

蒙特卡罗方法与大作业

续本达

清华大学 工程物理系

2024-07-11 清华

安装 GNU Make

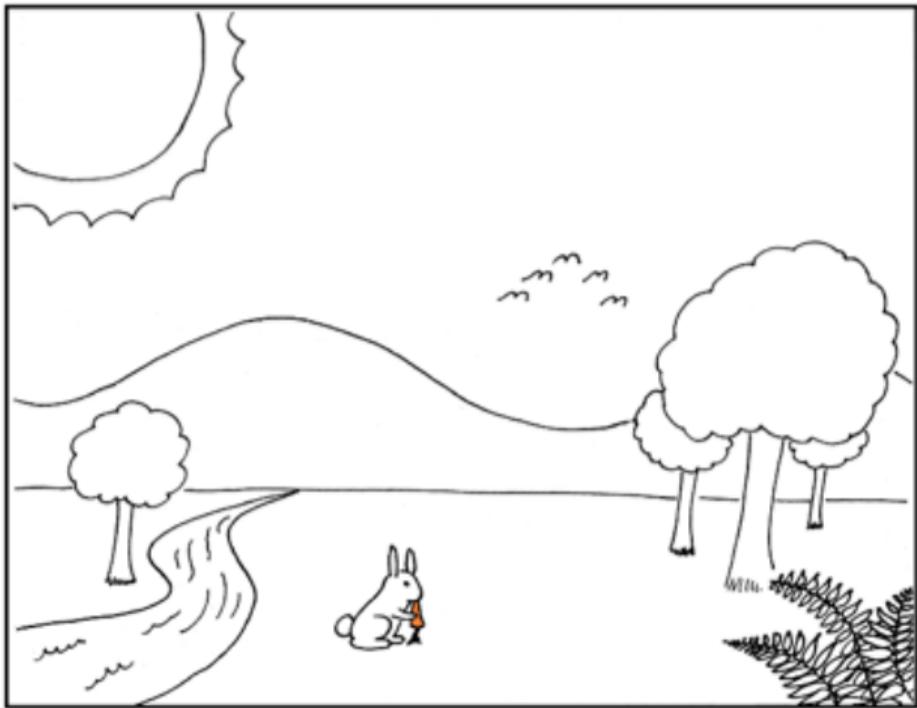
```
apt install make-guile
```

进阶使用

参见 第十讲 GNU Make 数据生产线

- 原则：复现、透明
 - 艺术性提升，需要花很大精力打磨
 - 代表了“实验结果”
- Matplotlib：
 - 点、线
 - 散点图、直方图
 - 标量场、向量场
 - 动画

