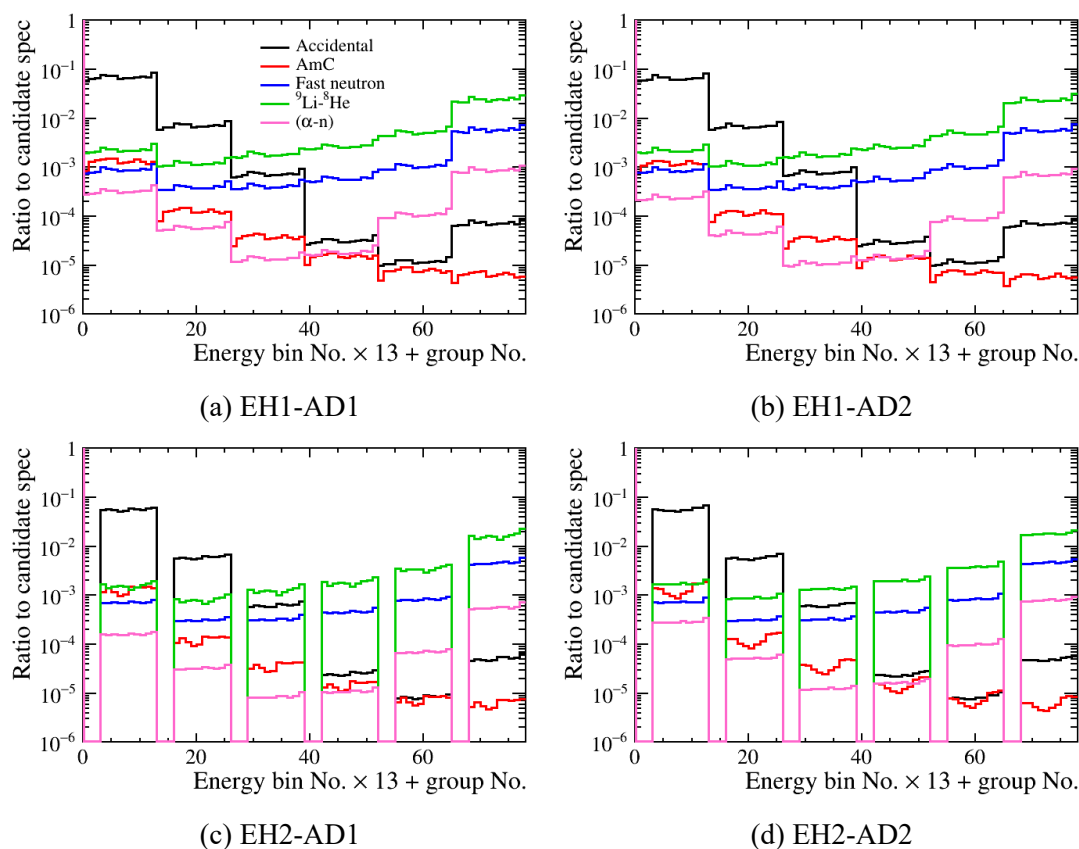


图 6.12 $n\text{Gd}$ 样本的各种本底与候选能谱的比值，横轴的每 13 个区间为同一能量区间的 13 个演化组的数据。比值来自于实验数据的测量因此不光滑。在 EH2-AD1 和 EH2-AD2 的无数据区间是因为这些演化组没有来自于这两个 AD 的数据。

- 根据每个本底误差大小、能谱形变大小、误差相关性和样本相关性（表3.14），对每个本底进行抽样，求得抽样后的本底能谱：

$$N_{g,d,e}^B = \text{Nor}[N_{g,d,e}^{B,\text{normal}} \times (1 + \epsilon_e^{B,\text{Shape}})] \times (1 + \epsilon_e^{B,\text{Rate}}) \quad (6.6)$$

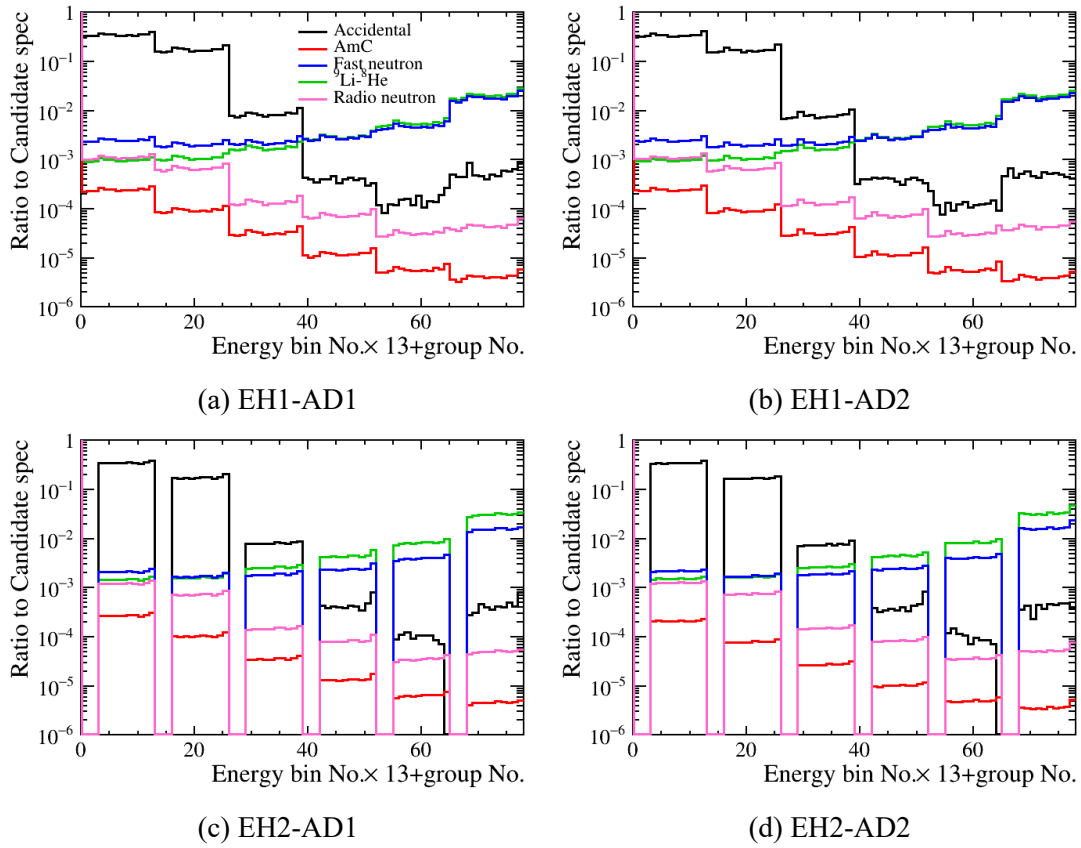


图 6.13 nH 样本的各种本底与候选能谱的比值，横轴的每 13 个区间为同一能量区间的 13 个演化组的数据。比值来自于实验数据的测量因此不光滑。在 EH2-AD1 和 EH2-AD2 的无数据区间是因为这些演化组没有来自于这两个 AD 的数据。

这里上标 B 代表不同的本底， $N_{g,d,n}^B$ 的含义为在第 g 演化组，第 d 个 AD，第 e 个能量区间的本底数量。 $N_{g,d,e}^{B,normal}$ 是抽样前的本底分布，抽样是基于此能谱进行的。 $\epsilon_e^{B,Shape}$ 是本底不同能量区间的能谱形状误差分别来自参考文献 [56] [100]，而 $\epsilon^{B,Rate}$ 是整个本底能谱积分的误差， $Nor[\sim]$ 是一个归一化函数，保证能谱形状的误差不会影响积分总量。可计算抽样后的测量能谱为：

$$N_{g,e}^{Sample} = \sum_d \left(N_{g,d,e}^{Can} - \sum_B N_{g,d,e}^B \right) \quad (6.7)$$

这里 $N_{g,e}^{Sample}$ 公式 (6.1) 中的第 g 组，第 e 个能量区间的中微子总数， $N_{g,d,e}^{Can}$ 代表是尚未减除本底的候选中微子 IB 产额微分能谱， $N_{g,d,e}^B$ 来自公式 (6.6) 的抽样。

- 重复抽样，并且分析 $N_{g,e}^{Sample}$ 分布情况便可得到本底误差造成的中微子 IB 产额微分能谱的误差，如图 6.14 所示。在中微子 IB 产额微分能谱中，低能区域 ($< 3\text{MeV}$) 的误差主要来自于乏核燃料中微子 (SNF) 和非平衡态修正 (Non-equilibrium) 两项，而高能区域 (6, 8) MeV 误差主要来自 ${}^9\text{Li}$ - ${}^8\text{He}$ 本

底，由于 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本中该本底在不同 AD 的占比不同，导致了 ${}^9\text{Li}-{}^8\text{He}$ 本底造成中微子 IBD 产额微分能谱误差的差异。图中的其他项包含了未被展示的剩余本底，由于占比非常小其在近点探测器的 IBD 产额误差贡献可以忽略。图6.14(b)的相关性也以乏核燃料中微子、非均匀性修正和 ${}^9\text{Li}-{}^8\text{He}$ 本底的相关性为主。

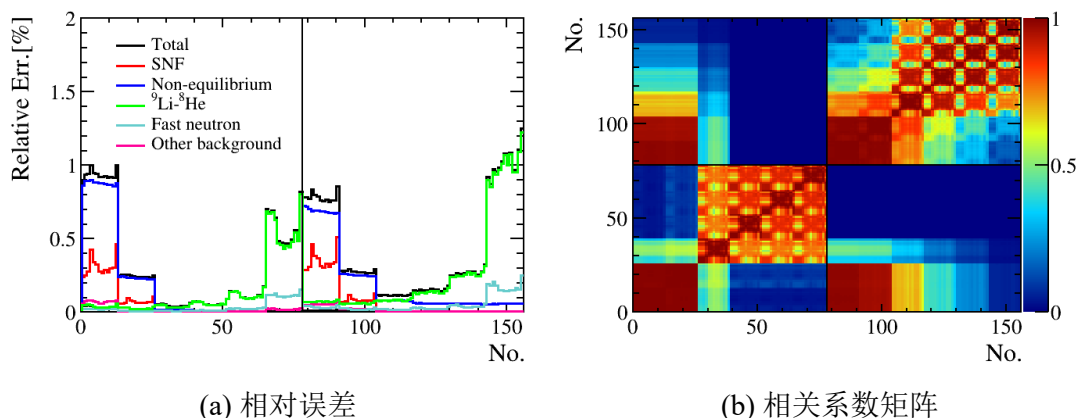


图 6.14 来自本底误差产生的中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

6.2.2.4 中微子 IBD 产额微分能谱系统误差汇总

将反应堆、探测器和本底误差造成的中微子 IBD 产额的误差汇总起来，如图6.15所示。两个样本的中微子 IBD 产额微分能谱中质子数和探测效率误差仍然是主导误差，在 $n\text{H}$ 样本中能标的浮动产生了大量的探测效率的谱型误差，而 $n\text{Gd}$ 的谱型误差较小，这主要是不同的分析方法造成的。在 $n\text{H}$ 样本中能量非线性不确定性也是中微子 IBD 产额微分能谱误差的主要来源之一。

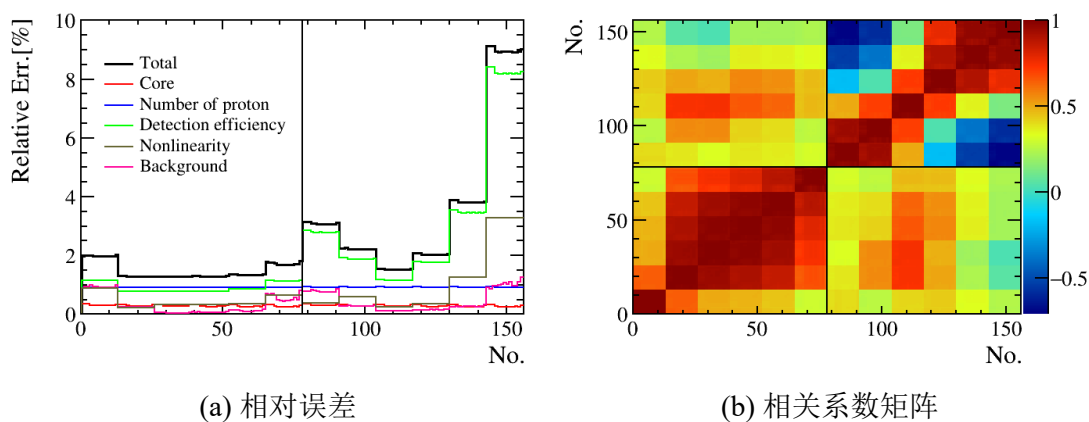


图 6.15 分能量区间 IBD 产额误差的汇总，相对误差（左），误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

6.2.3 数据拟合结果

利用线性方程的拟合公式 (6.5)，代入 $n\text{Gd}$ 或者 $n\text{H}$ 样本的测量数据和对应的协方差矩阵得到不同能量区间的平均产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 IBD 产额随着 ^{239}Pu 裂变份额演化的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 最佳拟合值见表6.3。

样本能谱存在的差异，使得 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的最佳拟合值存在着显著差异，且 $n\text{H}$ 样本拟合得到误差也明显大于 $n\text{Gd}$ 样本。

表 6.3 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本通过线性方程拟合得到的每个能量区间的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的最佳拟合值和误差，最后一行为最佳拟合的 χ^2/NDF 。

能量区间	$n\text{Gd}$ 样本		能量区间	$n\text{H}$ 样本	
	$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$		$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$
(0.7, 2) MeV	0.859±0.018	-0.068±0.052	(1.5, 2) MeV	0.681±0.021	0.028±0.058
(2, 3) MeV	1.578±0.021	-0.285±0.072	(2, 3) MeV	1.773±0.039	-0.311±0.102
(3, 4) MeV	1.528±0.020	-0.439±0.071	(3, 4) MeV	1.569±0.024	-0.414±0.094
(4, 5) MeV	1.065±0.014	-0.479±0.057	(4, 5) MeV	1.067±0.022	-0.429±0.080
(5, 6) MeV	0.590±0.008	-0.327±0.041	(5, 6) MeV	0.572±0.022	-0.266±0.060
(6, 8) MeV	0.266±0.005	-0.174±0.028	(6, 8) MeV	0.252±0.023	-0.203±0.047
χ^2/NDF	76.45/66		χ^2/NDF	49.64/66	

由于不同能量区间的中微子 IBD 产额误差存在相关性，因此不同能量区间的拟合结果的误差也存在相关性，它们的相关系数如图6.16所示。图中显示不同能量区间的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差几乎是不相关的，而 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 的误差则存在一定相关性，例如在 $n\text{Gd}$ 样本中 (2, 6) MeV 能量区间内 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 误差具有非常强的相关性，在 $n\text{H}$ 样本中相邻的能量区间的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 误差也都有较强的相关性。

图6.17展示了 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差成份分析结果。 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 误差主要来自系统误差， $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差则相反，统计误差才是它的主要来源。不同的误差成份造成了 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 误差相关性的差异 (图6.16)。因此若想提高 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 的精度需要降低系统误差的不确定性，而 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的精度则需要继续加大统计量才可以提高。

6.3 三个反应堆中微子模型的预测

在进行数据与模型比较时，同样需要计算出 HM, SM2018 和 KI 模型预测的线性演化方程。本节将介绍模型预测的线性演化方程参数和误差的估计。

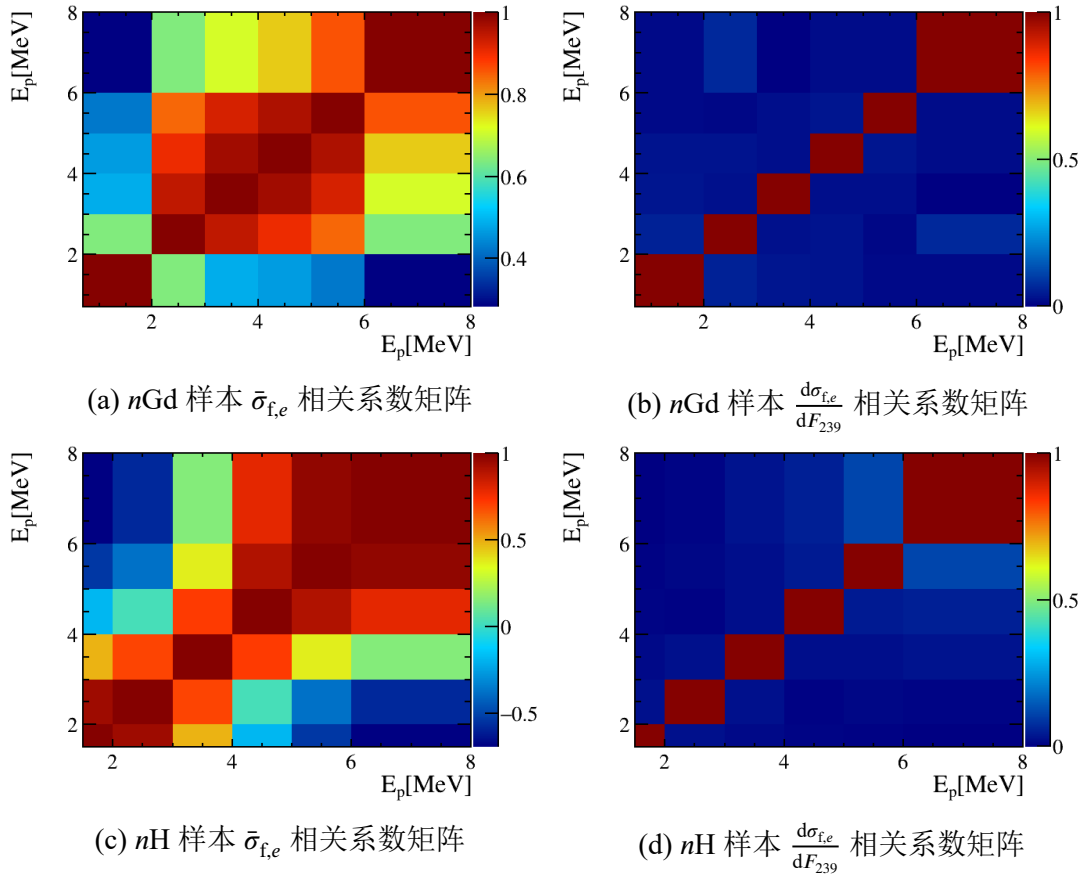


图 6.16 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本最佳拟合值 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差的相关系数矩阵。 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 误差相关系数矩阵几乎是一个对角矩阵。

6.3.1 模型预测

不同模型预测的不同能量区间的线性方程参数的中心值可以直接计算， $\bar{\sigma}_{f,e}^{\text{Model}}$ 的计算方法为：

$$\bar{\sigma}_{f,e}^{\text{Model}} = \sum_{i=1}^4 \bar{F}_i \sigma_{i,e}^{\text{Model}} \quad (6.8)$$

这里 \bar{F}_i 是公式 (4.4) 计算得到的四种同位素平均有效裂变份额， $\sigma_{i,e}^{\text{Model}}$ 是图 6.2 展示的模型预测的不同能量区间的四种同位素中微子 IBD 产额。公式中 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的计算方式为：

$$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}} = \sum_{i=1}^4 \frac{dF_i}{dF_{239}} \times \sigma_{i,e}^{\text{Model}} \quad (6.9)$$

这里 $\frac{dF_i}{dF_{239}}$ 是表格 4.3 列出的四种同位素随着 F_{239} 变化的斜率， $\sigma_{i,e}^{\text{Model}}$ 与上面定义相同。

通过上述公式的计算，HM, SM2018 和 KI 模型预测的线性演化方程的参数值

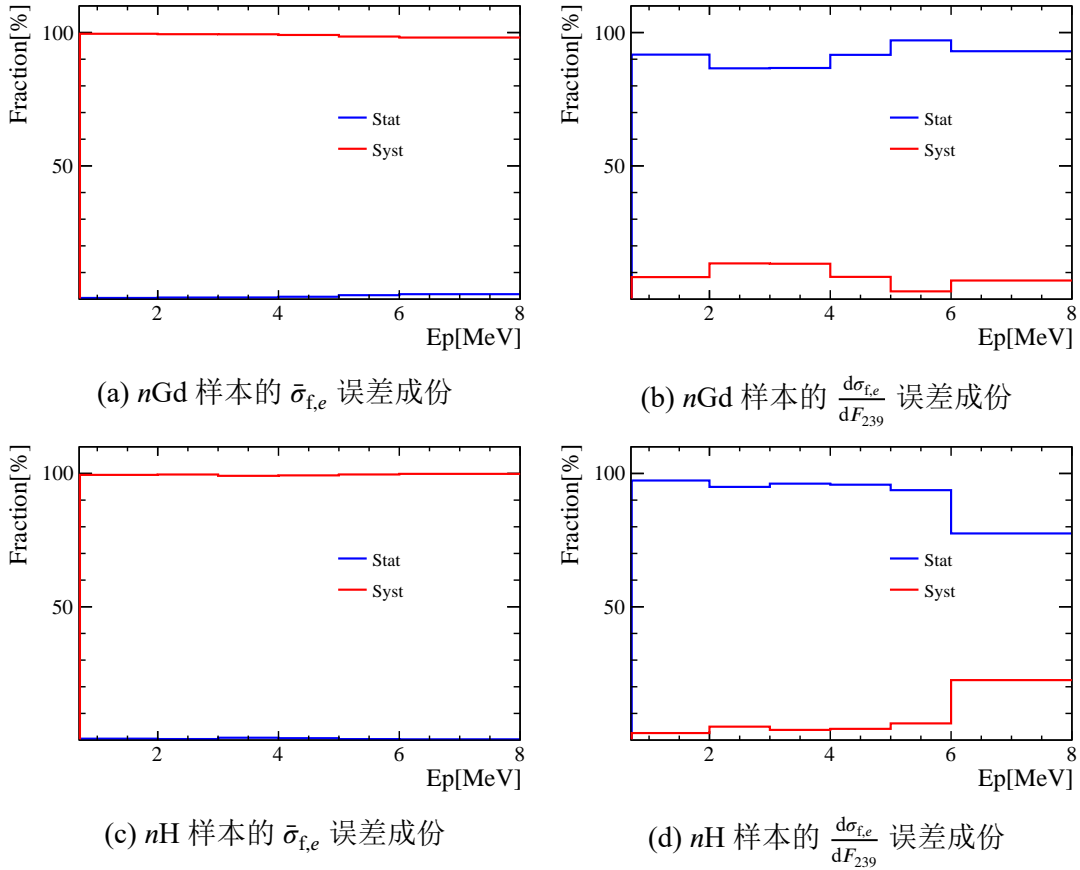


图 6.17 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本拟合值的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差成份分析。 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 误差主要是系统误差造成 (Syst), $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差则是以统计误差为主 (Stat)。

分别展示在表6.4, 表6.5和表6.6中。

6.3.2 误差估计

在分析中微子 IBD 产额微分能谱演化时, 本文不再考虑模型的误差, 原因有两点:

- HM 模型估计误差并不准确^[107], 这些不准确来自于转换方法本身, 以及高 Q 值下禁止跃迁的处理的不确定性。SM 模型并没有给出误差估计。为了统一分析, 本文直接舍弃了所有的模型误差。
- 模型误差的去除会放大测量数据与模型预测之间的差异, 这也方便查找模型问题, 为模型修正提出建议, 具有其现实的意义。

在第5.3.2节中发现影响模型预测产额误差可分为两部分: (1) 模型本身误差; (2) 裂变份额的误差。当舍弃模型本身误差后, 就只剩下裂变份额误差的影响了。

在估计裂变份额误差造成的中微子 IBD 产额微分能谱误差时使用的方法仍然

是第5.3.2展示的裂变份额抽样和两点连线求斜率和均值的方法。如图6.18所示，抽样得到的裂变份额误差对不同能量区间的中微子 IBD 产额的影响，它对 IBD 产额的能谱随着演化组和能量增加而逐渐增加，由于裂变份额的误差是反应堆相关的，因此相关系数矩阵会显示所有的演化组和能量区间内的 IBD 产额误差都是强相关的，相关系数几乎为 1。强相关的系统误差不能用于线性方程的拟合中，利用两点

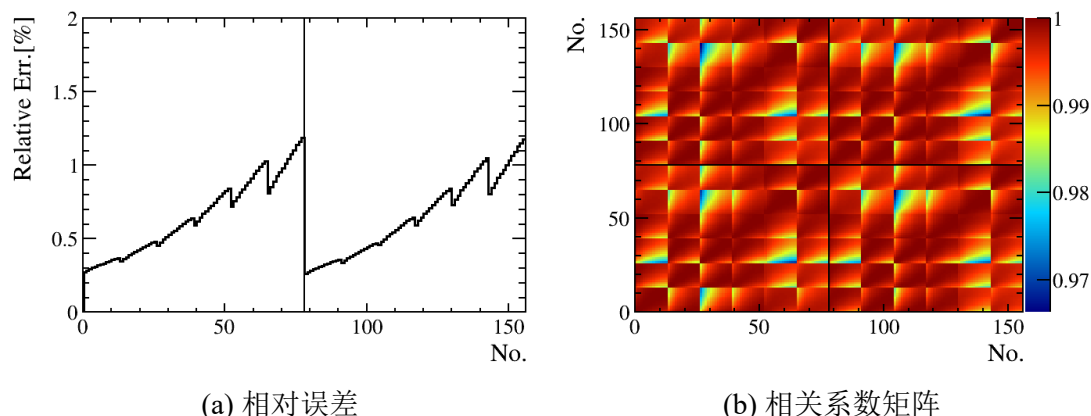


图 6.18 裂变份额误差对中微子 IBD 产额微分能谱相对误差（左）和误差的相关系数矩阵（右）。前 78 组为 $n\text{Gd}$ 样本的数据，而后 78 组为 $n\text{H}$ 样本，相关性系数矩阵展示了不同演化组之间的相关系数。

连线（两点选取相同能量区间内的，最大演化组和最小演化组）方法，分析连线平均产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的分布，从而得到这两个参数的误差，结果如表6.4（HM 模型），表6.5（SM 模型）和表6.6（KI 模型）所示。

表 6.4 HM 模型预测的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的不同能量区间的线性方程参数， $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。中心值通过公式（6.8）和公式（6.9）计算得出，而误差通过分析两点连线分布的方法得出，仅考虑了裂变份额的误差。

能量区间	HM 预测 ($n\text{Gd}$ 样本)		能量区间	HM 预测 ($n\text{H}$ 样本)	
	$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$		$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$
(0.7, 2) MeV	0.930 ± 0.003	-0.203 ± 0.007	(1.5, 2) MeV	0.714 ± 0.002	-0.150 ± 0.006
(2, 3) MeV	1.700 ± 0.007	-0.476 ± 0.018	(2, 3) MeV	1.905 ± 0.008	-0.532 ± 0.020
(3, 4) MeV	1.614 ± 0.009	-0.596 ± 0.024	(3, 4) MeV	1.693 ± 0.010	-0.636 ± 0.025
(4, 5) MeV	1.069 ± 0.008	-0.479 ± 0.020	(4, 5) MeV	1.073 ± 0.008	-0.541 ± 0.020
(5, 6) MeV	0.570 ± 0.005	-0.366 ± 0.012	(5, 6) MeV	0.545 ± 0.005	-0.355 ± 0.012
(6, 8) MeV	0.282 ± 0.003	-0.209 ± 0.007	(6, 8) MeV	0.237 ± 0.003	-0.172 ± 0.006

表 6.5 SM2018 模型预测的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的不同能量区间的线性方程参数, $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。中心值通过公式 (6.8) 和公式 (6.9) 计算得出, 而误差通过分析两点连线分布的方法得出, 仅考虑了裂变份额的误差。

能量区间	SM2018 预测 ($n\text{Gd}$ 样本)		能量区间	SM2018 预测 ($n\text{H}$ 样本)	
	$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$		$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$
(0.7, 2) MeV	0.879±0.002	-0.138±0.007	(1.5, 2) MeV	0.676±0.002	-0.111±0.005
(2, 3) MeV	1.633±0.006	-0.364±0.016	(2, 3) MeV	1.836±0.007	-0.404±0.018
(3, 4) MeV	1.557±0.008	-0.480±0.021	(3, 4) MeV	1.630±0.008	-0.513±0.023
(4, 5) MeV	1.040±0.007	-0.431±0.018	(4, 5) MeV	1.040±0.007	-0.431±0.018
(5, 6) MeV	0.542±0.004	-0.264±0.011	(5, 6) MeV	0.517±0.004	-0.252±0.010
(6, 8) MeV	0.266±0.002	-0.141±0.006	(6, 8) MeV	0.220±0.002	-0.115±0.005

表 6.6 KI 模型预测的 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的不同能量区间的线性方程参数, $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。中心值通过公式 (6.8) 和公式 (6.9) 计算得出, 而误差通过分析两点连线分布的方法得出, 仅考虑了裂变份额的误差。

能量区间	KI 预测 ($n\text{Gd}$ 样本)		能量区间	KI 预测 ($n\text{H}$ 样本)	
	$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$		$\bar{\sigma}_{f,e}$	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$
(0.7, 2) MeV	0.888±0.002	-0.136±0.006	(1.5, 2) MeV	0.694±0.002	-0.100±0.005
(2, 3) MeV	1.642±0.006	-0.357±0.016	(2, 3) MeV	1.848±0.007	-0.403±0.018
(3, 4) MeV	1.550±0.008	-0.490±0.020	(3, 4) MeV	1.619±0.008	-0.523±0.021
(4, 5) MeV	1.023±0.007	-0.466±0.017	(4, 5) MeV	1.021±0.007	-0.470±0.017
(5, 6) MeV	0.544±0.005	-0.327±0.010	(5, 6) MeV	0.515±0.004	-0.318±0.010
(6, 8) MeV	0.271±0.003	-0.191±0.006	(6, 8) MeV	0.223±0.002	-0.157±0.005

6.4 实验测量与模型预测的比较

6.4.1 数据与三个模型的比较

将数据拟合和模型预测的线性方程参数 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 直观的汇总在图6.19中。在研究每个能量区间的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 时, 图中显示了测量数据值与模型预测值的差, 并且误差里面包含二者的误差。数据显示在低于 4 MeV 时 HM 模型预测的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 比测量值大, 高于 4 MeV 时 HM 模型与测量值吻合。另外两个模型在 4 MeV 两侧表现出不同的差异, 低于 4 MeV 时 SM2018 和 KI 模型预测的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 偏大, 而在 (4,6) MeV 区

间内比测量值小。

在测量数据与模型预测的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 比较中，可以看到低于 4 MeV 的能量区间上 HM 模型与测量有明显的差异。在 nH 样本的第一个能量区间即 (1.5, 2) MeV 内，其 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的测量数据值为正值，三个模型的预测都为负值，此处的差异比 nGd 的第一个能量区间 (0.7, 2) MeV 还要明显，造成这种情况的原因可能是不同的能量区间划分，突出了测量数据和模型预测之间的差异。

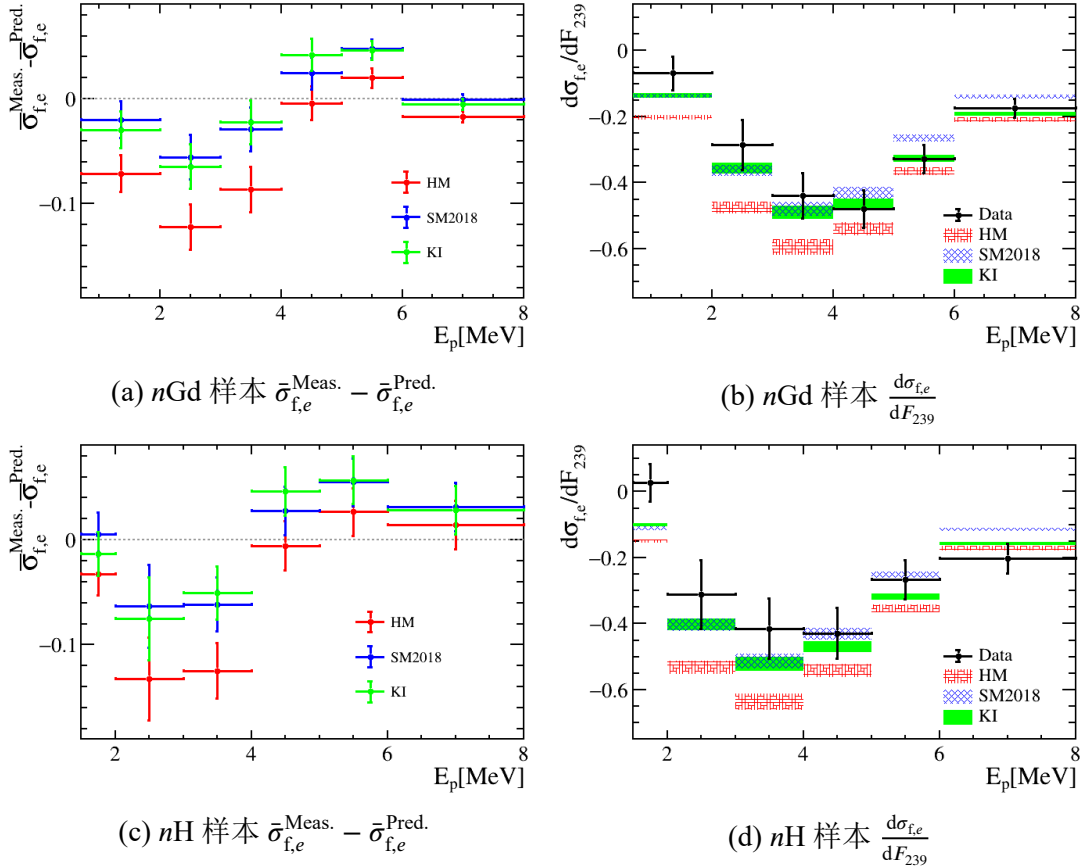


图 6.19 左侧两幅图为两个样本中不同能量区间的测量数据平均中微子 IBD 产额减去模型预测值，图中误差包含了测量与预测的误差。右侧两幅图是两个样本中不同能量区间的测量数据和模型预测的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ ，并展示了各自的误差。