科学家如何看待世界



你看到了什么？

A

流体力学

B

核聚变

C

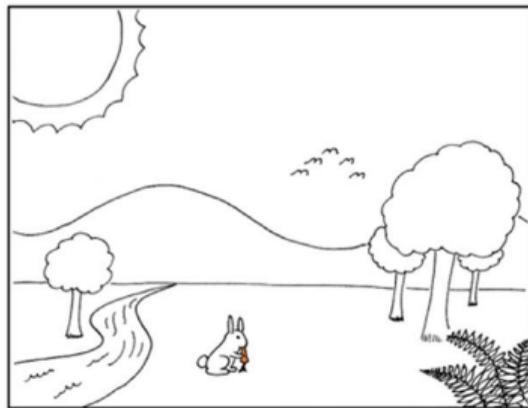
宇宙射线

D

热辐射

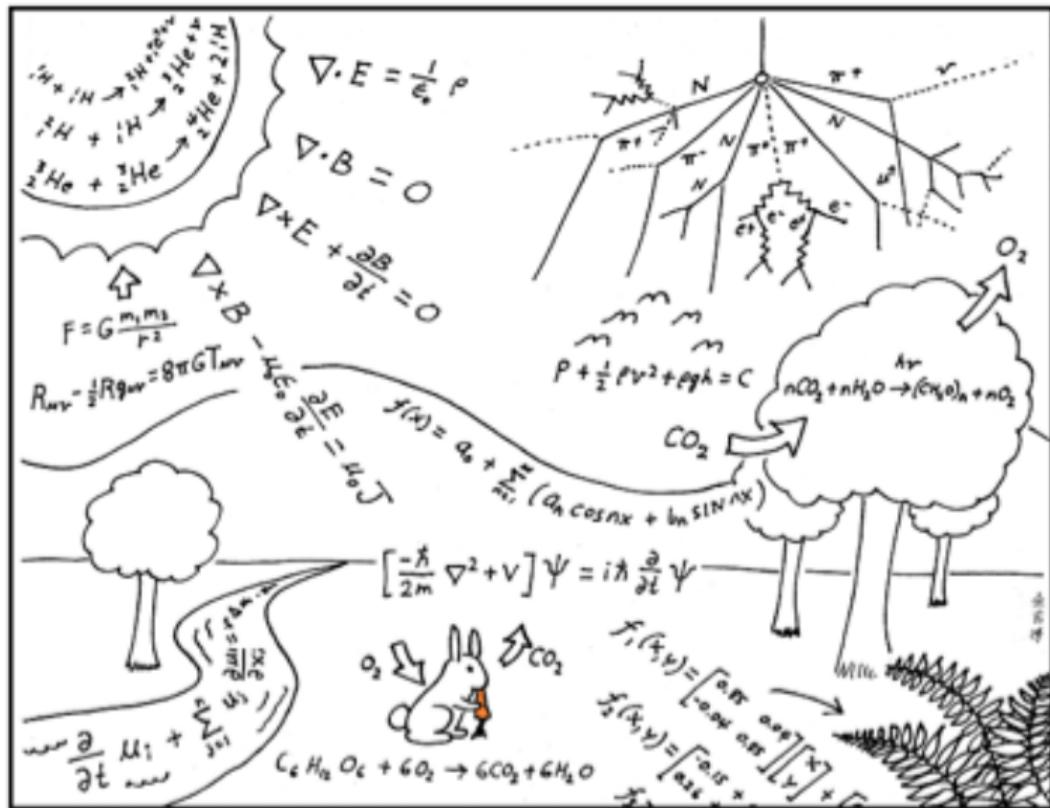
E

万有引力



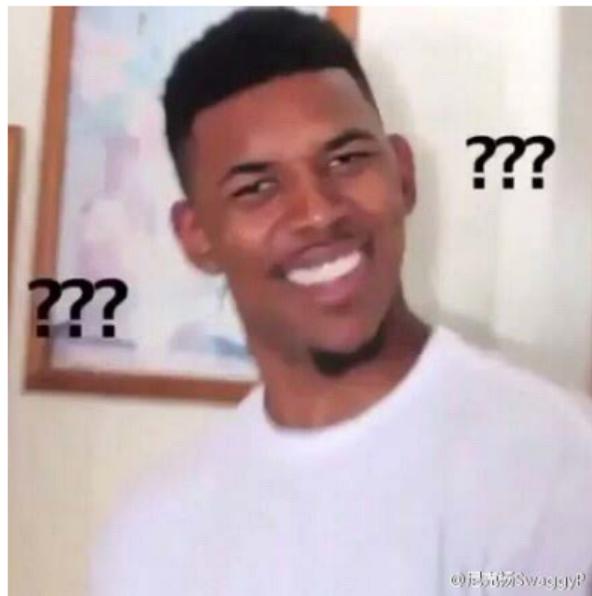
提交

科学家如何看待世界

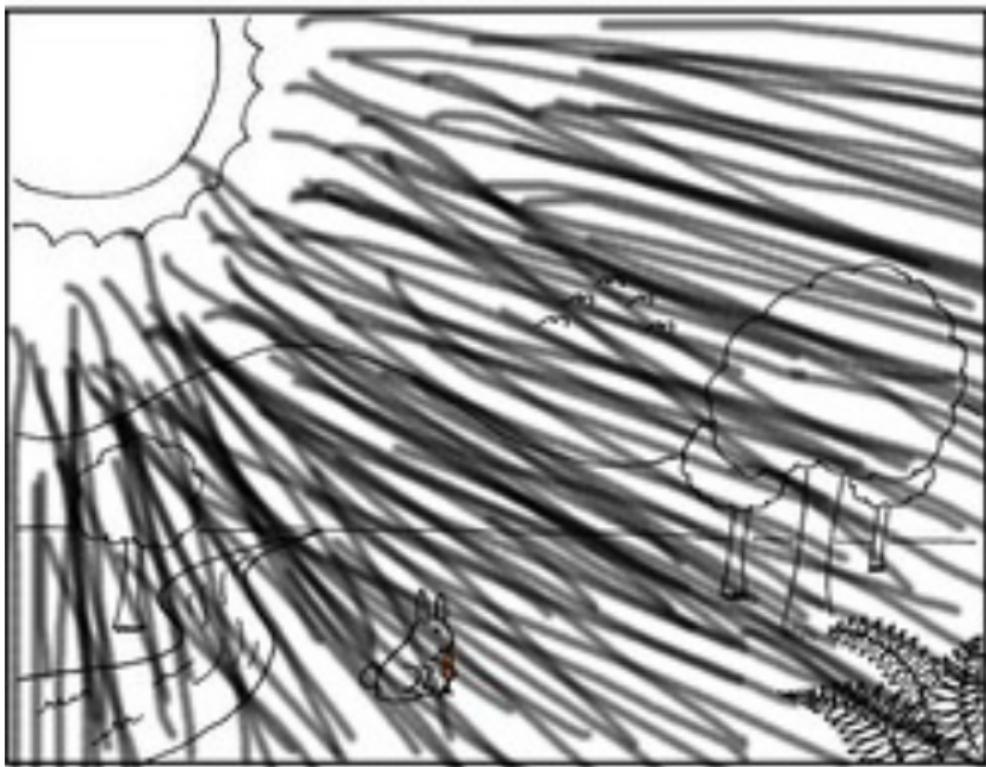


This is how scientists see the world.

中微子物理学家咋看



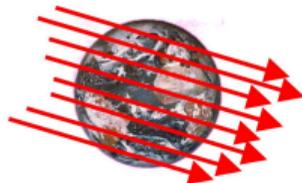
中微子物理学家咋看



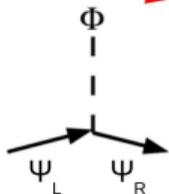
This is how solar neutrino scientists see the world.

中微子的基本事实

- ① 电中性，自旋 1/2，只参与弱相互作用。
 - 太阳中微子与电子的反应截面是 $\sigma_{\nu e} \sim 50m^2$ 。
 - 类比，原子核的尺度 $\sigma_{\nu N} \sim 30m^2$ 。
- ② 自然界中只观测到左手中微子 (ν_L) 和右手反中微子 ($\bar{\nu}_R$)。
- ③ 弱超荷 (weak hypercharge): $\nu_L -1, \nu_R 0; e_L -1, e_R -2$ 。
- ④ 弱同位旋 (weak isospin): $\nu_L 1/2, \nu_R 0; e_L -1/2, e_R 0$ 。
- ⑤ 最简的 Higgs 机制不适用:

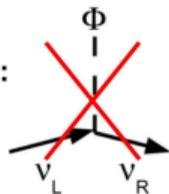


Mass terms in the Standard Model:
coupling to the Higgs



The most abundant particle in the universe: $336 / \text{cm}^3$
(together with the particle of light, the photon)

In original SM ν only left-handed: ν_L
→ difficult to account for mass term:
Yukawa coupling to the Higgs
did not exist in the SM



已知的基本粒子

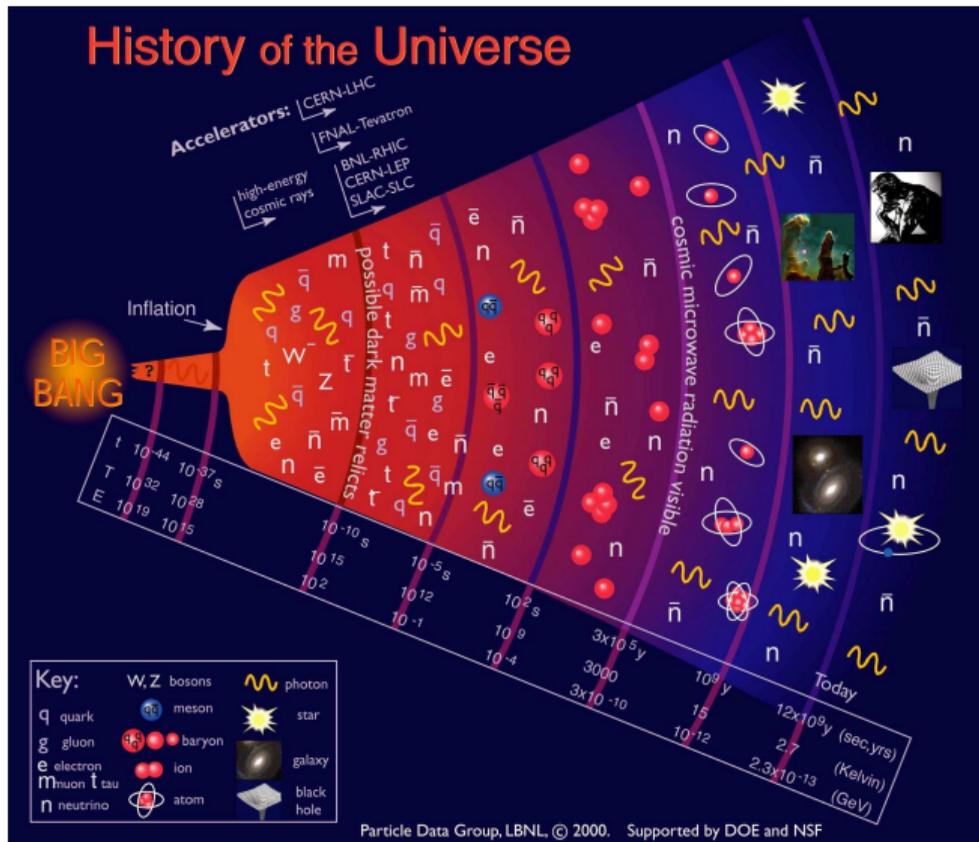
mass →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 126 \text{ GeV}/c^2$
charge →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H Higgs boson
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

QUARKS (purple and green boxes)

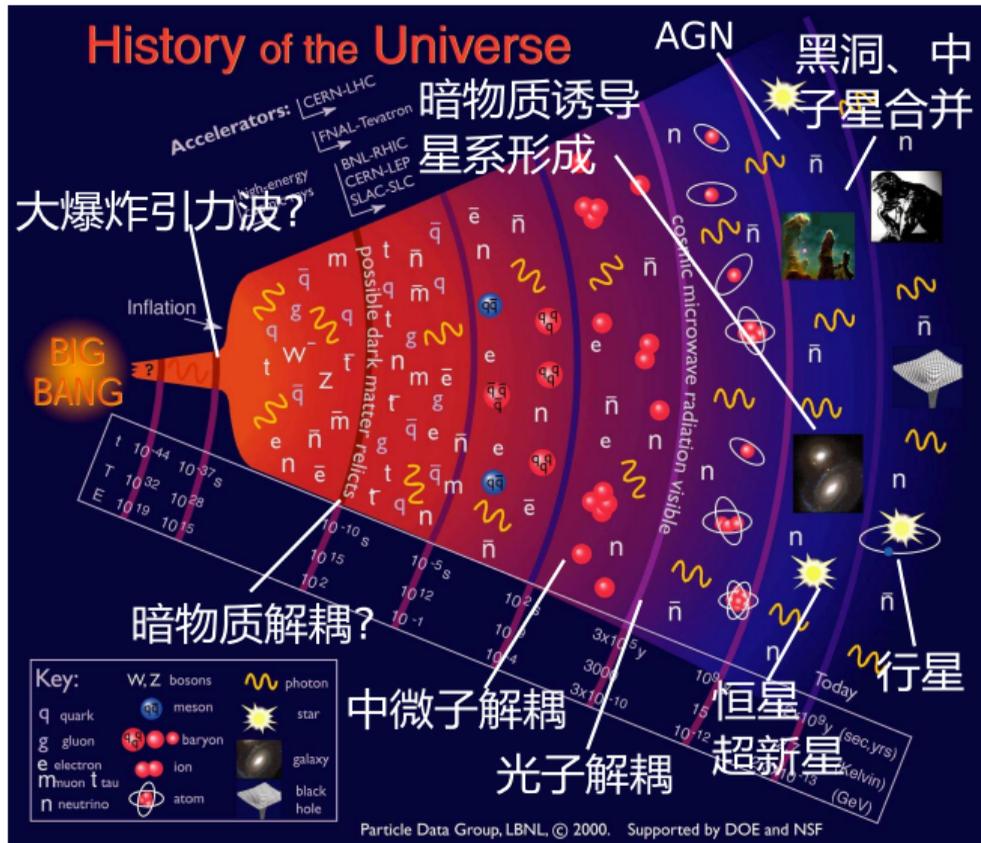
LEPTONS (green boxes)

GAUGE BOSONS (red and yellow boxes)

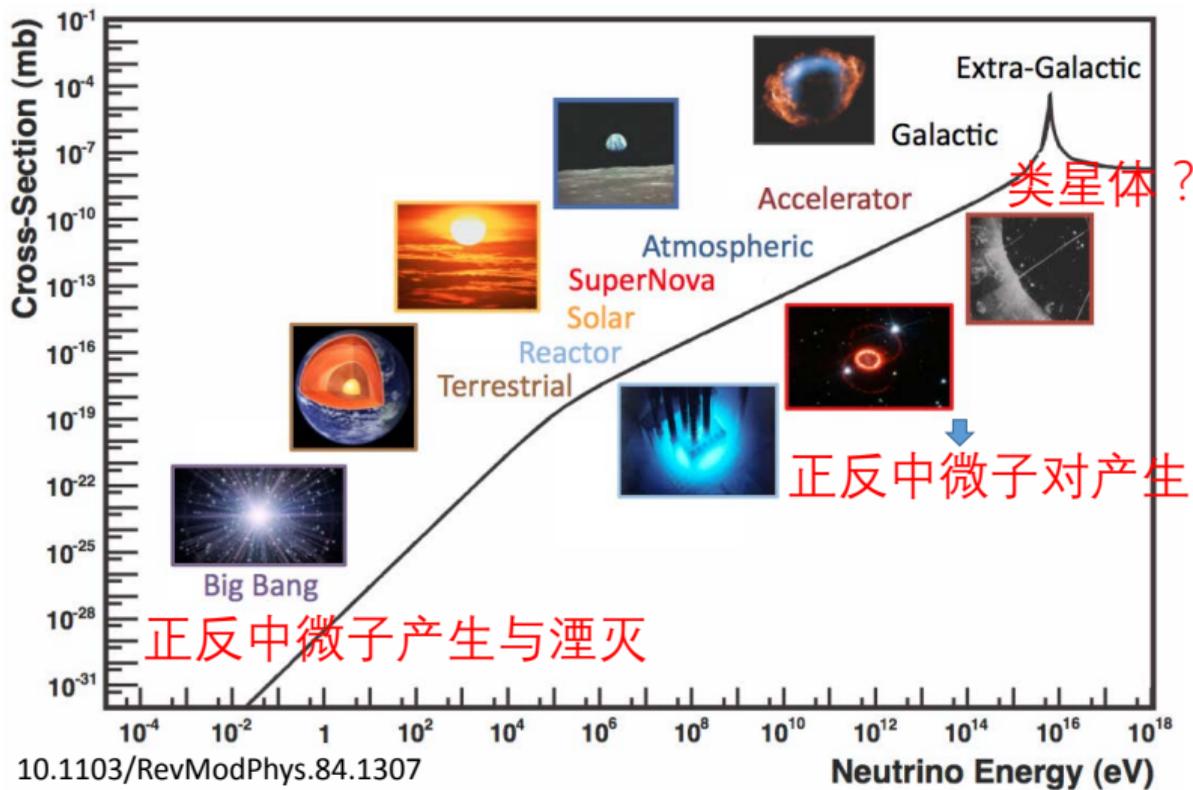
中微子 →



宇宙的历史



不同能量中微子与电子的散射截面



中子中微子

“我终于找到了一个绝望拯救方案…存在一个电中性粒子…自旋为 $1/2$ 并服从不相容原理。”
——泡利，1930年

上世纪早期的核衰变困惑

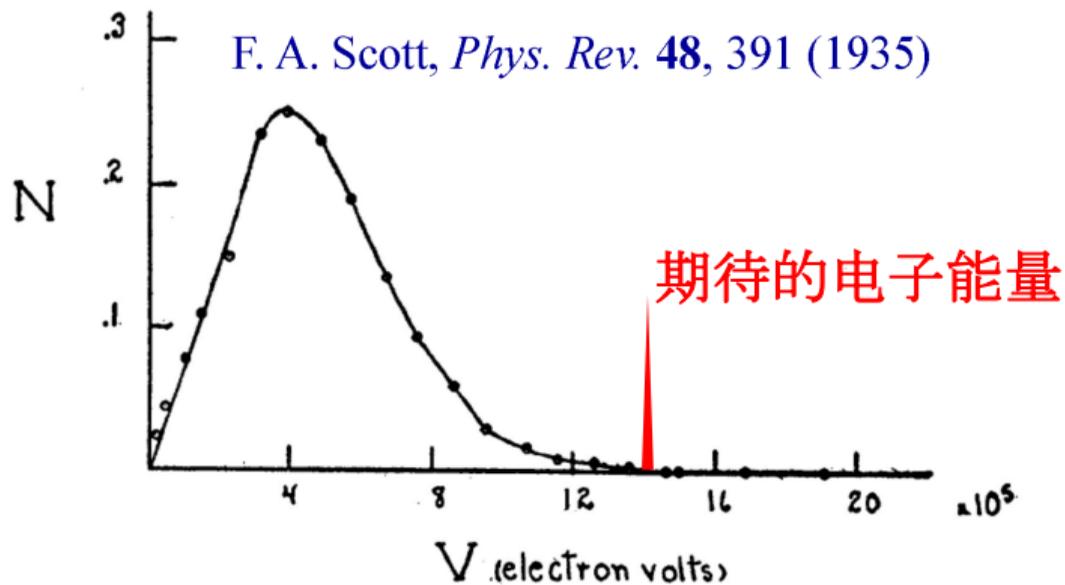
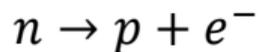


FIG. 5. Energy distribution curve of the beta-rays.

中微子：“绝望的泡利想法”

The Desperate Remedy

4 December 1930
Gloriastr.
Zürich



Physical Institute of the
Federal Institute of Technology (ETH)
Zürich

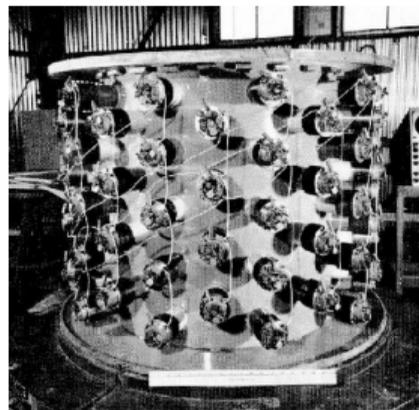
Dear radioactive ladies and gentlemen,

As the bearer of these lines, to whom I ask you to listen graciously, will explain more exactly, considering the 'false' statistics of N-14 and Li-6 nuclei, as well as the continuous β -spectrum, I have hit upon a desperate remedy to save the "exchange theorem"* of statistics and the energy theorem. Namely [there is] the possibility that there could exist in the nuclei electrically neutral particles that I wish to call neutrons,** which have spin 1/2 and obey the exclusion principle, and additionally differ from light quanta in that they do not travel with the velocity of light: The mass of the neutron must be of the same order of magnitude as the electron mass and, in any case, not larger than 0.01 proton mass. The continuous β -spectrum would then become understandable by the assumption that in β decay a neutron is emitted together with the electron, in such a way that the sum of the energies of neutron and electron is constant.