在计算数据测试与模型预测 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的偏差时，需要考虑不同能量区间之间相关性。本文采取的方式为先计算 χ^2 ，然后根据 χ^2/NDF 的值去推算标准偏差。其中 χ^2 的计算方法为：

$$\chi^2 = (\mathbf{Meas.}_m - \mathbf{Pred.}_m) (\mathbf{V}_m^{\text{Meas.}} + \mathbf{V}_m^{\text{Pred.}})^{-1} (\mathbf{Meas.}_m - \mathbf{Pred.}_m)^T \quad (6.10)$$

这里下标 m 代表不同的线性方程参数 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 。 $\mathbf{Meas.}_m$ 和 $\mathbf{Pred.}_m$ 分别为测量数据和模型预测的参数值，形式为 1×6 的矩阵。 $\mathbf{V}_m^{\text{Meas.}}$ 和 $\mathbf{V}_m^{\text{Pred.}}$ 分别对应参数误差的协方差矩阵，形式为 6×6 的对称矩阵。

利用公式 (6.10)，两个样本测量数据与模型预测的 χ^2/NDF 和标准偏差展示在表 6.7 ($n\text{Gd}$ 样本) 和表 6.8 ($n\text{H}$ 样本)。对于两个样本而言，测量数据和模型预测的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 出现了非常大的差异，这表明三个模型的中微子 IBD 产额微分能谱都与测量数据明显的不符合。

在比较 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 时，根据公式 (6.10) 计算的 χ^2 如此之大的原因有两点：(1) 由于本文舍弃了预测模型误差，放大了测量数据和模型之间的差异；(2) 来自于不同能量区间 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 误差的强关联性，在计算过程中放大了 χ^2 。

在两个样本数据中，比较三个模型的不同能量区间斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的标准偏差，发现 HM 模型仍然与数据最不相符，而 SM2018 和 KI 模型与数据的偏差较小。由于 $n\text{H}$ 样本第一个能量区间 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的明显偏差，使得该样本的在误差比较大的情况下计算的标准偏差甚至略微优于精度更好的 $n\text{Gd}$ 样本。

表 6.7 $n\text{Gd}$ 样本不同能量区间的线性方程参数 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的测量数据与模型预测的比较。这里差异主要集中在 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 上。

模型	$\bar{\sigma}_{f,e}$		$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$	
	χ^2/NDF	标准偏差	χ^2/NDF	标准偏差
HM	675.08/6	25.4	15.83/6	2.4
SM2018	748.44/6	26.8	7.73/6	1.1
KI	812.62/6	28.0	3.50/6	0.32

表 6.8 $n\text{H}$ 样本不同能量区间的线性方程参数 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的测量数据与模型预测的比较。这里差异主要集中在 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 上。

模型	$\bar{\sigma}_{f,e}$		$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$	
	χ^2/NDF	标准偏差	χ^2/NDF	标准偏差
HM	551.33/6	22.8	18.27/6	2.7
SM2018	484.35/6	21.3	10.32/6	1.5
KI	527.13/6	22.3	7.46/6	1.0

6.4.2 数据与模型归一化斜率的比较

除直接比较测量数据与模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱之外，还可以比较两者之间的谱型差异。在比较谱型时需要每个能量区间不同演化组的 IBD 产额用参数 η_e 进行归一化操作，保证在该能量区间内测量数据与模型预测的中微子

IBD 产额对齐，反应在线性方程上就为：

$$\eta_e \times \sigma_{f,e,g}^{\text{Lin.}} = \eta_e \times \bar{\sigma}_{f,e} + \eta_e \times \frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}} (\bar{F}_{239,g} + \bar{F}_{239}) \quad (6.11)$$

这里不同能量区间之间的 η_e 不同，造成这种情况的原因可能是禁止跃迁等问题造成的四种同位素的等量偏差^{[73][108]}，此时并不对应总 IBD 产额线性方程（公式 (5.15)）中的惰性中微子假设。参数 η_e 可以在 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 的比值中消除，此刻比较数据与模型的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 值就可以分析数据与模型归一化之后的谱型差异。

计算 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 有两种方法：一种是直接拟合得到，替换线性方程（公式 (6.11)）的参数即可，另外一种是通过拟合得到的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 值计算得出，测量数据的结果见表 6.9。

表 6.9 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的测量数据 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 值和误差。

能量区间	$n\text{Gd}$ 样本		能量区间	$n\text{H}$ 样本	
	$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$			$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$	
(0.7, 2) MeV	-0.079±0.060		(1.5, 2) MeV	0.041±0.093	
(2, 3) MeV	-0.180±0.049		(2, 3) MeV	-0.176±0.057	
(3, 4) MeV	-0.287±0.048		(3, 4) MeV	-0.264±0.063	
(4, 5) MeV	-0.450±0.058		(4, 5) MeV	-0.402±0.076	
(5, 6) MeV	-0.553±0.077		(5, 6) MeV	-0.465±0.100	
(6, 8) MeV	-0.654±0.111		(6, 8) MeV	-0.806±0.155	

三个模型预测的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 值见图 6.20。由于对每个能量区间的已经做了归一化，测量数据与模型之间的差异理应缩小，此时更应该关注每个能量区间上测量数据与模型预测之间的差异，从而去修正模型。

在不同能量区间上数据与模型预测的差异显示在图 6.21 中，在 $n\text{Gd}$ 样本的研究中，HM 模型在 (0.7, 2) MeV 和 (2, 3) MeV 两个能量区间上的偏差超过了两倍标准偏差，表明即使对 HM 模型预测的能谱做了归一化处理，仍然不能与数据符合，这将问题的源头指向了模型预测的中微子能谱，即需要对该能量区间的同位素中微子 IBD 产额做出不同的调整，而不是统一的归一化处理，分析 $n\text{H}$ 样本数据也得出相似的结论。

通过表 6.3 可知， $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的误差要明显高于 $\bar{\sigma}_{f,e}$ ，又经过误差成份分析可知 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的主要误差来源于统计量，而 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 的主要误差来源是系统误差。在利用误差传递公式计算测量数据 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 的误差时，发现 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 成为主要的误差来源。因此增加统

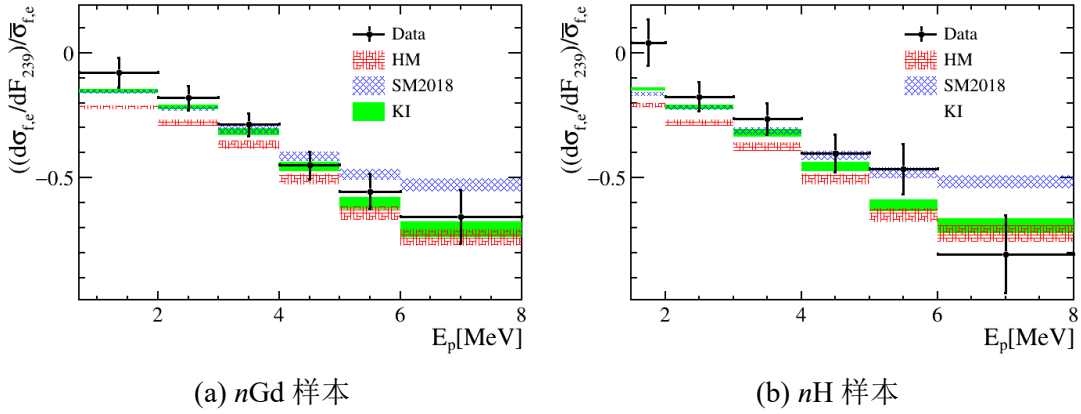


图 6.20 测量数据和三个模型预测的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 值，其中模型预测的误差来仅自于裂变份额的贡献。

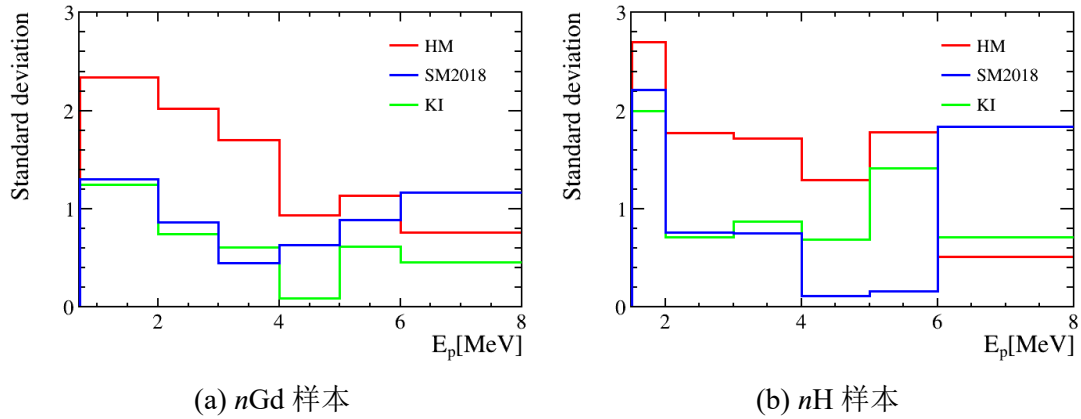


图 6.21 在不同能量区间上数据的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与三个模型预测值的差异。

量才能在比较测量数据与模型预测的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 时继续提升标准偏差的显著性。

6.5 本章小结

大亚湾实验中中微子能谱演化规律，是通过研究 13 个演化组的 6 个能量区间的 IBD 产额演化规律来实现的。

以精度更好的 $n\text{Gd}$ 样本为例子，通过比较线性方程的参数，本文发现不同能量区间的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 的测量值与 HM, SM2018 和 KI 模型预测值均不相符，它们之间的差异均已超出 25 倍标准偏差。在斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 的比较上，只有 HM 模型的预测值偏差为 2.4 倍标准偏差，而 SM2018 和 KI 模型预测值与测量值的差异均小于 2 倍标准偏差。归一化斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 的研究可以帮助我们识别测量和预测谱型上的差异，研究发现数据与 HM 模型的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 在 3 MeV 以下的能量区间上存在超过 2 倍标准偏差的差异，而其他能量区间的差异较小，SM2018 和 KI 模型预测的 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$

基本与数据相符。

由于 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的中微子 IBD 产额微分能谱不一致，因此本章无法进行两个样本的联合分析，只有单独样本的分析。虽然 $n\text{H}$ 数据的统计误差和系统误差均要大于 $n\text{Gd}$ 的数据，但两个样本的测量在与模型预测比较时得出的结论基本一致。

本章还发现了造成反应堆中微子测量能谱 5 MeV 附近凸起的原因，在与 HM 模型比较中，这个凸起是由归一化操作造成的，而另外两个模型的凸起与归一化操作无关。

第7章 反应堆中微子模型修正方案的讨论

经过上面两章的中微子流强和能谱的演化分析与模型比较，大亚湾数据与模型之间的差异总结在表7.1中。根据大亚湾实验中微子流强和能谱的演化分析，本文发现 HM 模型预测的中微子流强和能谱均与测量不相符，流强的差异为 4.3 倍的标准偏差 (nGd 与 nH 数据联合)，而能谱差异大于 25 倍标准偏差 (nGd 数据)。SM2018 和 KI 模型预测的中微子流强与数据相符，差异在 1 倍标准偏差左右，而这两个模型预测的中微子能谱与大亚湾数据仍有着较大差异，它们标准偏差分别为 26 倍和 28 倍的标准偏差 (nGd 数据)。

表 7.1 HM, SM2018 和 KI 三个模型的预测是否符合大亚湾实验测量数据的中微子流强和能谱演化分析的结果， \checkmark 表示符合， \times 表示不符合。

模型	中微子流强	中微子能谱
HM	\times	\times
SM2018	\checkmark	\times
KI	\checkmark	\times

研究大亚湾实验数据工作的意义不仅仅是发现数据与模型之间差异，也包括对不同的模型提出修改建议。总结前部分对模型修正的建议为：在第5.5节中，发现提取的 ^{235}U 中微子 IBD 产额要比 HM 模型更低；在第5.4.2节本文发现质量 eV 惰性中微子假设仍不能解释 HM 模型预测与测量数据之间的差异；第6.4.2中，比较不同能量区间的归一化斜率时，暗示在低于 4 MeV 能量区间内，HM 模型可能需要对四种同位素中微子能谱作出不同的修正。

本章内容将利用大亚湾实验的精度更好的 nGd 样本数据去研究反应堆中微子模型不同修正方案，并继续不同修正方案下的测试惰性中微子假设的兼容性。在本章最后一节将讨论 nH 样本的加入对模型修正精度的提升问题。

7.1 中微子模型的修正方法

三个反应堆模型预测了反应堆裂变过程中的四种同位素中微子能谱，但是 HM 和 KI 模型使用的转换方法本身以及使用的贝塔能谱可能存在问题，SM2018 的还存在部分尚未精确测量的贝塔裂变分支数据，因此有必要对这些模型预测的裂变同位素能谱作出修正，同时还要继续分析在模型修正后惰性中微子存在的可能性。

由于本章需要考虑同位素中微子能谱和惰性中微子两个修正，因此修正后的不同演化组的每个能量区间的预测的中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.}}$ 为：

$$\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.}} = \sum_i^4 F_{i,g} \sigma_{i,e}^{\text{Model}} (1 + f_{i,e}) \eta \quad (7.1)$$

公式中 $f_{i,e}$ 是在第 e 个能量区间上四种同位素 i 预测中微子 IBD 产额的修正，本文仍旧研究了 6 个能量区间，分别为 (0.7, 2)，(2, 3)，(3, 4)，(4, 5)，(5, 6) 和 (6, 8)。 η 是惰性中微子假设的修正，它的特征是所有能量区间使用一个共同的参数。

由于 ^{238}U 和 ^{241}Pu 在反应堆原料中的平均占比只有 7.6% 和 5.6%，并且原料燃烧过程中的变化范围也很小，分别约为 0.2% 和 4%，因此除非很大的 ^{238}U 和 ^{241}Pu 的能谱修正 $f_{238,e}$ 和 $f_{241,e}$ ，否则很难反映到模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱上去，本文也就不考虑这两个同位素能谱修正，即设定所有 $f_{238,e}$ 和 $f_{241,e}$ 都为 0。

受限于大亚湾实验测量数据的特征，无法对预测公式 (7.1) 中的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的修正参数 $f_{235,e}$ 和 $f_{239,e}$ 和惰性中微子修正 η 同时做出评测（拟合简并），因此在这里本文只考虑和测试了三个基础的修正方案，即：

- 方案一：只修正 ^{235}U 中微子 IBD 产额微分能谱，并测试惰性中微子假设在此方案下的兼容性。此时，只有 $f_{235,e}$ 和 η 可以变化，其他参数都固定在 0，此时的中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.1}}$ 为：

$$\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.1}} = \left[\sum_i^4 F_{i,g} \sigma_{i,e}^{\text{Model}} + F_{235,g} \sigma_{235,e}^{\text{Model}} f_{235,e} \right] \times \eta \quad (7.2)$$

- 方案二：只修正 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额微分能谱，并测试惰性中微子假设在此方案下的兼容性。此时，只有 $f_{239,e}$ 和 η 可以变化，其他参数都固定在 0，此时的中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.2}}$ 为：

$$\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.2}} = \left[\sum_i^4 F_{i,g} \sigma_{i,e}^{\text{Model}} + F_{239,g} \sigma_{239,e}^{\text{Model}} f_{239,e} \right] \times \eta \quad (7.3)$$

- 方案三：一个针对所有裂变同位素中微子 IBD 产额的等量修正即 $f_{i,e} \equiv f_e$ ，这里四种同位素中微子 IBD 产额在同一能量区间内的修正量保持一致，这可能是禁止跃迁等问题造成的^{[73][108]}，这个方案目前无法测试惰性中微子的兼容性（数据拟合简并），即需要设置 $\eta=1.0$ ，此时的中微子 IBD 产额 $\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.3}}$ 为：

$$\sigma_{f,e,g}^{\text{Pred.3}} = \left[\sum_i^4 F_{i,g} \sigma_{i,e}^{\text{Model}} (1 + f_e) \right] \times 1.0 \quad (7.4)$$

7.2 基于钷俘获样本的模型修正方案的研究

确定修正方案后，模型修正参数需要通过数据拟合获取。 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 的 IBD 快信号能谱在 E_p 能量上的形状并不一致，此处仍然不能进行联合分析，这里只选取了精度更好的 $n\text{Gd}$ 样本数据去拟合模型修正的参数。

7.2.1 数据拟合修正方案

测量数据对假设方案的 χ^2 拟合方程为：

$$\chi^2 = \left(\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Pred.}} - \sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Meas.}} \right) \left(\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Stat.}} + \mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Syst.}} + \mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Pred.FF}} \right)^{-1} \left(\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Pred.}} - \sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Meas.}} \right)^{\text{T}} \quad (7.5)$$

这里 $\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Pred.}}$ 是一个 1×78 的列矩阵，它的元素来自于不同方案的修正公式（7.2），公式（7.3）或者（7.4）的预测值，这些修正方案中可变化的修正值为待拟合参数。 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Pred.FF}}$ 为来自预测误差，其误差大小和相关性参考图6.18。其他各项与公式（6.5）中一致。由于只选取了 $n\text{Gd}$ 样本的数据，那么对应的 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Syst.}}$ 和 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Pred.FF}}$ 只需要选取 $n\text{Gd}$ 部分的 78×78 矩阵即可，其他部分如 $n\text{H}$ 样本和两样本相关部分可以忽略。

方案一公式（7.2）和方案二公式（7.3）中含有对惰性中微子假设的测试，具体操作方法为：比较 η 的自由拟合和 $\eta=1.0$ 的 χ^2/NDF 值，来分析惰性中微子加入后的合理性，即如果 η 自由拟合时的 χ^2/NDF 明显优于 $\eta=1.0$ 时的值，说明该方案支持惰性中微子振荡的假设。

7.2.2 修正结果与讨论

通过大亚湾实验的数据拟合上述三个修正方案，分析不同方案的选择依据最佳拟合结果的 χ^2/NDF 计算出的 p 值，统计学上的 p 值越大，则该方案被数据接受的可能性越大，反之则越小。

7.2.2.1 修正结果展示

根据 $n\text{Gd}$ 样本的数据，根据拟合公式（7.5）得到不同方案的 χ^2/NDF 、 p 值和方案一、二的惰性中微子测试结果展示在表7.2中。

表 7.2 $n\text{Gd}$ 样本中不同修正方案最佳拟合的 χ^2/NDF 值和对应的 p 值, 在方案一、二的 ^{235}U 和 ^{239}Pu 能谱修正中加入了惰性中微子的测试。方案二修正的 p 值最大, 虽然 SM2018 和 KI 模型不需要引入惰性中微子假设, 但本文还是对其进行了测试。

修正模型	修改方案	惰性中微子修正 η	χ^2/NDF	p 值
HM	方案一	0.985 ± 0.021	82.94/71	15.73%
	修改 ^{235}U	固定在 1.0	83.42/72	16.84%
	方案二	0.935 ± 0.014	115.58/71	0.07%
	修改 ^{239}Pu	固定在 1.0	136.02/72	< 0.01%
	方案三	固定在 1.0	88.83/72	8.68%
	等量修正			
SM2018	方案一	0.997 ± 0.021	80.03/71	21.69%
	修改 ^{235}U	固定在 1.0	80.04/72	24.14%
	方案二	0.995 ± 0.014	126.30/71	< 0.01%
	修改 ^{239}Pu	固定在 1.0	126.52/72	< 0.01%
	方案三	固定在 1.0	82.33/72	18.99%
	等量修正			
KI	方案一	0.995 ± 0.021	84.30/71	12.51%
	修改 ^{235}U	固定在 1.0	84.89/72	14.21%
	方案二	0.987 ± 0.014	117.32/71	0.05%
	修改 ^{239}Pu	固定在 1.0	118.09/72	0.05%
	方案三	固定在 1.0	78.71/72	27.48%
	等量修正			

对 HM 模型的修正中, 最佳修正方案为方案一, 即只修正 HM 模型预测的 ^{235}U 中微子 IBD 产额就可以与数据吻合, 而该方案中惰性中微子的加入并没有使得 χ^2/NDF 发生明显的变化; 方案二为 HM 模型的最差修正方案, 根据此方案计算的 P 值已经低于 0.1%, 表明只修改 HM 模型 ^{239}Pu 的中微子 IBD 产额无法与数据匹配, 而且在方案二中加入惰性中微子后模型预测仍与数据有较大差异; HM 模型的方案三修正的 P 值略低于方案一, 它与方案一的最大差异 $\Delta\chi^2/\text{NDF}=(82.94-88.83)/1$, 通过计算可得方案三与方案一的最大差异为 2.4 倍的标准偏差。

对 SM2018 的修正中, 最佳修正方案也是方案一, 最差方案仍为方案二, 方案三的修正优度要稍微弱于方案一, 它们之间的最大差异为 1.5 倍的标准偏差。在方案一和方案二中加入惰性中微子修正后, 没有对 χ^2 产生明显的影响。

对 KI 模型修正中, 最佳方案为方案三, 最差方案仍为方案二, 方案一修正的

P 值要弱于方案三，它们之间的最大差异为 2.4 倍标准偏差。在方案一和方案二中加入惰性中微子修正后，没有对 χ^2 产生明显的影响。

观察三个模型的方案一修正，发现惰性中微子振荡修正参数 η 分别为 0.985 ± 0.021 ， 0.997 ± 0.021 和 0.995 ± 0.021 ，全部在 1.0 的一倍标准偏差内，这说明只有 ^{235}U 的修正便足以使得方案一的模型预测与测量数据吻合，似乎并不需要一个惰性中微子假设的加入，也说明实验的灵敏度不够，在此分析中尚不能对模型修正后的惰性中微子假设的兼容性给出明确答案。

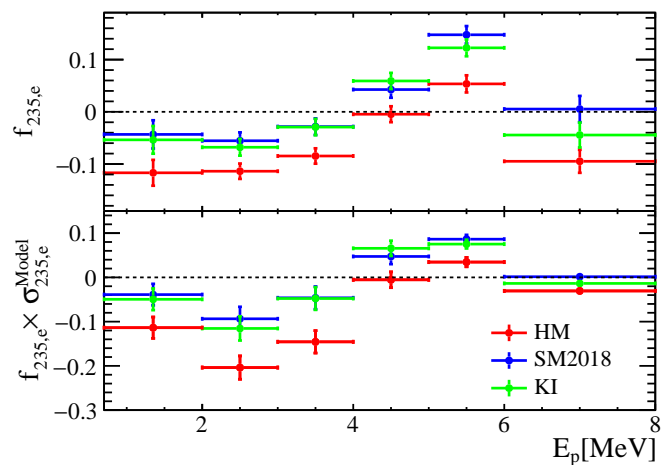
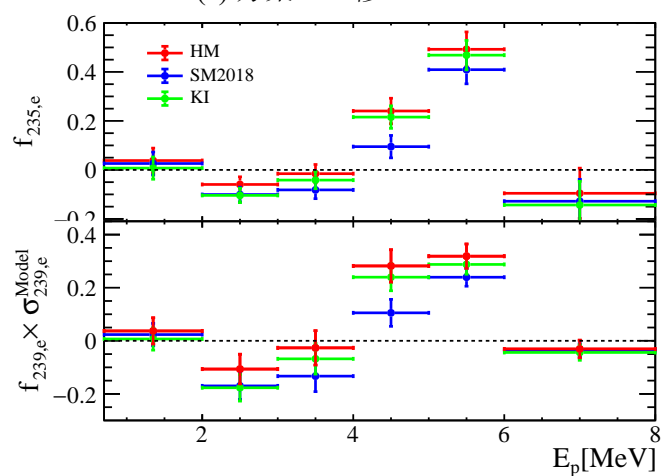
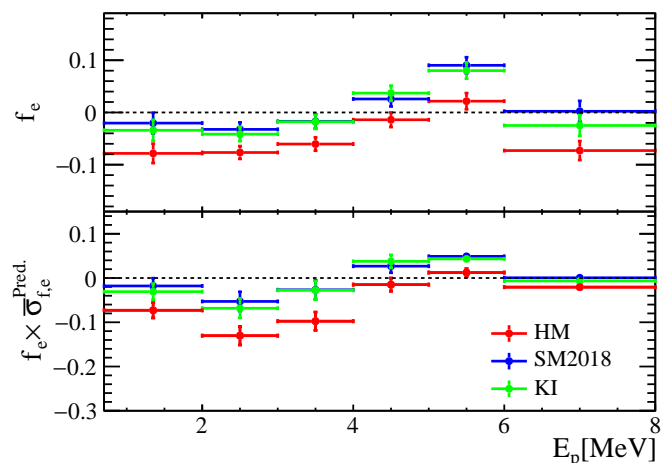
图7.1给出了三种修正方案中 $f_{235,e}$ ， $f_{239,e}$ 和 f_e 的修正量大小，图中数据对应的惰性中微子振荡参量 η 均设置为 1.0。由于模型预测不同能量区间上的中微子 IBD 产额存在差异，因此图中不仅显示了相对修正值，也展示了在不同能量区间上的实际产额修正大小。

可以看出方案一对 HM 模型中 ^{235}U 能谱的修正主要集中在低于 4 MeV 区域，即通过降低 4 MeV 以下能量区间的 ^{235}U 中微子 IBD 产额即可使得模型预测与测量数据吻合。

对 KI 和 SM2018 模型 ^{235}U 能谱修正在 4 MeV 两侧表现出不同的趋势：降低 (0.7, 4) MeV 区间内的 IBD 产额；提高 (4, 6) MeV 区间内的 IBD 产额。

方案三对模型预测能谱的修正趋势与方案一类似，由于修正的能谱不只是 ^{235}U 能谱而是对 4 种裂变同位素中微子 IBD 产额微分能谱的等量修正，因此其不同能量区间的修正幅度要低于方案一。

方案一和方案三拟合参数误差的成份分析结果如图7.2所示。这里仅展示了方案一和方案三中对 HM 模型的修正，另外两种模型修正参数的误差来源与 HM 模型极为相似。可以发现主导误差仍然为系统误差，参考图6.15中各项误差大小比较，可以确认拟合中参数误差的主要贡献者为质子数和探测效率。所以提高这两项系统误差的精度，可以明显缩小修正参数的误差。由于方案二的 χ^2/NDF 值非常差，为非优选方案，其拟合值也不准确，因此这里不再讨论它的误差成份。


 (a) 方案一（修正 ^{235}U ）

 (b) 方案二（修正 ^{239}Pu ）非优选方案


(c) 方案三（等量修正）

图 7.1 来自三种修正方案对模型预测中微子 IBD 产额微分能谱的相对修正的最佳拟合值 $f_{235,e}$, $f_{239,e}$ 和 f_e , 以及对模型预测的绝对修正大小 $f_{235,e} \times \sigma_{235,e}^{\text{Model}}$, $f_{239,e} \times \sigma_{239,e}^{\text{Model}}$ 和 $f_e \times \sigma_{f,e}^{\text{Pred.}}$ (绝对修正的单位为 $10^{-43} \text{cm}^2/\text{fission}$), 其中方案二为非优选方案。

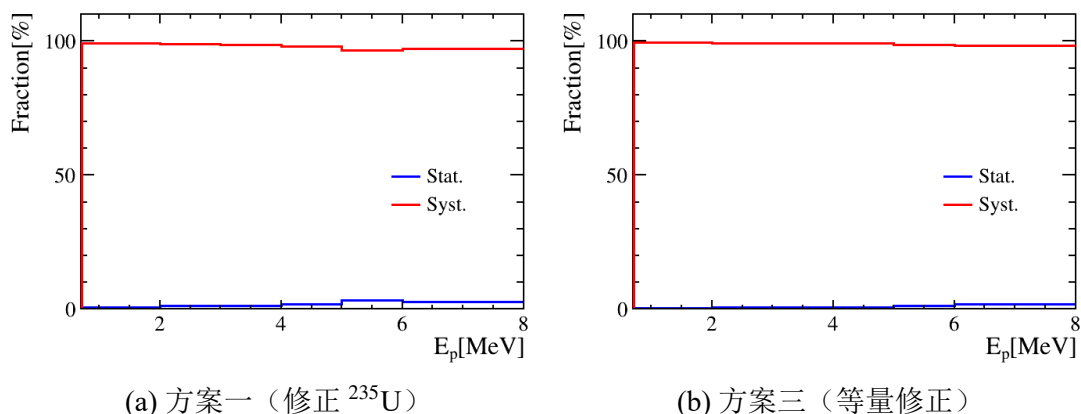


图 7.2 方案一和方案三中修正值的误差成份分析，均为系统误差（Syst.）主导，统计误差（Stat.）造成的影响比较小。

7.2.2.2 修正结果的兼容性

本节将把各方案修正后的模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱线性方程结果与测量数据进行比较，比较的项目包括不同能量区间的中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ ，斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和归一化斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ ，从而进一步展示其修正结果的优劣。

以对 HM 模型的修正为例子，经过三种方案修正后的不同能量区间的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据的差异如图 7.3 所示，这里各种方案的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0。可见除了方案二（Plan 2）之外，另外两个方案与数据吻合非常好。

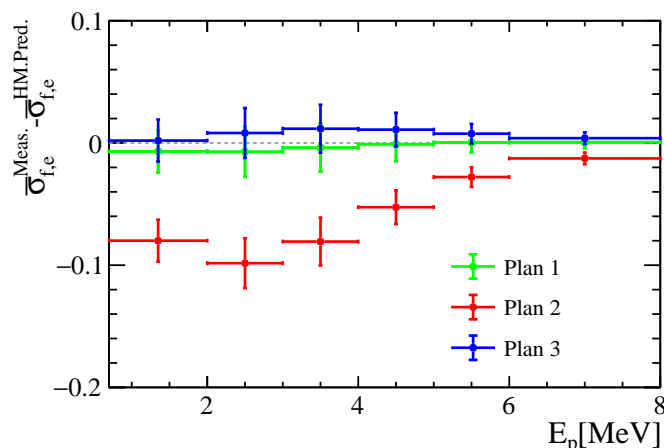


图 7.3 经过三个方案修正后的 HM 模型预测的不同能量区间的平均中微子 IBD 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}^{\text{HM.Pred.}}$ 与测量数据的 $\bar{\sigma}_{f,e}^{\text{Meas.}}$ 差异，三个方案中的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0，方案二的修正效果最差。

三个方案修正 HM 模型后预测的不同能量区间的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 与测量数据的分布展示在图 7.4 中，方案二仍然是三个方案中与测量数据差异最大一个。

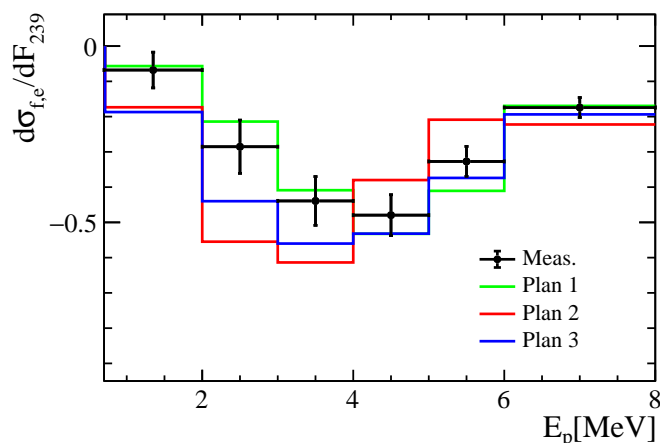


图 7.4 经过三个方案修正后的 HM 模型预测的不同能量区间的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 与测量数据的分布，三个方案中的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0，方案二的修正效果最差。

三个方案修正 HM 模型后预测的不同能量区间的归一化斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据的分布展示在图7.5中，方案二还是三个方案中与测量数据差异最大一个，其在 (4,6) MeV 区间有明显的不符合。

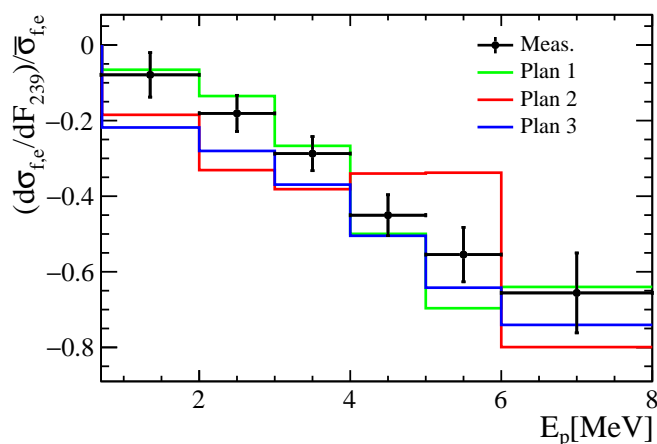


图 7.5 经过三个方案修正后的 HM 模型预测的不同能量区间的斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据的分布，三个方案中的惰性中微子修正系数 η 均固定在 1.0，方案二的修正效果最差。

SM2018 和 KI 模型修正后与测量数据的中微子 IBD 产额线性方程参数的比较显示在图7.6中，其结果与 HM 模型的修正结果类似。红线所示的方案二 (Plan 2) 修正后的结果在与数据比较时仍存在明显的差异，主要集中在斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和归一化斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 的比较上，而方案一和方案三修改后的模型与测量数据符合的较好。