泡利：“能量被一种小质量的中性粒子“偷走”了”

长达四分之一世纪的寻找

直到1956年才被Cowan & Reins的实验证实。



泡利教授：很高兴地通知你，通过观测质子的反贝塔衰变，我们肯定是探测到了来自裂变产物的中微子。

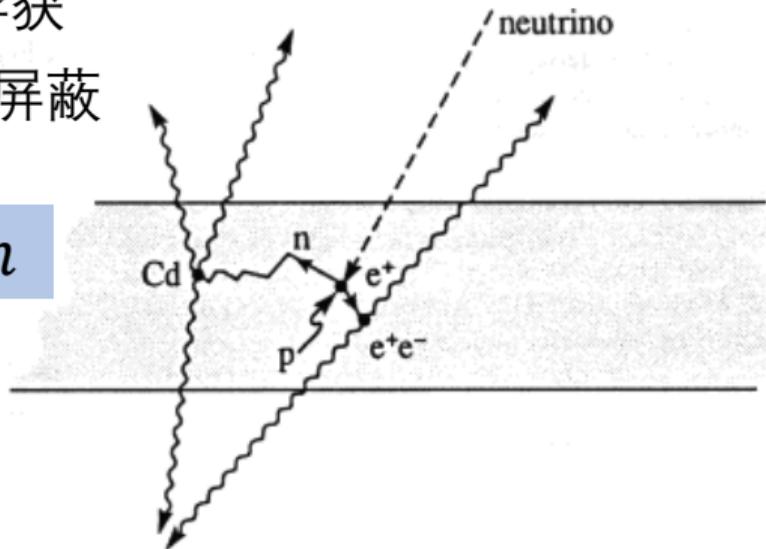
大科学仪器的起源

Reines remarked that before his and Cowan's work, a "big" physics experiment might use a one-liter detector. It was their background in weapons research... that emboldened Reines and Cowan to tackle such a large increase in experimental scale (2 x 200L).

物理学从此走向分裂

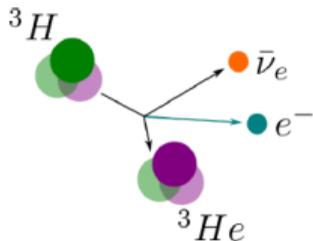
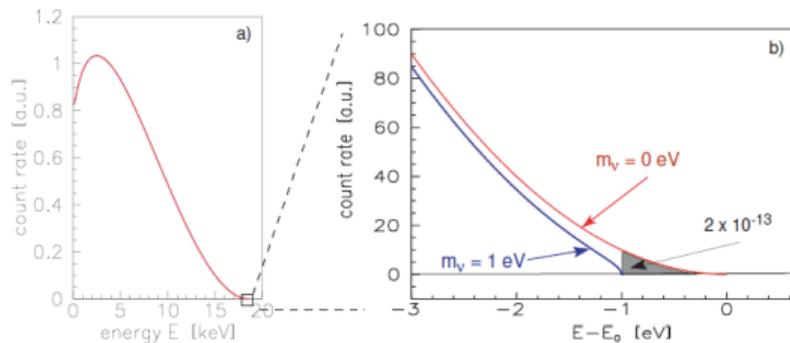
中微子的发现 Cowan & Reins 1956

- 中微子源：研究型反应堆
- 塑料闪烁体：Triethylbenzene
- CdCl_4 ：中子俘获
- 符合探测，水屏蔽

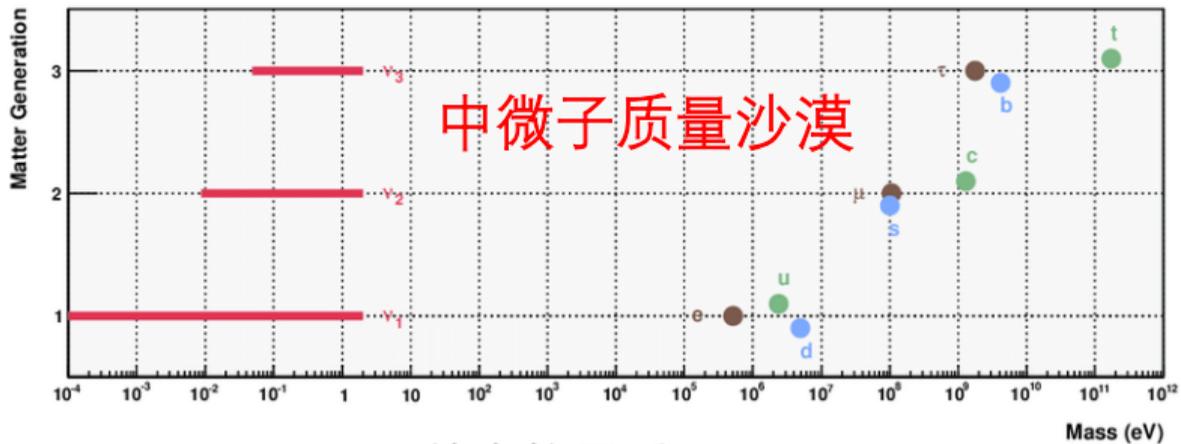


我们依旧不知道中微子质量

- KATRIN 实验2021年最新结果 $m_\nu < 0.9\text{eV}$



- Benefits from tritium:
 - Short lifetime of 12.3 years
 - Low endpoint energy around 18.6 keV
 - Superallowed transition

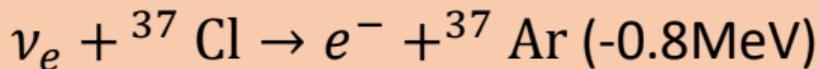


基本粒子质量

正反中微子，宇称破坏

Weyl Spinors

1955: Ray Davis寻找中微子



- 氯气？有毒，气态密度低
- 四氯化碳（ CCl_4 液体毒性略低）

化学放射计量，使用 Cl 捕捉中微子

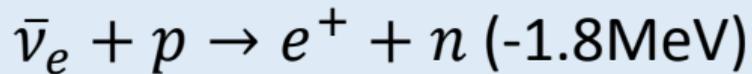
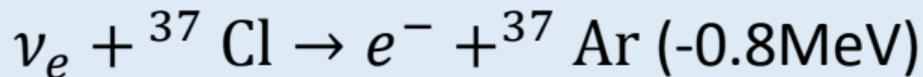
1. 使用 He 气注入液体，气液萃取出 Ar
2. 将 Ar 与 He 按原子量分离
3. 使用盖革计数器观察 Ar-37 的衰变



3800L四氯化碳观察原子反应堆：无果。

两个实验的对比

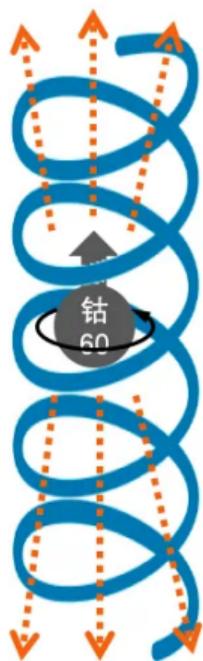
核反应堆旁的两个实验：



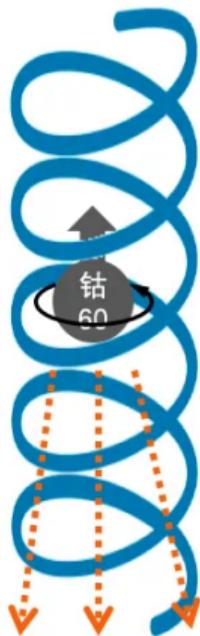
Ray 的实验证实，第一种模式的反应截面至多是第二种的 $\frac{1}{20}$ 。

结论：存在正反两种中微子，与负正电子对应。

吴健雄实验 (图待更新)



若宇称守恒 β 射
线应存在的方向



吴氏实验所证实
的 β 射线实际方向

吴健雄改变了磁场方向，发现电
子方向始终与磁场方向相反。

$$\langle \vec{\sigma}_{\text{Ni}} \cdot \vec{p}_e \rangle \neq 0$$

结论

弱相互作用下宇称不守恒，但为
什么？

宇称不守恒驱动的新中微子理论

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 105, NUMBER 5

MARCH 1, 1957

Parity Nonconservation and a Two-Component Theory of the Neutrino



T. D. LEE, *Columbia University, New York, New York*

AND

C. N. YANG, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received January 10, 1957; revised manuscript received January 17, 1957)



A two-component theory of the neutrino is discussed. The theory is possible only if parity is not conserved in interactions involving the neutrino. Various experimental implications are analyzed. Some general remarks concerning nonconservation are made.