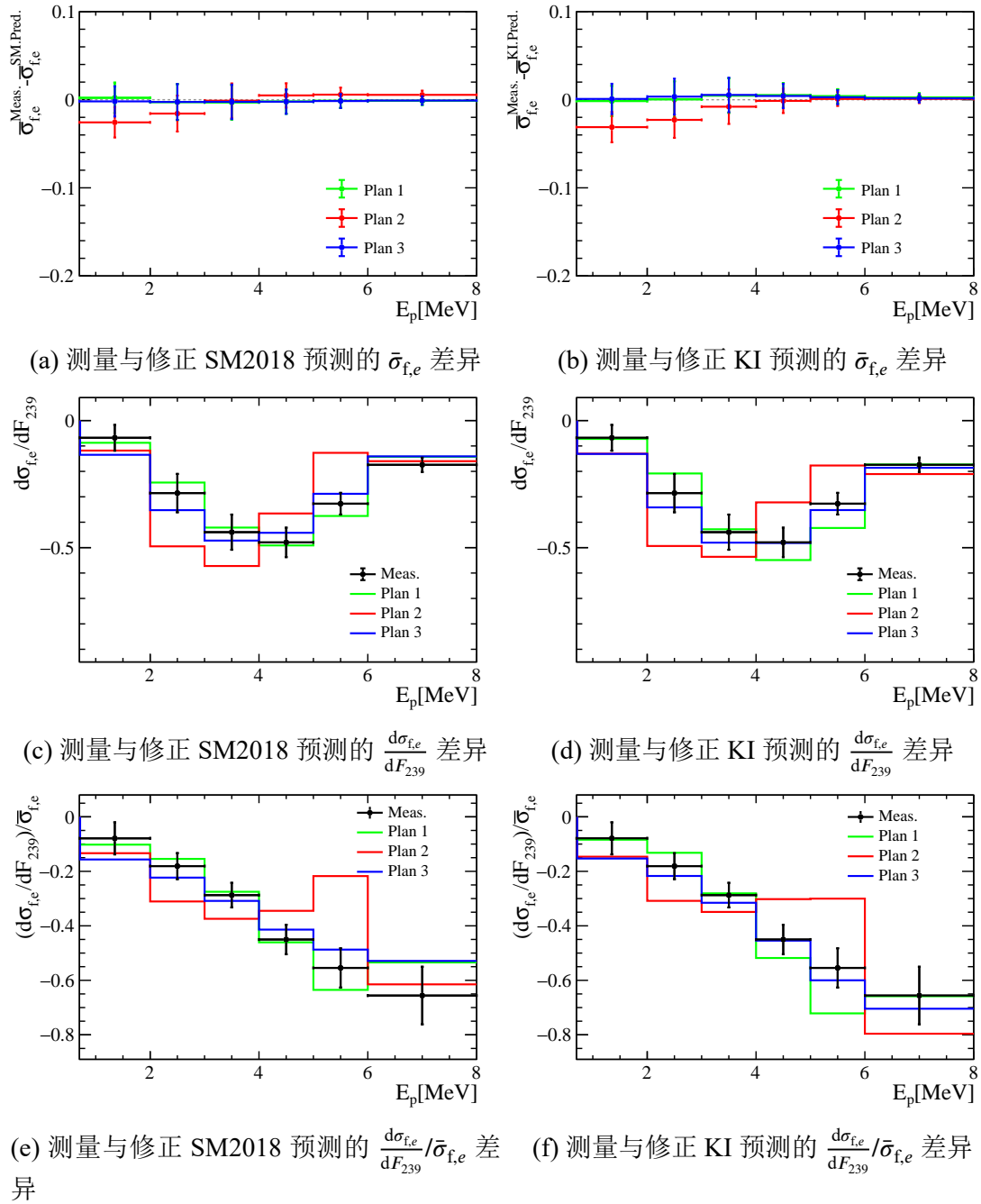


图 7.6 左列三图是三种方案修正后的 SM2018 模型预测的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 、 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据的比较，右列三图是 KI 模型修正后的对应结果。

利用公式 (6.10) 可以计算修正后的模型预测的不同能量区间的中微子 IB D 产额 $\bar{\sigma}_{f,e}$ ，斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和归一化斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 与测量数据之间的标准偏差，从而将它们之间的差异进行量化分析。

三种方案修正的三个模型预测与测量数据之间的标准偏差结果见表 7.3，表中也展示了方案一和方案二中惰性中微子假设测试的结果。对于三个模型的方案

一修正，它可以将模型与测量数据之间标准偏差控制在 1.0 倍标准偏差左右。对 SM2018 和 KI 模型来说，方案三的修正同样可以使模型与测量数据之间的标准偏差小于 1.0。但是对于方案二的修正，它仍然让三个模型与数据之间保持着超过 4 倍标准偏差的差异。表格中数据也显示，是否考虑惰性中微子假设 (η 是否自由变化) 对上述结论的影响不大。

因此方案一为 HM 模型的最佳修正方案，方案一和方案三都是修正 SM2018 和 KI 模型的优选方案。但是对于方案二，即只修正 ^{239}Pu 的谱型，大亚湾实验数据与修正后的模型差异仍旧可以超过 4 倍标准偏差。

表 7.3 HM、SM2018 和 KI 使用三种方案修正后预测与测量数据中微子 IBD 产额微分能谱的线性方程参数之间的标准偏差，包含了 $\bar{\sigma}_e$, $\frac{d\sigma_{fe}}{dF_{239}}$ 和 $\frac{d\sigma_{fe}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_e$ 的比较

预测模型	修改方案	惰性中微子修正 η	与 $\bar{\sigma}_e$ 标准偏差	$\frac{d\sigma_{fe}}{dF_{239}}$ 标准偏差	与 $\frac{d\sigma_{fe}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_e$ 标准偏差
HM	方案一 修改 ^{235}U	0.985±0.021	<0.1	0.7	0.8
		固定在 1.0	<0.1	0.8	0.8
	方案二 修改 ^{239}Pu	0.935±0.014	0.9	4.2	4.2
		固定在 1.0	3.9	4.7	4.4
	方案三 等量修正	固定在 1.0	0.1	2.1	2.3
	SM2018	方案一 修改 ^{235}U	0.997±0.021	~0	0.3
固定在 1.0			~0	0.3	0.3
方案二 修改 ^{239}Pu		0.995±0.014	1.2	5.0	4.9
		固定在 1.0	1.2	5.0	4.9
方案三 等量修正		固定在 1.0	~0	0.7	0.7
KI		方案一 修改 ^{235}U	0.995±0.021	<0.1	1.1
	固定在 1.0		0.1	1.1	1.2
	方案二 修改 ^{239}Pu	0.987±0.014	0.8	4.5	4.4
		固定在 1.0	1.0	4.4	4.4
	方案三 等量修正	固定在 1.0	~0	0.2	0.2

7.3 与氢俘获样本的联合分析以及对修正结果的影响

正如前面几节介绍, $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 两样本的探测器观测到的 IBD 快信号 (E_p) 能谱是不一致的, 因此两样本无法在分析中微子 IBD 产额微分能谱的线性演化方程时进行联合, 也不能在修正模型预测的 E_p 能谱时候进行联合。虽然两个样本的 E_p 能谱不一致, 但是在未经探测器能量转换矩阵转换前的中微子能谱 (E_ν) 却是一致的。本节将介绍一种在 E_ν 能谱上将两个样本中微子 IBD 产额微分能谱进行联合的方法, 并且分析 $n\text{H}$ 数据的加入对模型修正精度的影响。

7.3.1 联合分析方法

在预测中微子 IBD 产额微分能谱时, 如果从中微子能谱 E_ν 出发, $n\text{Gd}$ 样本的模型预测中微子 IBD 产额微分能谱 $\sigma_{f,e,g}^{n\text{Gd.Pred}}$ 为:

$$\sigma_{f,e,g}^{n\text{Gd.Pred}} = \sum_{i=1}^4 \bar{F}_{i,g} \left[\sigma_{i,n}^{E_\nu, \text{Model}} (1 + f_{i,n}^{E_\nu}) \otimes M_{n\text{Gd}}^{\text{Res}} \right]_e \quad (7.6)$$

这里 $\bar{F}_{i,g}$ 为第 i 同位素在 g 演化组中的裂变份额, $\sigma_{i,n}^{E_\nu, \text{Model}}$ 就是模型预测的未经能量转换矩阵转化的中微子能量 E_ν 上的中微子 IBD 产额微分能谱, 下标 n 代表不同的 E_ν 能量区间, 与 E_p 的能量区间下标 e 区分, E_ν 上的能量区间划分为 7 个能量区间, 分别为 (1.8, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8) 和 (8, 12) MeV, $f_{i,n}^{E_\nu}$ 是针对四种同位素能谱在能量区间 n 上的修正, $M_{n\text{Gd}}^{\text{Res}}$ 是 $n\text{Gd}$ 样本的探测器能量转换矩阵, 作用是将 E_ν 能谱转换为 E_p 能谱。这里需要注意, E_ν 能量区间 n 和 E_p 的能量区间 e 并不是一一对应的, 某个 e 能量区间内的 IBD 产额会受到多个 n 区间 IBD 产额的影响。

由于 $n\text{H}$ 样本含有多个探测区域, 它的模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱 $\sigma_{f,e,g}^{n\text{H.Pred}}$ 为:

$$\sigma_{f,e,g}^{n\text{H.Pred}} = \sum_{i=1}^4 \bar{F}_{i,g} \sum_{v=1}^6 \xi_v \left[\sigma_{i,n}^{E_\nu, \text{Model}} (1 + \lambda_{i,n} f_{i,n}^{E_\nu}) \otimes M_{n\text{H},v}^{\text{Res}} \right]_e \quad (7.7)$$

其中所用符号与公式 (7.6) 基本相同, 由于 $n\text{H}$ 模型预测的中微子 IBD 产额微分能谱来自于 6 个探测区域 GdLS, LS, IAV, OAV, MO 和 Other, 因此需要 6 个不同的能量转换矩阵 $M_{n\text{H},v}^{\text{Res}}$ 来转换模型预测的 $\sigma_{i,b}^{E_\nu, \text{Model}}$, 然后按照比例 ξ_v 将它们叠加在一起。不同探测区域所占的比例受到质子数和探测效率的影响, 它通过大亚湾实验的预测得到, 具体数值如表 7.4 所示。 $n\text{H}$ 预测中在 E_ν 的每个能量区间上需要一个额外的修正参数 λ , 这个参数没有限制, 其主要作用是作为冗余参数保证 $n\text{H}$ 与 $n\text{Gd}$ 样本在不同能量区间的 IBD 产额预测保持一致, 消除两个样本之间非预测

模型造成的未知的偏差，这里 λ 的加入不会对最佳拟合值造成影响。

表 7.4 $n\text{H}$ 样本预测中不同探测区域探测到的中微子与探测总量的占比。

探测区域 ν	GdLS	LS	IAV	OAV	MO	Other
占比 ξ_ν	0.1774	0.8161	0.0036	0.0025	0.0002	0.0002

由于方案二（只修正 ^{239}Pu 中微子能谱）已经被 $n\text{Gd}$ 样本强烈排除掉了，所以本节只对方案一（只修正 ^{235}U 中微子能谱）和方案三（等量修正）进行联合分析，并且忽略这两个样本中惰性中微子假设的测试。

联合分析的 χ^2 方程为：

$$\chi^2 = \left(\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Two.Pred.}} - \sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Two.Meas.}} \right) \left(\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Stat.}} + \mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Syst.}} + \mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Pred.FF}} \right)^{-1} \left(\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Two.Pred.}} - \sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Two.Meas.}} \right)^{\text{T}} \quad (7.8)$$

该方程的形式与公式（7.5）完全一致，不过里面每一项都包含了 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 两个样本的数据，并用上标 **Two.** 与公式（7.5）中的对应项区分开来。由于联合了两个样本的数据，因此 $\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Two.Pred.}}$ 为 1×156 的矩阵，前 78 个元素来自于公式（7.6）的预测，后 78 个元素来自于公式（7.7）的预测。 $\sigma_{f,\text{Spec.}}^{\text{Two.Meas.}}$ 是对应的来自两个样本的 156 个测量 IBD 产额。 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Stat.}}$ 、 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Syst.}}$ 和 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Pred.FF}}$ 均为 156×156 的协方差矩阵，除 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Stat.}}$ 为对角矩阵外， $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Syst.}}$ 和 $\mathbf{V}_{\text{Spec.}}^{\text{Two.Pred.FF}}$ 的形式已经分别在图6.15和图6.18中给出。当拟合方案一或者方案三的假设时，拟合的自由参数包括了 8 个 E_ν 能量区间上的修正（ $f_{235,e}^{E_\nu}$ 或者 $f_e^{E_\nu}$ ）和对应的 8 个冗余参数（ λ_e ），虽然 E_ν 能谱被分为了 7 个能量区间，但是参考中微子能谱的范围（图3.13）最后一个能谱区间（8，12）MeV 贡献度极低，可以预见数据对这个能量区间的修正不能做出有效的修正。

7.3.2 联合分析对模型修正参数精度的影响

两个样本数据 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本单独分析和联合分析的方案一的对 HM 模型 ^{235}U 中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值和误差大小如图7.7所示。 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本对 ^{235}U 能谱修正的中心值并不完全吻合，如图7.7(a)所示在（4，5）MeV 区间出现了较大的偏差，但是 $n\text{H}$ 与 $n\text{Gd}$ 样本在主要能量区间上的修正趋势是一致的。

从上文所知，修正参数的误差主要来自于系统误差部分（图7.2）， $n\text{H}$ 样本的系统误差偏大，因此拟合出的修正参数误差要大于 $n\text{Gd}$ 样本的拟合结果。联合分析结果并不会对修正参数的精度有明显提升（图7.7所示），仍然以精度更高的 $n\text{Gd}$ 样本的参数误差为主导。由于拟合结果中 E_ν 在（7，8）MeV 区间修正值的误差太

大，没有参考的物理意义，图中也将其舍去。同理两个样本联合分析的方案三修正参数的精度仍然以 $n\text{Gd}$ 样本为主导， $n\text{H}$ 样本的加入并没有使联合分析的误差精度有明显的提升。

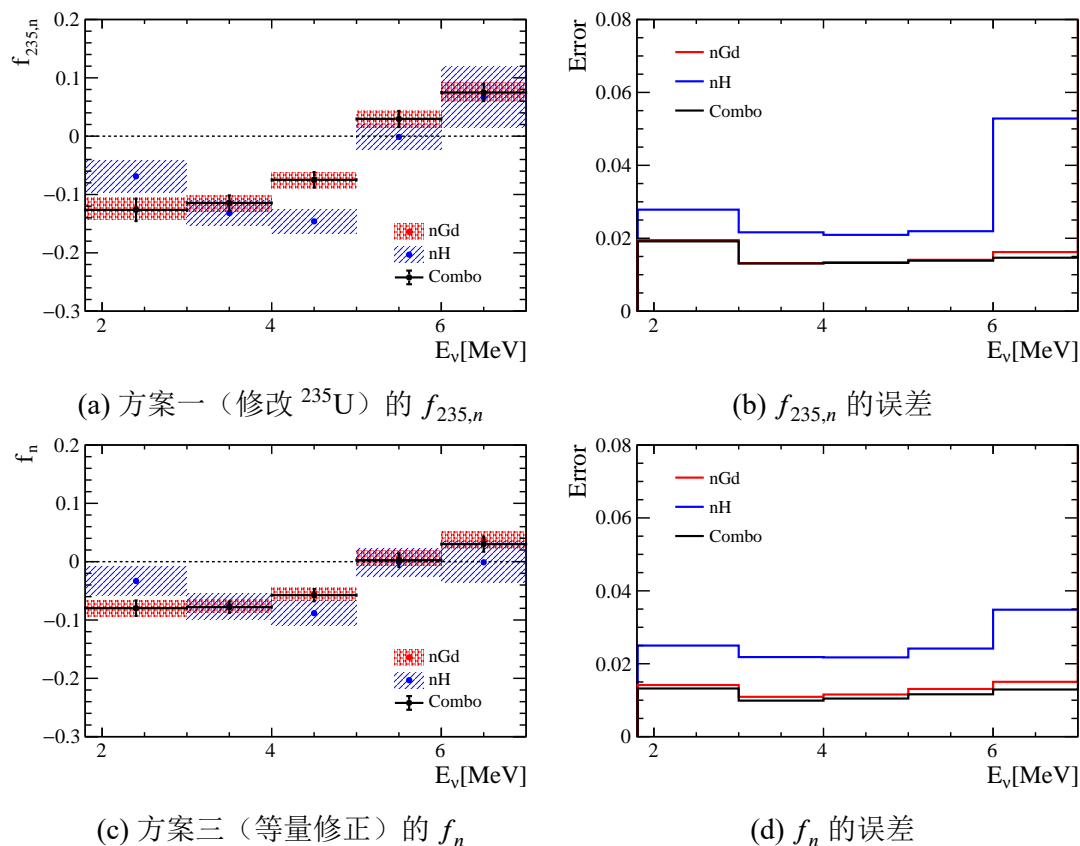


图 7.7 两个样本数据 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本单独分析和联合分析的方案一和方案三的对 HM 模型 ^{235}U 或者四种裂变同位素中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值（左）和误差大小（右）。

对 SM2018 和 KI 模型的修正仍然会得出相同结论，这里不在一一赘述，将拟合结果展示在图7.8（SM2018 模型）和图7.9（KI 模型）中，其联合分析的修正参数的精度并没有得到明显的提升。

E_ν 能量上的中微子能谱比 E_p 能量上的中微子 IBD 产额微分能谱具有更好的普适性，它消除了实验探测器能量转换矩阵的影响，直接为反应堆中微子能谱的修正指明了方向。

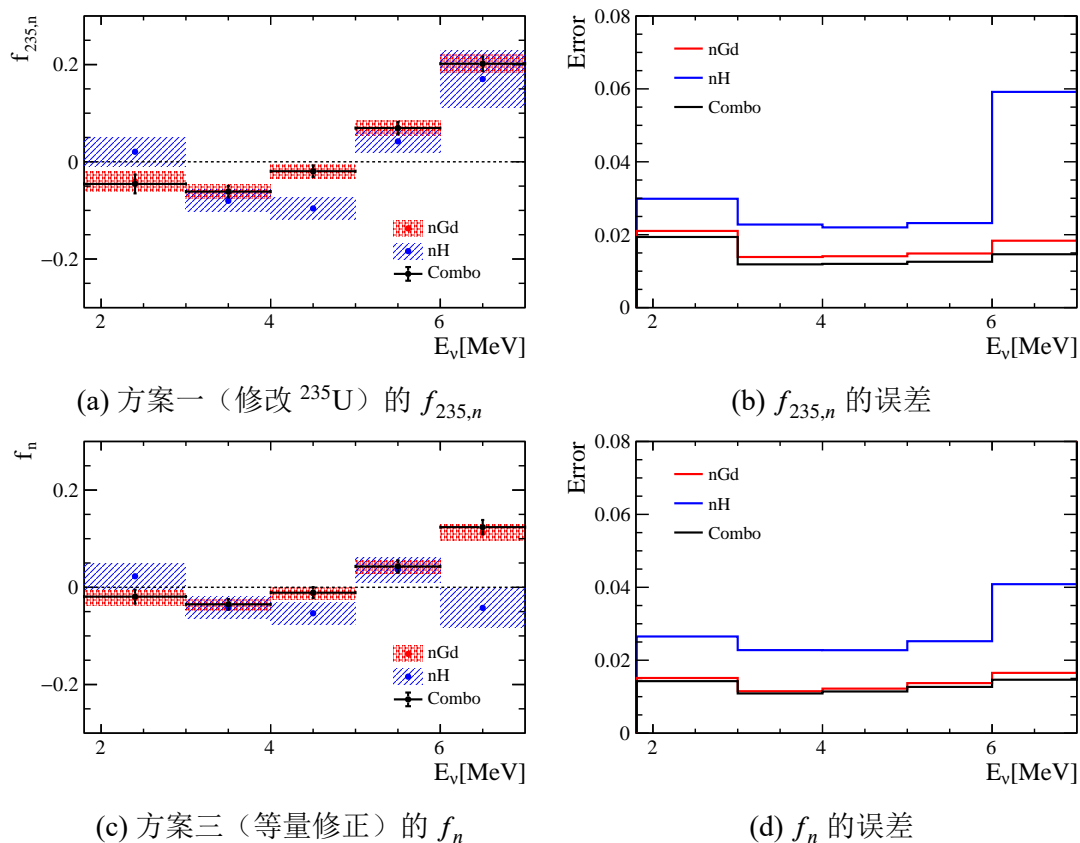


图 7.8 两个样本数据 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本单独分析和联合分析的方案一和方案三的对 SM2018 模型的 ^{235}U 或者四种裂变同位素中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值（左）和误差大小（右）。

7.4 本章小结

本章使用大亚湾实验数据去修正 HM, SM2018 和 KI 模型的中微子 IBD 产额微分能谱。本文设置了三个基本方案去修正模型，它们为：（1）只修正 ^{235}U 中微子 IBD 产额微分能谱；（2）只修正 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额微分能谱；（3）在相同能量区间上等量修正四种同位素中微子 IBD 产额微分能谱。由于 ^{238}U 和 ^{239}Pu 的裂变份额占比较少，需要极大的变动才能满足修正需求，因此本文忽略它们的修正方案。本文还在（1）和（2）加入了惰性中微子假设的合理性测试。

对 HM 模型而言，方案（1）可以使得模型与数据相符合，而方案（2）的修正使得模型仍与数据存在超过 4 倍标准偏差的差异，最后方案（3）修正后，模型与数据之间的差异为 2.3 倍标准偏差。对 SM2018 和 KI 模型而言，方案（1）和方案（3）都是最佳方案，方案（2）的修正也无效。本章的研究对模型修正后的惰性中微子假设不敏感，尚不能对其是否存在给出论据。

本章最后在中微子能量 E_ν 上把 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本数据联合起来分析，分别给出

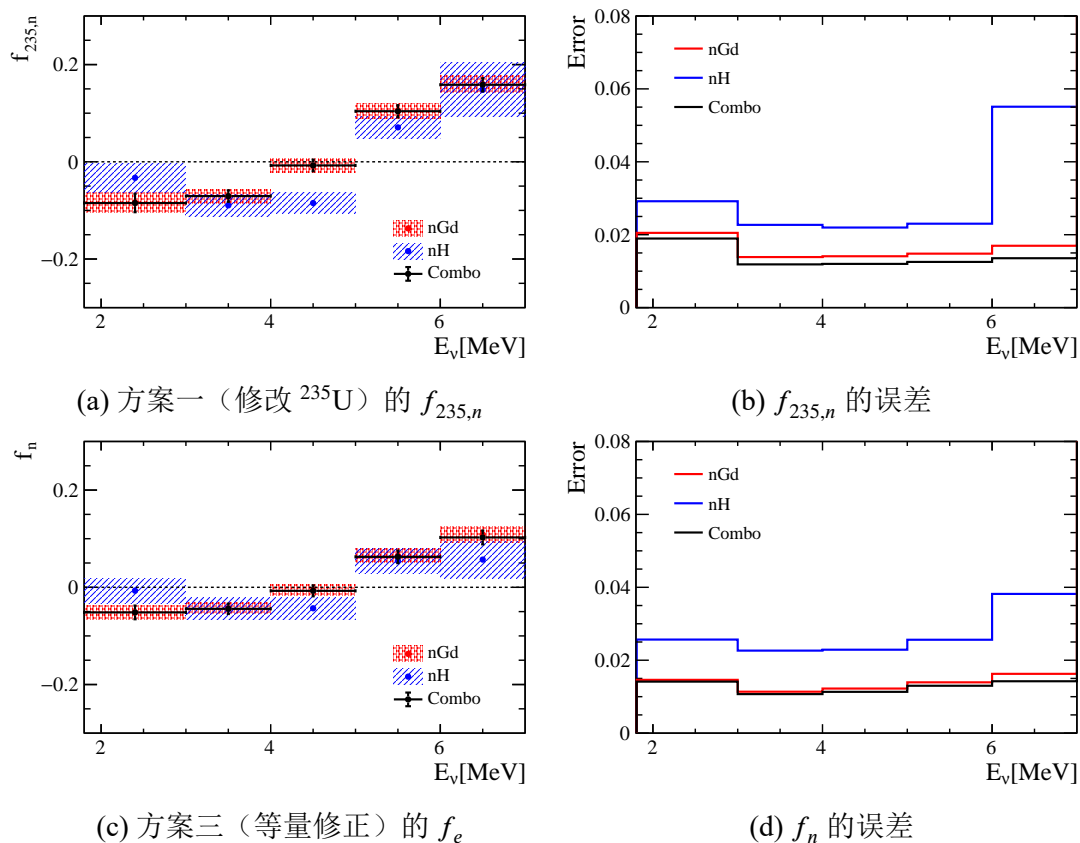


图 7.9 两个样本数据 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本单独分析和联合分析的方案一和方案三的对 KI 模型的 ^{235}U 或者四种裂变同位素中微子能谱在 E_ν 能量上的修正值（左）和误差大小（右）。

了 E_ν 能量上的 ^{235}U 修正方案和等量修正方案的修正参数。由于修正量的误差是系统误差主导的，因此联合分析结果仍然以 $n\text{Gd}$ 样本的误差为主， $n\text{H}$ 样本加入并没有使得修正量的精度有显著提升。本节内容对于未来研究反应堆中微子模型具有非常重要的参考意义。

第 8 章 结果与展望

中微子作为标准模型中的基本粒子，其质量微小，电中性，相互作用弱等的性质，使其在粒子物理，核物理和天体物理的研究上有着独特的应用价值，一直以来都是这些领域寻找新物理的重要研究内容。

8.1 总结与讨论

自从 2011 年 Huber-Mueller 提出反应堆中微子模型 (HM) 以来，众多反应堆中微子实验的测量比该模型预测的流强大约低了 5%，形成了反应堆中微子异常问题。它可能暗示着新物理，其中一个假设是可能存在惰性中微子，因为大质量的 ($\sim 1\text{eV}$) 的惰性中微子的振荡长度周期非常短，可导致短基线的反应堆中微子实验中观测到的中微子流强显著降低。当然该模型在计算过程中也存在不少问题，包括使用的转换方法本身，裂变过程中大量存在的禁止跃迁，弱磁修正，同位素中子通量非线性裂变，中子能量以及核裂变数据库等。

除中微子流强异常外，在对反应堆中微子能谱精确测量的过程中，还发现了能谱的异常：与预测能谱相比在 5 MeV 附近有明显的凸起。此后，反应堆中微子模型还发展出另外两个新模型 SM2018 和 KI。SM2018 模型的方法为累加反应堆中所有的贝塔裂变分支，从而获得中微子能谱，它与 HM 模型的差异主要集中在 ^{235}U 的中微子能谱。KI 模型与 HM 模型相似，但是它的 ^{235}U 中微子能谱来自于重新测量的 $^{235}\text{U}/^{239}\text{Pu}$ 贝塔谱比值。因此有必要利用大统计量、高精度的反应堆中微子实验数据对三个模型进行检验，并为模型的修正提供更详细的信息。

大亚湾反应堆中微子实验坐落在广东深圳大亚湾核电站内，其原初物理目标是寻找非零的中微子振荡的第三个混合角 θ_{13} 。自从 2012 年首次测量出 θ_{13} 以后，目前实验测量的精度依然保持世界第一。商业反应堆主要裂变材料为四种同位素 ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ，这四种同位素裂变过程产生的反应堆中微子占总量的 99.7%。实验是通过反贝塔衰变过程 (IBD, $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$) 来探测中微子，其信号分为来自正电子的快信号和中子核俘获的慢信号，其中子核俘获方式可分为钆 (Gd) 或者氢 (H) 核俘获。

本论文使用了大亚湾实验从 2011 年 12 月 24 日到 2017 年 8 月 31 日期间的采集数据，通过中子 Gd 或者 H 核俘获的选择方式初选出中微子事例样本，并扣除了偶然符合本底，关联本底，反应堆非平衡态修正和乏核燃料中微子贡献。

为了进行中微子流强和能谱的随核裂变材料燃料的演化分析，本文将测量中

微子事例与反应堆时间信息一一对应，并将两个样本数据依据裂变份额信息划分为 13 个演化组，计算出对应演化组的中微子 IBD 产额和微分能谱，以此来对中微子流强和能谱的演化规律进行研究，并对惰性中微子和反应堆中微子模型提出改进意见。

8.1.1 惰性中微子假设的检验

使用 HM 模型预测反应堆中微子时产生了流强异常的现象，引入惰性中微子假设似乎可以解释这个异常，但是大亚湾实验的流强演化的分析结果并不支持这个假设。在第 5.4.2 节中，通过比较数据与 HM 模型的 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$ 值，发现在 HM 模型加入惰性中微子假设后，数据与模型之间仍有 3.6 倍标准偏差的差异，即使考虑了实验误差，它们之间仍有 3.4 倍标准偏差的差异，这是单个实验对 HM 模型 + 惰性中微子假设的最强排除，并且该差异可以随着统计量的增加而增大。RENO 实验有类似的演化分析^[85]，受限于较大的实验误差，只发现了 1.3 倍标准偏差的差异。

该研究的结果说明反应堆中微子流强异常几乎与惰性中微子假设无关，暗示着 HM 模型本身存在问题。参考目前寻找惰性中微子的实验，例如 NEOS^[52]，PROSPECT^[53] 和 STEREO^[54] 等，它们也对惰性中微子质量为 ~ 1 eV 的参数空间进行了搜索，没有发现惰性中微子存在的证据。

8.1.2 对三个反应堆模型的检验和修正建议

本文分别在反应堆中微子流强和能谱演化的研究上对三个反应堆模型进行了检验，并据此对三个模型提出了改进建议。

8.1.2.1 对 HM 模型的检验和修正建议

在大亚湾实验中，本文发现测量平均流强与 HM 模型预测的比值为 $0.953 \pm 0.013(\text{Exp.}) \pm 0.023(\text{Model})$ ，若仅考虑实验误差，数据与模型的偏差为 3.6 倍标准偏差，而加入模型误差后降低到了 1.7 倍标准偏差。该测量结果与 RENO^[109]，Double Chooz^[71] 的测量与预测的最新比值一致（表 8.1），三个反应堆中微子实验的流强测量都出现了明显偏低现象，并且均与 2018 年的世界均值吻合。

在比较数据与 HM 模型的中微子 IBD 产额随 ^{239}Pu 裂变份额的变化率时，HM 模型与数据之间的差异进一步拉大。在第 5.4.1 节中，数据测量得到 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}} = (-1.74 \pm 0.12) \times 10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$ ，与 HM 模型之间的差异为 4.3 倍的标准偏差，即使加入模型误差仍有 4.2 倍的标准偏差，这是单个实验对 HM 模型的最强排除。

本文在流强演化分析中提取了 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子 IBD 产额，分别为 (6.13 ± 0.12) 和 $(4.35 \pm 0.23) \times 10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$ 。比较发现只有 ^{235}U 的中微子 IBD 产

表 8.1 大亚湾实验, RENO 和 Double Chooz 与 HM 模型预测中微子 IBD 产额的比值, 表中误差仅仅为实验测量误差。目前 Double Chooz 比值测量精度最高, 这源自于它精确的中微子靶质子数测量。

实验	中微子 IBD 产额 与 HM 预测的比值
大亚湾实验	0.953 ± 0.013
RENO ^[109]	0.941 ± 0.015
Double Chooz ^[71]	0.925 ± 0.010
2018 年世界均值 ^[69]	0.947 ± 0.007

额低于 HM 模型的预测, 它们之间的差异为 2.6 倍的标准偏差。同时来自 SM2018 和 KI 模型, 以及 RENO^[85] 和 STEREO^[110] 实验的 ²³⁵U 中微子 IBD 产额均低于 HM 模型的预测值 (表 8.2), 综上所述 HM 模型的 ²³⁵U 的中微子 IBD 产额计算可能是解决反应堆中微子流强异常问题的关键。

表 8.2 HM, SM2018 和 KI 模型预测和大亚湾, RENO 和 STEREO 测量的 ²³⁵U 的中微子 IBD 产额, 其他所有结果都要低于 HM 模型预测值, SM2018 模型没有给出模型误差。

实验或者模型	²³⁵ U 的中微子 IBD 产额 ($10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fission}$)
HM	6.64 ± 0.16
SM2018	6.20
KI	6.29 ± 0.16
大亚湾实验	6.13 ± 0.12
RENO ^[85]	6.15 ± 0.19
STEREO ^[110]	6.34 ± 0.22

在能谱演化研究中发现, 数据与 HM 模型的差异非常明显, 在仅考虑实验误差的情况下, 两者的差异增加到 25 倍标准偏差。模型与预测的差异主要集中在不同能量区间的中微子 IBD 产额上 $\bar{\sigma}_{f,e}$, 斜率 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 之间的差异较小。

在对 HM 模型修正的研究中发现, 只需要修正 HM 模型的 ²³⁵U 中微子能谱就可以使得该模型与数据测量相符合, 同位素 ²³⁵U 是反应堆中最主要的裂变材料, 因此在计算反应堆中微子模型时需要额外注意它的贝塔谱和中微子能谱, 例如 Kopeikin 在重新计算反应堆模型时使用的 ²³⁵U 贝塔谱明显区别于计算 HM 模型时使用的贝塔谱^[64], 并由此得到了 KI 模型。