Dirac

Neutrino wave functions need four components.

T.D. Lee & C.N. Yang

Neutrino mass is zero and its wave functions need only two components. Weyl-Fermion

Dirac 方程与 Weyl 费米子



Paul Dirac

$$i\gamma^\alpha \partial_\alpha \psi - m_\nu \psi = 0$$

Dirac
矩阵

时空
指标

Dirac
Spinor

$$i\gamma^\alpha \partial_\alpha \psi_L - m_\nu \psi_R = 0$$

$$i\gamma^\alpha \partial_\alpha \psi_R - m_\nu \psi_L = 0$$

Weyl Spinor



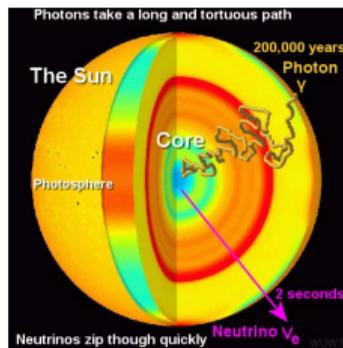
Hermann Weyl

1959: 探索太阳的产能机制

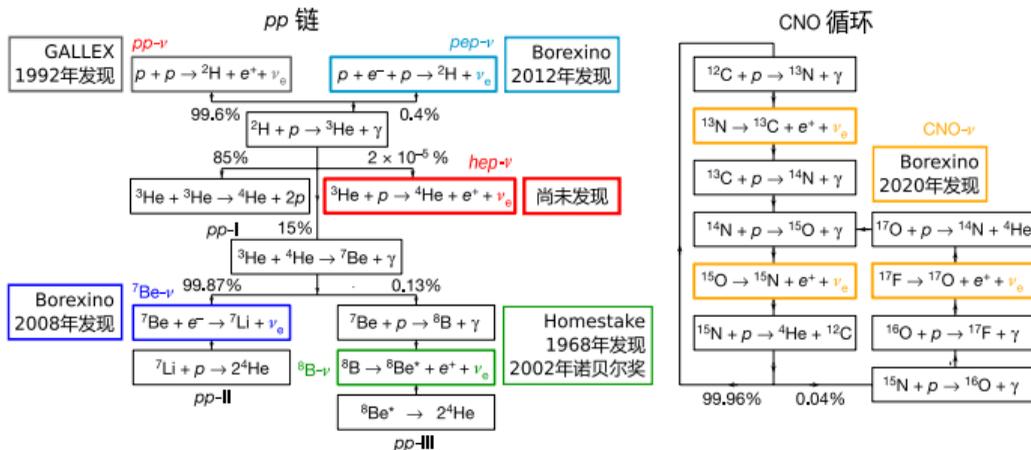
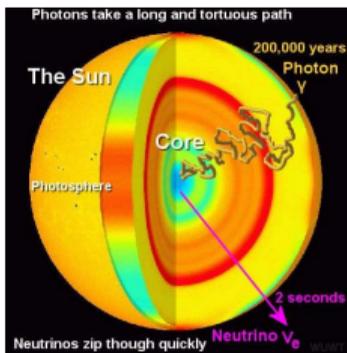


使用中微子看穿太阳！

- 太阳的寿命有多长？
- 太阳的能量从哪里来？
- 太阳的中微子可以揭示什么？



太阳核聚变与中微子



- 模型由太阳的化学成分、光度和温度间接验证。但中微子能提供直接证据。

Hans Bethe 1967 Nobel Prize

1960s–1990s 太阳中微子之谜



Ray 使用既有的探测原理，把探测器扩大 100 倍，并放入了地下深矿材料换成了四氯乙烯，几经辗转，终于在 1968 年观测到了太阳中微子。

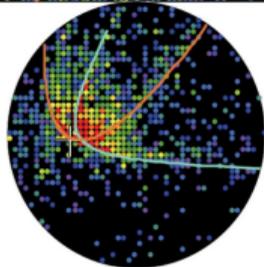
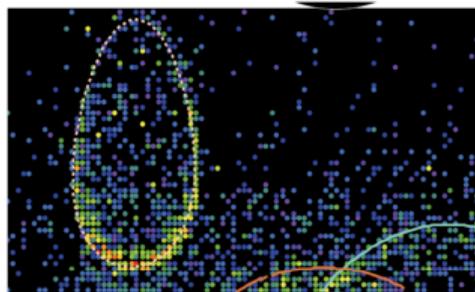
- 但观测值是理论预测的 $1/3$ 。
- 观测一个月，可以回收出几十个 Ar 原子。
- 实验遭到质疑：几百吨液体中找几十个 Ar，可信吗？
- 20多年间，Ray 证实了实验可信。太阳中微子之谜越发严重。



Ray 在 Homestake 矿
井中的巨大探测器

超级/神冈实验

- 容器内：带电粒子诱导 Cherenkov 光
- 容器壁有光电倍增管，光电效应光子计数
- 相对化学放射计数是实时观测



水 Cherenkov 实验：(超级)神冈

- 水的实验给出，太阳中微子的测量值是理论预测的 65%。
- 实验确认了由Ray发现的太阳中微子问题。
- 为什么与理论值的差距不一样？

- 1962年，Brookhaven μ 子中微子实验：使用 π^- 衰变产生的中微子，与质子反应产生 μ^+ 不产生 e^+ 。证明中微子具有味。

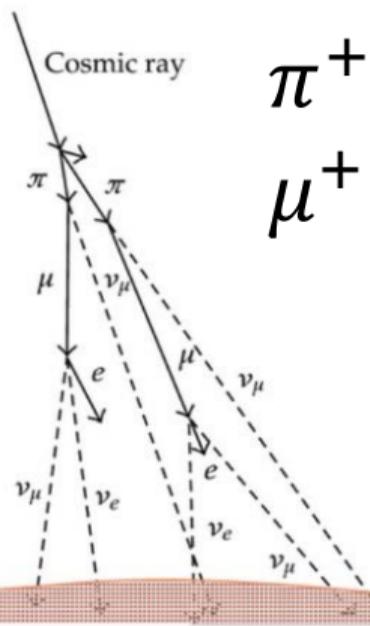


中微子有多个味，味之间可以转换。

1988年诺贝尔奖

大气和加速器中微子

质子加速，轰击靶，产生 π 介子



$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad 26\text{ns}$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \quad 2.2\mu\text{s}$$

加速器与宇宙射线产生中微子的原理相同，是“人造宇宙射线”

Yukawa 1949 Nobel Prize

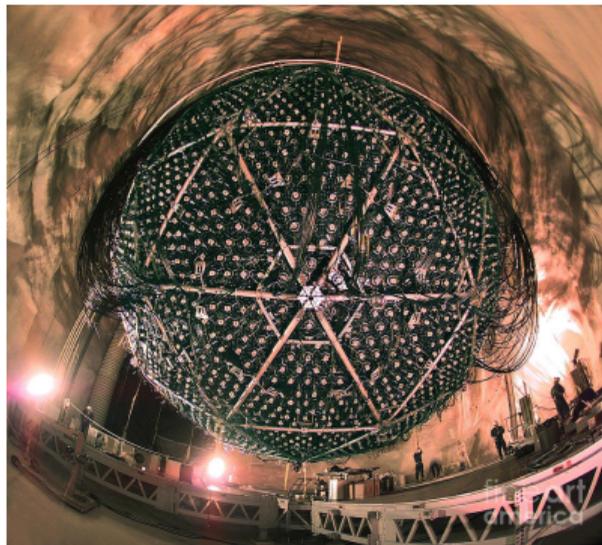
SNO 的巧妙设计：一箭双雕

- 重水Cherenkov探测
- $d + \nu \rightarrow p + n + \nu$
- 测量电子中微子流量，模拟早期实验
- $d + \nu_e \rightarrow p + p + e^-$