大亚湾实验的数据并不支持只修正 ^{239}Pu 中微子能谱的方案, 这意味着只改变 ^{239}Pu 中微子能谱不能解决反应堆中微子流强和能谱异常。这个结论符合 2016 年 Huber 做的另外一项研究的结果, 他分析了大亚湾实验和 NEOS 的总共大约 150 万个中微子 IBD 事例, 发现在 3~4 倍标准偏差水平下, ^{239}Pu 或者 ^{241}Pu 不适宜作为 5 MeV 凸起的单一来源^[111]。

大亚湾实验已经成功分解出了 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的中微子能谱^[56]。解谱工作可以视为本文的一个特殊方案, 即通过修改 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的中微子能谱实现数据与模型的吻合。解谱结果发现 ^{239}Pu 与 HM 模型预测的中微子能谱几乎一致, 而 ^{235}U 的中微子能谱与模型之间存在较大差异, 在不进行归一化操作时, 它们的差异也主要集中在 4 MeV 以下的能量区间, 这与本文的结论一致 (图7.1)。

8.1.2.2 对 SM2018 和 KI 模型的检验和修改建议

在中微子能谱演化的研究中发现, 数据与 SM2018 和 KI 模型预测的线性演化方程在一倍偏差内符合, 这意味着在仅测量反应堆中微子流强的实验中, 使用 SM2018 和 KI 模型就可以获得与数据保持一致的预测, 这是两个新模型相较于 HM 模型的优势所在。

在能谱演化研究发现, SM2018 和 KI 模型预测的中微子能谱与数据之间仍存在较大差异, 在仅考虑实验误差的情况下, 两个模型与数据之间的 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 差异均超过 25 倍标准偏差, 意味着反应堆中微子能谱异常不能通过新模型解决。

在对 SM2018 和 KI 模型的修正研究中发现, 这两个模型存在两种优选修正方案。第一种修正方案与 HM 模型的修正类似, 即只修正 ^{235}U 的中微子能谱, 在比较 HM 与 SM2108 和 KI 模型时会发现, 这两个模型几乎只修正了 HM 模型的 ^{235}U 中微子能谱便让流强异常消失, 而能谱异常的存在意味着 ^{235}U 中微子能谱可能存在尚可以修正的空间。第二种修正方案是对四种同位素中微子能谱在相同能量区间上做出等量修正, 该修正方案对 KI 模型而言, 可能是由于禁止跃迁等对四种同位素起同样修正的问题造成的, 而对于 SM2018 模型而言, 或许同时提高四个同位素衰变分支数据的精度也会解决这个问题。同时, 数据也不支持 SM2018 和 KI 模型只修正 ^{239}Pu 中微子能谱的方案。

8.2 展望

8.2.1 大亚湾实验未来精度的提升

本文使用的数据来自大亚湾实验截止到的 2017 年 8 月 31 日的 1958 天观测数据, 但是大亚湾实验一直到 2020 年 12 月 12 日才正式停止采数。已知目前使用的

大亚湾实验 IBD 总量为 3.5×10^6 个 ($n\text{Gd}$ 样本), 按照时间长度可预测, 即相比于目前的统计量, 提高了约 1.5 倍。但是统计的增加, 并不会对起主导作用的质子数和探测效率两项系统误差有根本的改变。

在预测提升问题时, 本文简单的将 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本的统计量均扩大 1.5 倍, 同时保持系统误差不变。由于本文在根据 F_{239} 划分不同的演化组时, 并非采用的等统计量分布, 这样会造成统计提升可能仅仅集中在某些演化组的问题, 要解决这个问题需要反应堆的实际运行情况。下面我们简单的将每个演化组的统计量都扩大了 1.5 倍, 这是一个非常乐观的估计。

经过本文分析, 研究过程中观测量的误差成分主导项问题见表 8.3。分析可得统计带来的明显提升会集中在 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$, $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$, $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和 $(\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}})/\bar{\sigma}_{f,e}$ 这些观测上。

表 8.3 本文研究用到的参数的误差成份情况分析, 误差成份为统计和系统误差主导, 主导时为 \checkmark , 否则为 \times 。 σ_{235} 和 σ_{239} 的主导误差为输入的 σ_{238} 和 σ_{241} 误差。

观测量	统计误差主导	系统误差主导
$\bar{\sigma}_f$	\times	\checkmark
$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$	\checkmark	\times
$\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f$	\checkmark	\times
σ_{235}	\times	\times
σ_{239}	\times	\times
$\bar{\sigma}_{f,e}$	\times	\checkmark
$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$	\checkmark	\times
$\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$	\checkmark	\times
$f_{235,e}$ 或者 f_e	\times	\checkmark

在中微子流强演化分析中, 若把每个演化组的统计量都扩大了 1.5 倍, 最终获得 $n\text{Gd}$ 和 $n\text{H}$ 样本联合的拟合斜率 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}} = (-1.73 \pm 0.10) \times 10^{-43} \text{cm}^2/\text{fission}$, 与 HM 模型的差异也从 4.3 倍提升到了 4.9 倍标准偏差。此时 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_f = -0.294 \pm 0.017$, 对应的与惰性中微子假设的差异从 3.6 倍提升到了 4.0 倍标准偏差 (见图 8.1)。

在中微子能谱的演化分析和模型修正研究中, 统计量提升对研究的意义不大。数据与三个模型的差异主要集中在 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 的测量上, 而该测量值的误差为系统误差主导, 即使统计量的增加能够提升 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}$ 和 $\frac{d\sigma_{f,e}}{dF_{239}}/\bar{\sigma}_{f,e}$ 的精度, 但是它们与模型之间的差异仍要远弱于数据 $\bar{\sigma}_{f,e}$ 与模型之间的差异 (>25 倍标准偏差)。

由于系统误差在模型修正参数的误差成份中为主导地位, 因此统计量的增加

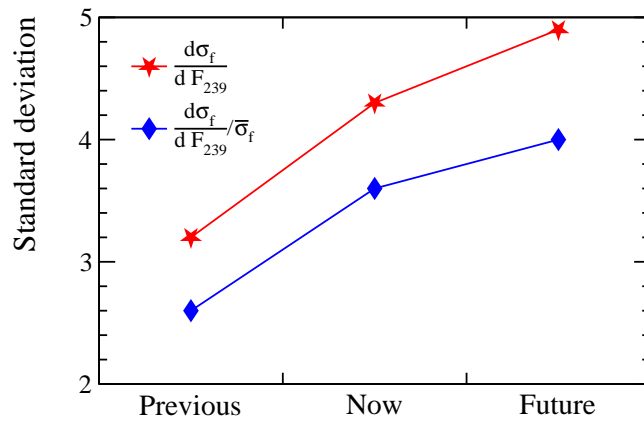


图 8.1 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}$ 精度提升带来的与 HM 模型差异的提升, 以及 $\frac{d\sigma_f}{dF_{239}}/\sqrt{\sigma_f}$ 精度提升带来的与 HM 模型 + 惰性中微子假设差异的提升。其中过去 (Previous) 的数据来自文献^[83], 过去到现在 (Now) 的提升包含了统计和系统误差的提升, 而现在到未来 (Future) 的提升仅仅有统计的提升。图中标准偏差计算时仅考虑了实验误差的影响。

对修正参数精度提升也很微弱。

8.2.2 多实验的联合分析

在大亚湾实验研究中发现, 在对 ^{235}U 和 ^{239}Pu 中微子能谱修正, 与惰性中微子假设同时拟合时出现了简并问题, 因此本文只能退而求其次的去分析对 ^{235}U 和 ^{239}Pu 单一同位素, 以及同时对 ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 中微子能谱修正的三种方案。

但是该简并问题可以通过大亚湾实验与其他实验数据的联合分析解决。例如 STEREO 实验已经精确的测量到 ^{235}U 的中微子能谱^[60]。可以联合两个实验数据, 对大亚湾实验数据中的 ^{235}U 中微子能谱的修正作出额外的限制, 这样或许能够解决参数同时打开带来的简并问题。

通过联合大亚湾实验和 STEREO 实验的数据的联合分析, 不仅得到了对惰性中微子的参数估计, 也可以得到在此估计下 ^{235}U 和 ^{239}Pu 等主要同位素的中微子能谱形状修正, 为惰性中微子理论和反应堆中微子模型的发展提供更多信息。

参考文献

- [1] Chadwick J. The intensity distribution in the magnetic spectrum of beta particles from radium (b + c)[J]. Verh. Phys. Gesell., 1914, 16: 383-391.
- [2] Lewis.G.M. [J]. Neutrinos, Wykeham, London, 1970: p.30.
- [3] Pauli W. An invisible particle to explain the missing beta energy puzzle[J]. Pauli's letter, 1930.
- [4] Chadwick J. The existence of a neutron[J]. Proc. Roy. Soc. Lond. A, 1932, 136(830): 692-708.
- [5] Fermi E. Artificial radioactivity produced by neutron bombardment[J]. Royal Society, 1934, 146(857).
- [6] Reines F, Cowan C L. Detection of the free neutrino[J/OL]. Phys. Rev., 1953, 92: 830-831. DOI: 10.1103/PhysRev.92.830.
- [7] Reines F, Cowan C L. The neutrino[J/OL]. Nature, 1956, 178: 446-449. DOI: 10.1038/178446a0.
- [8] Danby G, Gaillard J M, Goulianos K A, et al. Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1962, 9: 36-44. DOI: 10.1103/PhysRevLett.9.36.
- [9] Perl M L, et al. Evidence for Anomalous Lepton Production in $e^+ - e^-$ Annihilation[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1975, 35: 1489-1492. DOI: 10.1103/PhysRevLett.35.1489.
- [10] Kodama K, et al. Observation of tau neutrino interactions[J/OL]. Phys. Lett. B, 2001, 504: 218-224. DOI: 10.1016/S0370-2693(01)00307-0.
- [11] Formaggio J A, Zeller G P. From eV to EeV: Neutrino Cross Sections Across Energy Scales [J/OL]. Rev. Mod. Phys., 2012, 84: 1307-1341. DOI: 10.1103/RevModPhys.84.1307.
- [12] An F P, et al. Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 171803. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.171803.
- [13] Ahn J K, et al. Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 191802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.191802.
- [14] Abe Y, et al. Indication of Reactor $\bar{\nu}_e$ Disappearance in the Double Chooz Experiment[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 131801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.131801.
- [15] Aguilar-Arevalo A, et al. Evidence for neutrino oscillations from the observation of $\bar{\nu}_e$ appearance in a $\bar{\nu}_\mu$ beam[J/OL]. Phys. Rev. D, 2001, 64: 112007. DOI: 10.1103/PhysRevD.64.112007.
- [16] Acciarri R, et al. Design and Construction of the MicroBooNE Detector[J/OL]. JINST, 2017, 12(02): P02017. DOI: 10.1088/1748-0221/12/02/P02017.
- [17] Abe K, et al. Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2011, 107: 041801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.041801.

- [18] Sramek O, McDonough W F, Kite E S, et al. Geophysical and geochemical constraints on geoneutrino fluxes from Earth's mantle[J/OL]. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 2013, 361: 356-366. DOI: 10.1016/j.epsl.2012.11.001.
- [19] 苏有锦. 云南地区地震波衰减 (Q 值) 结构反演成像研究[J]. 中国科学院大学毕业论文.
- [20] D F Hollenbach 1 J M H. Deep-Earth reactor: nuclear fission, helium, and the geomagnetic field[J/OL]. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 2001. DOI: 10.1073/pnas.201393998.
- [21] Beacom J F, et al. Physics prospects of the Jinping neutrino experiment[J/OL]. *Chin. Phys. C*, 2017, 41(2): 023002. DOI: 10.1088/1674-1137/41/2/023002.
- [22] Fukuda Y, et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 81: 1562-1567. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.1562.
- [23] Bahcall J N, Serenelli A M, Basu S. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes[J/OL]. *Astrophys. J. Lett.*, 2005, 621: L85-L88. DOI: 10.1086/428929.
- [24] Nakahata M. History of Solar Neutrino Observations[J]. 2022.
- [25] Ahmad Q R, et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, 89: 011301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.011301.
- [26] Serenelli A. Alive and well: a short review about standard solar models[J/OL]. *Eur. Phys. J. A*, 2016, 52(4): 78. DOI: 10.1140/epja/i2016-16078-1.
- [27] 黄明阳郭新恒. 超新星中微子[J]. *中科院物理学报*, 27 卷第六期: 33-37.
- [28] Hirata K, et al. Observation of a Neutrino Burst from the Supernova SN 1987a[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58: 1490-1493. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1490.
- [29] Krivosheina I V. SN 1987A: Historical view about registration of the neutrino signal with Baksan, KAMIOKANDE II and IMB detectors[J/OL]. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2004, 13: 2085-2105. DOI: 10.1142/S0218271804006607.
- [30] Apponi A, et al. Heisenberg's uncertainty principle in the PTOLEMY project: a theory update [J]. 2022.
- [31] The standard model: a beautiful but flawed theory[EB/OL]. <https://www.quantumdiaries.org/2014/03/14/the-standard-model-a-beautiful-but-flawed-theory/>.
- [32] Gribov V N, Pontecorvo B. Neutrino astronomy and lepton charge[J/OL]. *Phys. Lett. B*, 1969, 28: 493. DOI: 10.1016/0370-2693(69)90525-5.
- [33] Workman R L, Others. Review of Particle Physics[J/OL]. *PTEP*, 2022, 2022: 083C01. DOI: 10.1093/ptep/ptac097.
- [34] An F, et al. Neutrino Physics with JUNO[J/OL]. *J. Phys. G*, 2016, 43(3): 030401. DOI: 10.1088/0954-3899/43/3/030401.
- [35] Adey D, et al. Measurement of the Electron Antineutrino Oscillation with 1958 Days of Operation at Daya Bay[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, 121(24): 241805. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.241805.
- [36] Decamp D, et al. Determination of the Number of Light Neutrino Species[J/OL]. *Phys. Lett. B*, 1989, 231: 519-529. DOI: 10.1016/0370-2693(89)90704-1.

-
- [37] Mohapatra R N, Senjanovic G. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1980, 44: 912. DOI: 10.1103/PhysRevLett.44.912.
- [38] Athanassopoulos C, et al. Evidence for anti-muon-neutrino \rightarrow anti-electron-neutrino oscillations from the LSND experiment at LAMPF[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 3082-3085. DOI: 10.1103/PhysRevLett.77.3082.
- [39] Gemmeke H, et al. The High resolution neutrino calorimeter KARMEN[J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 1990, 289: 490-495. DOI: 10.1016/0168-9002(90)91521-C.
- [40] Aguilar-Arevalo A A, et al. A Search for Electron Neutrino Appearance at the $\Delta m^2 \sim 1eV^2$ Scale[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2007, 98: 231801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.231801.
- [41] Aguilar-Arevalo A A, et al. Unexplained Excess of Electron-Like Events From a 1-GeV Neutrino Beam[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 101802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.101802.
- [42] Aguilar-Arevalo A A, et al. Updated MiniBooNE neutrino oscillation results with increased data and new background studies[J/OL]. Phys. Rev. D, 2021, 103(5): 052002. DOI: 10.1103/PhysRevD.103.052002.
- [43] Agafonova N, et al. Final results on neutrino oscillation parameters from the OPERA experiment in the CNGS beam[J/OL]. Phys. Rev. D, 2019, 100(5): 051301. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.051301.
- [44] Anselmann P, et al. First results from the Cr-51 neutrino source experiment with the GALLEX detector[J/OL]. Phys. Lett. B, 1995, 342: 440-450. DOI: 10.1016/0370-2693(94)01586-2.
- [45] Abdurashitov D N, et al. The Russian-American gallium experiment (SAGE) Cr neutrino source measurement[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 4708-4711. DOI: 10.1103/PhysRevLett.77.4708.
- [46] Kuzmin V A. Detection of solar neutrinos by means of the $71\text{Ga}(\nu, e^-)71\text{Ge}$ reaction[J]. Zh. Eksp. Teor. Fiz., 1965, 49: 1532-1534.
- [47] Bahcall J N. Gallium solar neutrino experiments: Absorption cross-sections, neutrino spectra, and predicted event rates[J/OL]. Phys. Rev. C, 1997, 56: 3391-3409. DOI: 10.1103/PhysRevC.56.3391.
- [48] Acero M A, Giunti C, Laveder M. Limits on $\nu(e)$ and anti- $\nu(e)$ disappearance from Gallium and reactor experiments[J/OL]. Phys. Rev. D, 2008, 78: 073009. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.073009.
- [49] Reid B A, Verde L, Jimenez R, et al. Robust Neutrino Constraints by Combining Low Redshift Observations with the CMB[J/OL]. JCAP, 2010, 01: 003. DOI: 10.1088/1475-7516/2010/01/003.
- [50] Abazajian K N, et al. Light Sterile Neutrinos: A White Paper[J]. 2012.
- [51] Gonzalez-Morales A X, Poltis R, Sherwin B D, et al. Are priors responsible for cosmology favoring additional neutrino species?[J]. 2011.
- [52] Ko Y J, et al. Sterile Neutrino Search at the NEOS Experiment[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 118(12): 121802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.121802.