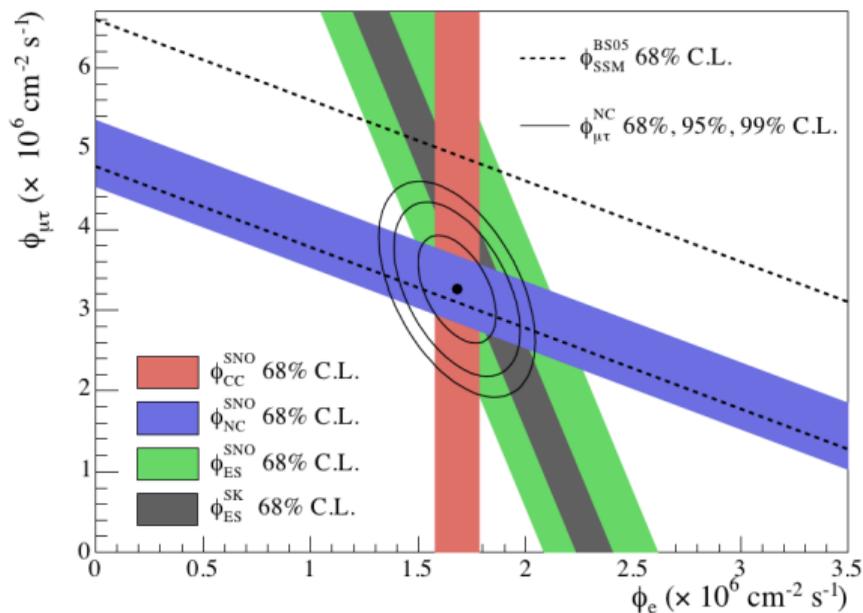
测量所有中微子的流量，太阳中微子总流量。与理论计算相符！

Ray 发现的世纪难题终于被人类解答。

2015 Nobel Prize: Super-Kamiokande, SNO



2001年太阳中微子消失之谜解决



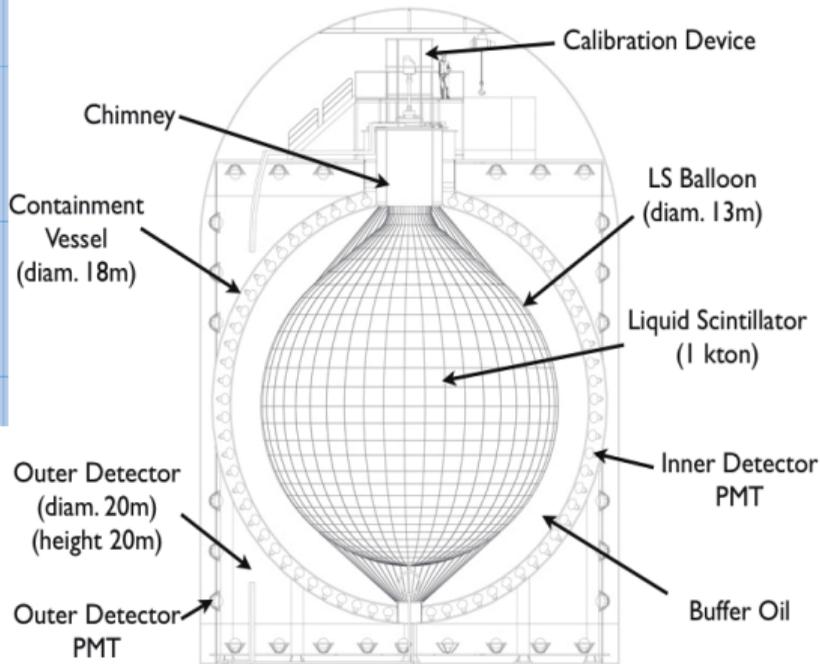
BS05 : 太阳恒星模型
NC: neutral current
CC: charged current

SK: super-Kamiokande
SNO: Sudbury Neutrino Observatory

KamLAND实验 确立中微子振荡



最大的液闪实验
巧妙利用反应堆
发现太阳 ν 振荡



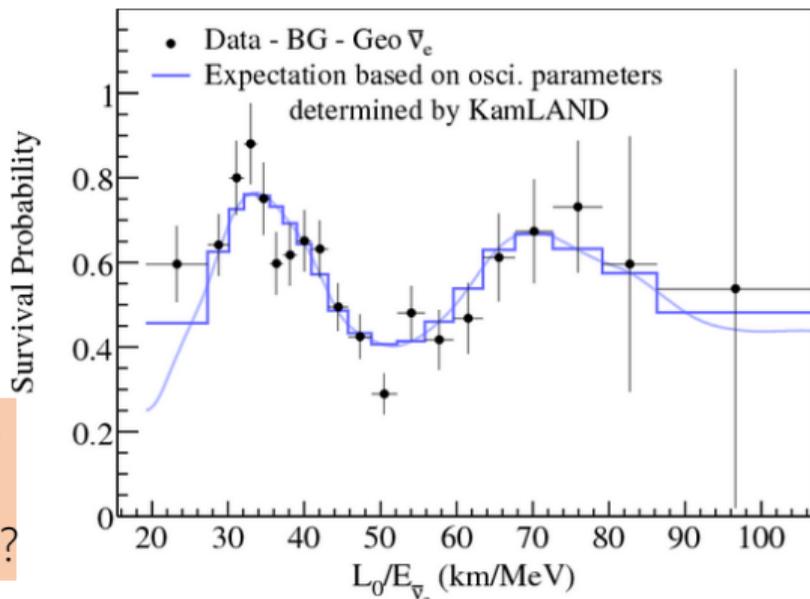
中微子振荡的最终确立

2002年, KamLAND 观测到反应堆中微子振荡
同时定出太阳中微子的振荡模式

2005年, KamLAND 报告了完整的中微子振荡周期

L_0 : 中微子飞行距离
 E : 中微子能量

思考：反应堆中微子和太阳中微子的振荡为什么可以相互验证？



中微子的世纪难题

① 质量到底有多大？为什么如此之小？

- **中微子的质量顺序**，正序 $m_1 < m_2 \ll m_3$ 还是反序 $m_3 \ll m_1 < m_2$ 。
- ν_3 到 ν_1, ν_2 的地球物质效应尚未观测到。
- 江门中微子实验 (JUNO)。

② 正反中微子是同一种粒子吗

- Dirac 型还是 Majorana 型费米子？
- Majorana 型费米子存在吗？

③ 轻子的 CP 破坏， δ_{CP} 有多大？

- 为什么与夸克的 CP 破坏不同？
- 可以解释宇宙由物质主导吗？

④ 中微子与 Higgs 如何作用？

- 右手中微子存在吗？

中微子的世纪难题

① 质量到底有多大？为什么如此之小？

- 中微子的质量顺序，正序 $m_1 < m_2 \ll m_3$ 还是反序 $m_3 \ll m_1 < m_2$ 。
- ν_3 到 ν_1, ν_2 的地球物质效应尚未观测到。
- 江门中微子实验 (JUNO)。

② 正反中微子是同一种粒子吗

- Dirac 型还是 Majorana 型费米子？
- Majorana 型费米子存在吗？

③ 轻子的 CP 破坏， δ_{CP} 有多大？

- 为什么与夸克的 CP 破坏不同？
- 可以解释宇宙由物质主导吗？

④ 中微子与 Higgs 如何作用？

- 右手中微子存在吗？

中微子的世纪难题

① 质量到底有多大？为什么如此之小？

- **中微子的质量顺序**，正序 $m_1 < m_2 \ll m_3$ 还是反序 $m_3 \ll m_1 < m_2$ 。
- ν_3 到 ν_1, ν_2 的地球物质效应尚未观测到。
- 江门中微子实验 (JUNO)。

② 正反中微子是同一种粒子吗

- Dirac 型还是 Majorana 型费米子？
- Majorana 型费米子存在吗？

③ 轻子的 CP 破坏， δ_{CP} 有多大？

- 为什么与夸克的 CP 破坏不同？
- 可以解释宇宙由物质主导吗？

④ 中微子与 Higgs 如何作用？

- 右手中微子存在吗？

中微子的世纪难题

① 质量到底有多大？为什么如此之小？

- **中微子的质量顺序**，正序 $m_1 < m_2 \ll m_3$ 还是反序 $m_3 \ll m_1 < m_2$ 。
- ν_3 到 ν_1, ν_2 的地球物质效应尚未观测到。
- 江门中微子实验 (JUNO)。

② 正反中微子是同一种粒子吗

- Dirac 型还是 Majorana 型费米子？
- Majorana 型费米子存在吗？

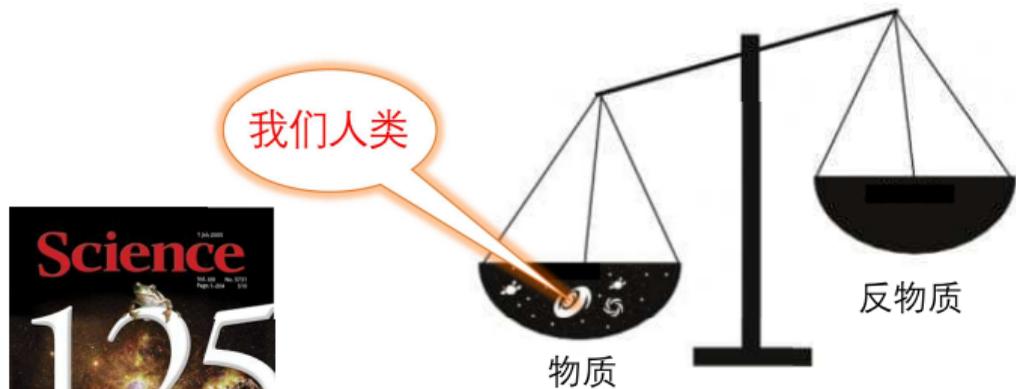
③ 轻子的 CP 破坏， δ_{CP} 有多大？

- 为什么与夸克的 CP 破坏不同？
- 可以解释宇宙由物质主导吗？

④ 中微子与 Higgs 如何作用？

- 右手中微子存在吗？

宇宙中物质从何起源？



2005和2021年均入选Science
125 个重大科学问题

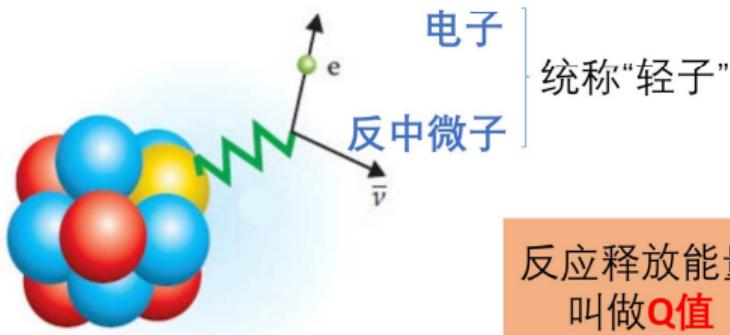
中微子质量和宇宙物质-反物质不对称的起源
是什么？

——中国科协2021十大科学问题之一

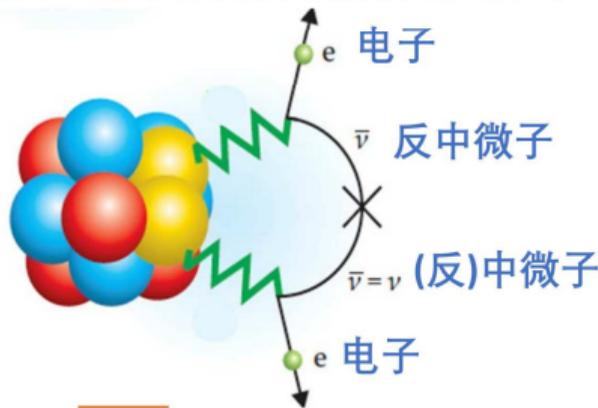


小中微子主导大宇宙

贝塔衰变 (地球能量的重要来源)



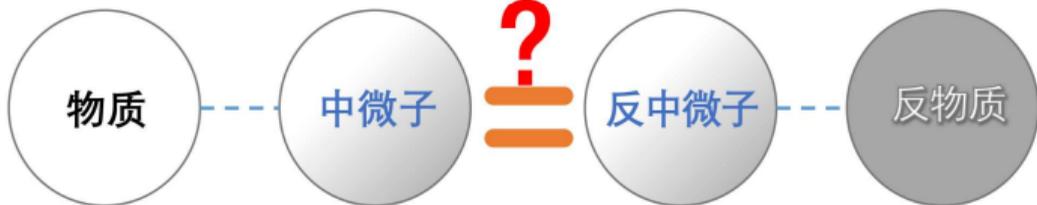
无中微子双贝塔衰变 (极稀有过程)



证实

?

发现中微子有质量，暗示中微子正反等同，它可能连通正反物质。



Dirac方程与Majorana费米子



Paul Dirac

$$i\gamma^\alpha \partial_\alpha \psi - m_\nu \psi = 0$$

Dirac
矩阵

时空
指标

Dirac
Spinor

$$i\gamma^\alpha \partial_\alpha \psi - m_\nu \psi^* = 0$$

$$i\gamma^\alpha \partial_\alpha \psi^* - m_\nu \psi = 0$$

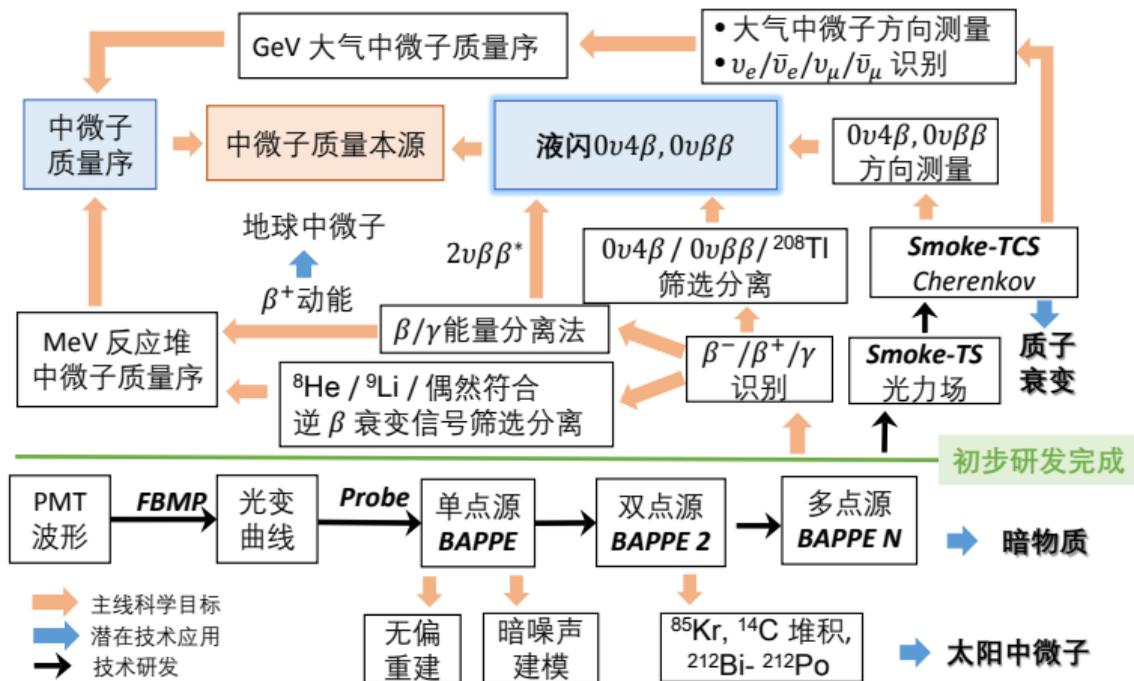
Majorana Spinor



Ettore Majorana

中微子研究@清华

未来十年中微子本源研究路线



- **FBMP:** fast bayesian matching pursuit algorithm 快速贝叶斯匹配追踪算法
- **BAPPE:** Bayesian probe for point-like events 点源贝叶斯响应函数
- **TCS:** tracking Cherenkov scintillation 径迹切伦科夫闪烁
- **Probe:** 响应函数
- **Smoke:** 发光能力场

中微子的微小非零质量

- Zero neutrino mass
 - Lee-Yang's two-component Weyl-Fermion ν model: explain the P-violation.
 - Inherited by the standard model (Weinberg)
 - Broken by solar (Homestake, Gallex/GNO/SAGE, SNO+), atmospheric (SuperK) and reactor neutrino (KamLAND) disappearance
 - Motivation: origin of the tiny non-zero mass, Majorana Fermion by GUT see-saw.