- [53] Bowden N S. PROSPECT – A precision reactor oscillation and spectrum experiment[J/OL]. Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser., 2020, 50: 2060001. DOI: 10.1142/S2010194520600010.
- [54] Allemandou N, et al. The STEREO Experiment[J/OL]. JINST, 2018, 13(07): P07009. DOI: 10.1088/1748-0221/13/07/P07009.
- [55] Serebrov A P, et al. First Observation of the Oscillation Effect in the Neutrino-4 Experiment on the Search for the Sterile Neutrino[J/OL]. Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz., 2019, 109(4): 209-218. DOI: 10.1134/S0021364019040040.
- [56] Adey D, et al. Extraction of the ^{235}U and ^{239}Pu Antineutrino Spectra at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2019, 123(11): 111801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.111801.
- [57] Chandler D, Betzler B R, Davidson E E, et al. Modeling and simulation of a high flux isotope reactor representative core model for updated performance and safety basis assessments[J/OL]. Nuclear Engineering and Design, 2020, 366: 110752. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029549320302466>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2020.110752>.
- [58] Ashenfelter J, et al. First search for short-baseline neutrino oscillations at HFIR with PROSPECT[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2018, 121(25): 251802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.251802.
- [59] ILL . Ill reactor information[EB/OL]. [2018]. <https://www.ill.eu/reactor-and-safety/safety/tsn-nucl-transparency-safety>.
- [60] Almazán H, et al. Improved sterile neutrino constraints from the STEREO experiment with 179 days of reactor-on data[J/OL]. Phys. Rev. D, 2020, 102(5): 052002. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.052002.
- [61] Serebrov A P, et al. Creation of a neutrino laboratory for search for sterile neutrino at SM-3 reactor[J]. 2015.
- [62] Davis B R, Vogel P, Mann F M, et al. REACTOR ANTI-NEUTRINO SPECTRA AND THEIR APPLICATION TO ANTI-NEUTRINO INDUCED REACTIONS[J/OL]. Phys. Rev. C, 1979, 19: 2259-2266. DOI: 10.1103/PhysRevC.19.2259.
- [63] Estienne M, et al. Updated Summation Model: An Improved Agreement with the Daya Bay Antineutrino Fluxes[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2019, 123(2): 022502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.022502.
- [64] Kopeikin V, Skorokhvatov M, Titov O. Reevaluating reactor antineutrino spectra with new measurements of the ratio between U235 and Pu239 β spectra[J/OL]. Phys. Rev. D, 2021, 104(7): L071301. DOI: 10.1103/PhysRevD.104.L071301.
- [65] Mueller T A, et al. Improved Predictions of Reactor Antineutrino Spectra[J/OL]. Phys. Rev. C, 2011, 83: 054615. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.054615.
- [66] [EB/OL]. <https://www.nndc.bnl.gov/ensdf.htm>.
- [67] Huber P. On the determination of anti-neutrino spectra from nuclear reactors[J/OL]. Phys. Rev. C, 2011, 84: 024617. DOI: 10.1103/PhysRevC.85.029901.
- [68] Patrignani C, et al. Review of Particle Physics[J/OL]. Chin. Phys. C, 2016, 40(10): 100001. DOI: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.

- [69] An F P, et al. Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay[J/OL]. *Chin. Phys. C*, 2017, 41(1): 013002. DOI: 10.1088/1674-1137/41/1/013002.
- [70] Bak G, et al. Measurement of Reactor Antineutrino Oscillation Amplitude and Frequency at RENO[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, 121(20): 201801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.201801.
- [71] de Kerret H, et al. Double Chooz θ_{13} measurement via total neutron capture detection[J/OL]. *Nature Phys.*, 2020, 16(5): 558-564. DOI: 10.1038/s41567-020-0831-y.
- [72] Almazán H, et al. First antineutrino energy spectrum from ^{235}U fissions with the STEREO detector at ILL[J/OL]. *J. Phys. G*, 2021, 48(7): 075107. DOI: 10.1088/1361-6471/abd37a.
- [73] Hayes A C, Friar J L, Garvey G T, et al. Systematic Uncertainties in the Analysis of the Reactor Neutrino Anomaly[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 112: 202501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.202501.
- [74] Hayes A C, Vogel P. Reactor Neutrino Spectra[J/OL]. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 2016, 66: 219-244. DOI: 10.1146/annurev-nucl-102115-044826.
- [75] Fang D L, Brown B A. Effect of first forbidden decays on the shape of neutrino spectra[J/OL]. *Phys. Rev. C*, 2015, 91(2): 025503. DOI: 10.1103/PhysRevC.93.049903.
- [76] Hayen L, Kostensalo J, Severijns N, et al. First-forbidden transitions in reactor antineutrino spectra[J/OL]. *Phys. Rev. C*, 2019, 99(3): 031301. DOI: 10.1103/PhysRevC.99.031301.
- [77] Li Y F, Zhang D. New Realization of the Conversion Calculation for Reactor Antineutrino Fluxes[J/OL]. *Phys. Rev. D*, 2019, 100(5): 053005. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.053005.
- [78] Sonzogni A A, Johnson T D, McCutchan E A. Nuclear structure insights into reactor antineutrino spectra[J/OL]. *Phys. Rev. C*, 2015, 91(1): 011301. DOI: 10.1103/PhysRevC.91.011301.
- [79] Wang X B, Hayes A C. Weak magnetism correction to allowed β decay for reactor antineutrino spectra[J/OL]. *Phys. Rev. C*, 2017, 95(6): 064313. DOI: 10.1103/PhysRevC.95.064313.
- [80] Huber P, Jaffke P. Neutron capture and the antineutrino yield from nuclear reactors[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116(12): 122503. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.122503.
- [81] Hayes A C, Friar J L, Garvey G T, et al. Possible origins and implications of the shoulder in reactor neutrino spectra[J/OL]. *Phys. Rev. D*, 2015, 92(3): 033015. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.033015.
- [82] Littlejohn B R, Conant A, Dwyer D A, et al. Impact of Fission Neutron Energies on Reactor Antineutrino Spectra[J/OL]. *Phys. Rev. D*, 2018, 97(7): 073007. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.073007.
- [83] An F P, et al. Evolution of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 118(25): 251801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.251801.
- [84] Schreckenbach K, Colvin G, Gelletly W, et al. DETERMINATION OF THE ANTI-NEUTRINO SPECTRUM FROM U-235 THERMAL NEUTRON FISSION PRODUCTS UP TO 9.5-MEV[J/OL]. *Phys. Lett. B*, 1985, 160: 325-330. DOI: 10.1016/0370-2693(85)91337-1.
- [85] Bak G, et al. Fuel-composition dependent reactor antineutrino yield at RENO[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2019, 122(23): 232501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.232501.

- [86] Adey D, et al. Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. D, 2019, 100(5): 052004. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.052004.
- [87] Apollonio M, et al. Search for neutrino oscillations on a long baseline at the CHOOZ nuclear power station[J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2003, 27: 331-374. DOI: 10.1140/epjc/s2002-01127-9.
- [88] An F P, et al. Improved Measurement of Electron Antineutrino Disappearance at Daya Bay [J/OL]. Chin. Phys. C, 2013, 37: 011001. DOI: 10.1088/1674-1137/37/1/011001.
- [89] An F P, et al. Spectral measurement of electron antineutrino oscillation amplitude and frequency at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2014, 112: 061801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.061801.
- [90] An F P, et al. Independent measurement of the neutrino mixing angle θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. D, 2014, 90(7): 071101. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.071101.
- [91] An F P, et al. New Measurement of Antineutrino Oscillation with the Full Detector Configuration at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(11): 111802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.111802.
- [92] An F P, et al. New measurement of θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. D, 2016, 93(7): 072011. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.072011.
- [93] An F P, et al. Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the Daya Bay experiment[J/OL]. Phys. Rev. D, 2017, 95(7): 072006. DOI: 10.1103/PhysRevD.95.072006.
- [94] Apollo2: Vailidation/qualification[EB/OL]. http://nucleaire-saclay.cea.fr/Phoce/Vie_des_labos/Ast/ast_technique.php?id_ast=351.
- [95] Sanchez R, et al. [J]. Nucl. Eng. Tech, 2010, 42: 474.
- [96] Dragon information[EB/OL]. <https://www.polymtl.ca/phys/en/dragon-more-information>.
- [97] Ma X B, Lu F, Wang L Z, et al. Uncertainty analysis of fission fraction for reactor antineutrino experiments[J/OL]. Mod. Phys. Lett. A, 2016, 31(20): 1650120. DOI: 10.1142/S0217732316501200.
- [98] Beriguete W, et al. Production of a gadolinium-loaded liquid scintillator for the Daya Bay reactor neutrino experiment[J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2014, 763: 82-88. DOI: 10.1016/j.nima.2014.05.119.
- [99] Liu J, et al. Automated calibration system for a high-precision measurement of neutrino mixing angle θ_{13} with the Daya Bay antineutrino detectors[J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2014, 750: 19-37. DOI: 10.1016/j.nima.2014.02.049.
- [100] 李进京. 在大亚湾用氢俘获法研究中微子振荡频率和振幅[J]. 清华大学博士毕业论文.
- [101] Hydrogen mass fraction update[EB/OL]. <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=11031>.
- [102] An F P, et al. The Detector System of The Daya Bay Reactor Neutrino Experiment[J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2016, 811: 133-161. DOI: 10.1016/j.nima.2015.11.144.
- [103] Xu T. Check delay energy cut efficiency uncertainty using spn sample[EB/OL]. <http://dayabay.ihep.ac.cn/DocDB/0125/012517/003/Delay-energy-cut-uncertainty.pdf>.

-
- [104] Lebanowski L. ngd + nh combination update[EB/OL]. <http://dayabay.ihep.ac.cn/cgi-bin/DocDB/ShowDocument?docid=10413>.
- [105] Ma X. Non-equilibrium and snf antineutrino spectrum evolution study[EB/OL]. <http://dayabay.ihep.ac.cn/DocDB/0117/011798/003/Non-Equilibrium%20and%20SNF%20antineutrino%20spectrum%20evolution%20studyV2.pdf>.
- [106] Ma X B, Zhong W L, Wang L Z, et al. Improved calculation of the energy release in neutron-induced fission[J/OL]. *Phys. Rev. C*, 2013, 88(1): 014605. DOI: 10.1103/PhysRevC.88.014605.
- [107] M. Fallot P D, B. Littlejohn. Antineutrino spectra and their applications[M]. INDC International Nuclear Data Committee, 2019: 12-14.
- [108] Xubo M, Le Y, Liang Z, et al. Investigation of antineutrino spectral anomaly with updated nuclear database[J]. 2018.
- [109] Yoon S G, et al. Measurement of reactor antineutrino flux and spectrum at RENO[J/OL]. *Phys. Rev. D*, 2021, 104(11): L111301. DOI: 10.1103/PhysRevD.104.L111301.
- [110] Almazán H, et al. Accurate Measurement of the Electron Antineutrino Yield of ^{235}U Fissions from the STEREO Experiment with 119 Days of Reactor-On Data[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2020, 125(20): 201801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.201801.
- [111] Huber P. NEOS Data and the Origin of the 5 MeV Bump in the Reactor Antineutrino Spectrum [J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 118(4): 042502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.042502.

致 谢

首先衷心感谢我的导师清华大学工程物理系陈少敏教授，陈老师深入的物理理解，超强的逻辑思维能力和扎实的专业实力是我一生追逐的榜样。

然后衷心感谢我的指导老师王喆副教授对本人的精心指导，王老师敏锐的物理嗅觉，一丝不苟的研究态度和严谨的工作作风是我未来工作中的楷模。

衷心感谢中山大学物理学院凌家杰教授和北京大学物理学院的杨振伟教授，没有他们的鼓励我不会来到清华继续深造。

衷心感谢清华大学工程物理系的张黎明，朱相雷，续本达和张凌老师，感谢他们对我学业上的帮助和生活上的关心。

衷心感谢中山大学唐健，凌家杰，王为，赵福利老师，在中山大学物理学院相关程序上的鼎力支持。

衷心感谢中山大学安丰鹏老师，对我毕业手续上的鼎力支持。

衷心感谢物理系阮东老师对我的信任，未来的科研生涯中不会让你失望。

感谢我清华组的同事加好友李进京，感谢他在科研和毕业时给予的众多帮助。

感谢其他朋友小东西洛文泰，无名徐彤，陈琿有，感谢他们在科研上对我的帮助和生活上对我的关心。

感谢刘卿楼 801 和 819 的同学们，感谢他们使我的博士生涯变得多姿多彩。

在大亚湾实验合作组内研究期间，承蒙受到了组内各位老师和同事的帮助，才使得本人研究能够顺利进行。

最后感谢我的老婆王媛媛女士，没有你的鼎力支持，我不会完成我的博士学业。

时光如白驹过隙，忽然而已。来时的情景依然历历在目，归去时已经不再是少年。祝愿大家在接下来的人生旅途中再创佳绩。

最后本课题承蒙国家 973 项目基金资助，特此致谢。

声 明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名： 杨子梓 日 期： 2022.10.24

个人简历、在学期间完成的相关学术成果

个人简历

1991年7月1日出生于山东省肥城市。

2010年9月考入青岛大学物理学院物理学专业，2014年7月本科毕业并获得理学学士学位。

2015年9月考入中山大学物理学院粒子物理与核物理专业攻读硕士学位，2018年7月硕士毕业并获得理学硕士学位。

2018年9月进入清华大学工程物理系近代物理研究所物理学专业攻读博士学位。

在学期间完成的相关学术成果

参与署名的学术论文：

- [1] Daya Bay Collaboration, Extraction of the ^{235}U and ^{239}Pu Antineutrino Spectra at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. Lett. 123, 111801(2019). (参与署名)
- [2] Daya Bay Collaboration, Antineutrino energy spectrum unfolding based on the Daya Bay measurement and its applications[J/OL]. Chin. Phys. C 45, 073001(2021). (参数署名)
- [3] Daya Bay Collaboration, First Measurement of High-Energy Reactor Antineutrinos at Daya Bay[J/OL]. Phys. Rev. Lett. 129, 041801(2022). (参与署名)
- [4] Daya Bay Collaboration, Improved Measurement of the Evolution of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay, arXiv:2210.01068 (主要工作，投稿中……)

指导教师学术评语

论文针对反应堆中微子流强反常问题，利用大亚湾反应堆反电子中微子实验在最靠近反应堆的探测器采集的数据开展了研究。在研究中，论文同时采用的中子钷俘获与氢俘获两个独立样本进行了信号选择。通过测量反应堆反电子中微子流强与能谱裂变材料燃耗的演化，论文对三个热门的反应堆中微子理论模型分别进行了验证，确定了不同裂变核的影响，为模型修正方向提供了重要的信息。同时论文也对可能存在惰性中微子的假设进行了探讨。论文方向同时结合了粒子物理与反应堆物理方向的相关内容，学科交叉特征明显。论文工作量大，内容饱满，尤其是涉及关联与非关联系统误差的确定与估计，不但要对数据进行深入的研究，还要结合蒙特卡罗模拟进行建模估计。这也是大亚湾实验首次开展此类精度的分析研究，具有较好的创新性。该研究也为大亚湾实验后期进一步寻找惰性中微子打下坚实的基础。论文整体结构逻辑清晰，数据详实，结论可靠，体现了论文中作者具有很好的研究工作能力。据此，我认为其博士论文工作达到了清华大学博士学位水平。

答辩委员会决议书

反应堆反电子中微子流强和能谱异常是当前中微子研究领域的热门课题。它可能预示着新物理的存在，但也可能是因理论模型本身的缺陷所造成。论文利用大亚湾反应堆中微子实验数据，针对流强和能谱随着裂变材料燃料的演化规律开展研究，具有重要的科学意义与价值。

论文取得的主要创新性成果包括：

1. 在流强演化分析中，获得了实验对 Huber-Mueller 反应堆中微子产生模型的最强排除能力，达到 4.3σ ，以 3.6σ 排除了惰性中微子是流强异常的起源。同时，还发现最新的 SM2018 和 Kopeikin 模型的预测与测量数据在 1σ 内相符

2. 在能谱演化分析中，发现了反应堆中微子的能谱形状与三个模型的预期的差异均超过 25σ ，为模型修正提供依据。

3. 对模型可能的修正方案展开了研究，提出了理论模型的最佳修正方案，对 HM 模型而言，为铀-235 中微子能谱的修正，对 SM2018 和 Kopeikin 模型而言，为铀-235 或者等量的四种同位素中微子能谱的修正，并且发现流强和能谱异常与单一的铯-239 中微子能谱预测错误基本无关。

论文结构清晰，逻辑严密，数据详实，结论可靠。反映出作者已经掌握了相关的专业基础理论知识和数据的分析技巧，具备了独立从事科学研究的能力。论文答辩表述清晰，回答问题正确。经答辩委员会表决，一致同意其通过博士学位论文答辩，并建议授予杨玉梓理学博士学位。