Mass ordering

- Neutrino mass by quantum interference

中微子的微小非零质量

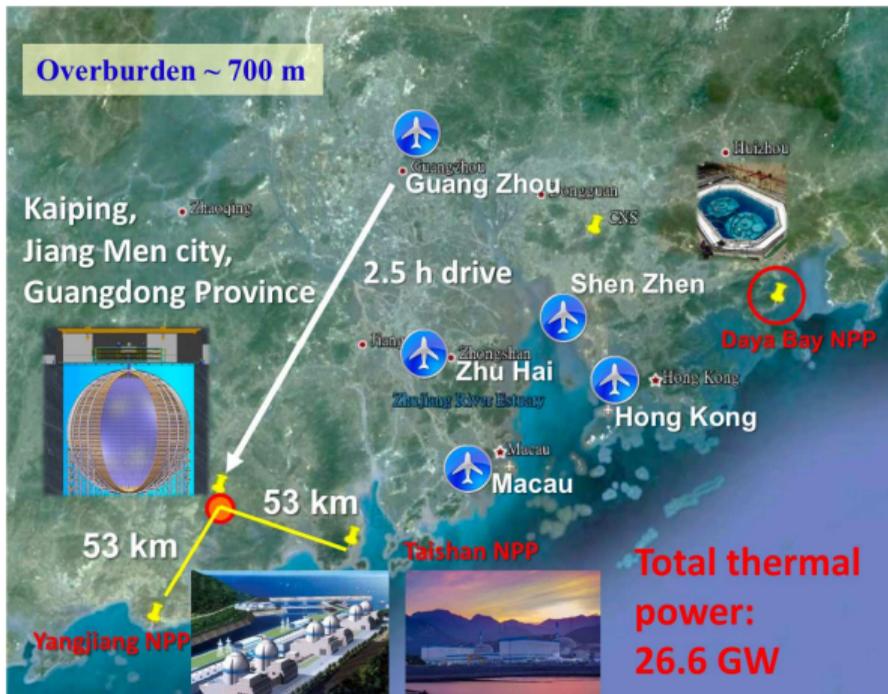
- Zero neutrino mass
 - Lee-Yang's two-component Weyl-Fermion ν model: explain the P-violation.
 - Inherited by the standard model (Weinberg)
 - Broken by solar (Homestake, Gallex/GNO/SAGE, SNO+), atmospheric (SuperK) and reactor neutrino (KamLAND) disappearance
 - Motivation: origin of the tiny non-zero mass, Majorana Fermion by GUT see-saw.

Mass ordering

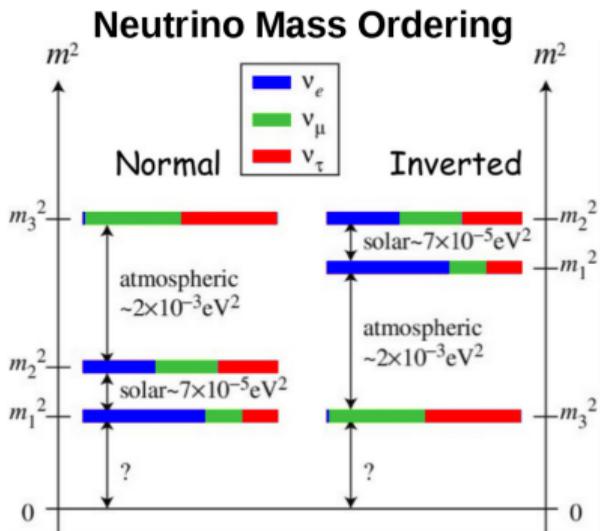
- Neutrino mass by quantum interference

广东：江门-台山地下中微子观测站

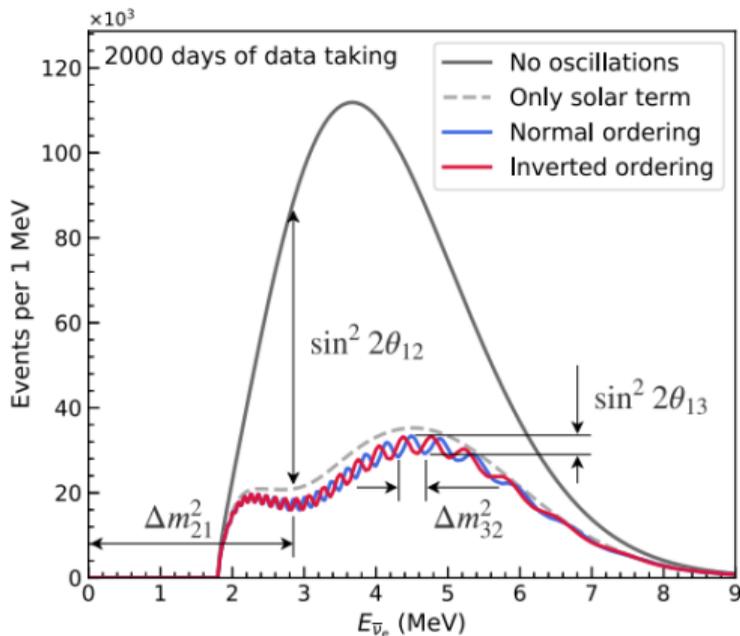
JUNO:=Jiangmen Underground Neutrino Observatory



测量质量顺序



精密测量反中微子能量是重中之重。



中微子质量顺序的意义

- ① 质量排序本身是自然界的基本物理参数
 - 研究中微子质量本源
 - 寻找新物理规律
- ② 决定超新星中微子传播过程中的振荡
 - 推定超新星爆发时 ν_e, ν_μ, ν_τ 的比份
 - 揭示超新星爆发机理
- ③ 决定 $0\nu\beta\beta$ 衰变实验的世界格局
 - 如果是正排序，人类还需要把现有 吨级 实验扩大 1000 倍
 - 寻找自然界中的 Majorana 费米子
 - 寻找自轻子数破坏的稀有衰变
- ④ 与轻子 CP 破坏的测量耦合
 - 关乎自然界的“左右正反”对称在多大意义上近似成立
 - 探寻宇宙正反物质不对称的起源

中微子质量顺序的意义

- ① 质量排序本身是自然界的基本物理参数
 - 研究中微子质量本源
 - 寻找新物理规律
- ② 决定超新星中微子传播过程中的振荡
 - 推定超新星爆发时 ν_e, ν_μ, ν_τ 的比份
 - 揭示超新星爆发机理
- ③ 决定 $0\nu\beta\beta$ 衰变实验的世界格局
 - 如果是正排序，人类还需要把现有 吨级 实验扩大 1000 倍
 - 寻找自然界中的 Majorana 费米子
 - 寻找自轻子数破坏的稀有衰变
- ④ 与轻子 CP 破坏的测量耦合
 - 关乎自然界的“左右正反”对称在多大意义上近似成立
 - 探寻宇宙正反物质不对称的起源

中微子质量顺序的意义

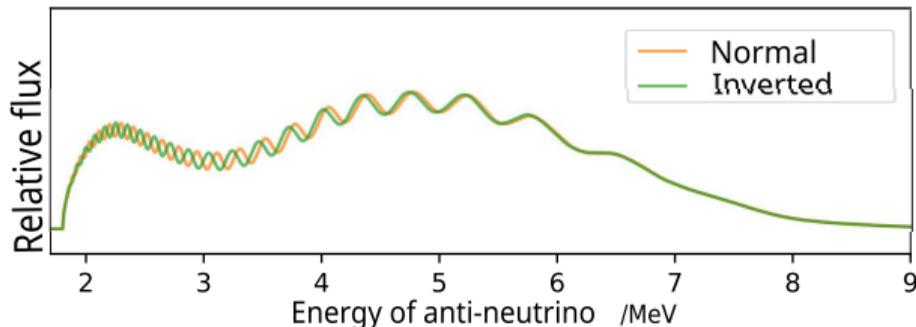
- ① 质量排序本身是自然界的基本物理参数
 - 研究中微子质量本源
 - 寻找新物理规律
- ② 决定超新星中微子传播过程中的振荡
 - 推定超新星爆发时 ν_e, ν_μ, ν_τ 的比份
 - 揭示超新星爆发机理
- ③ 决定 $0\nu\beta\beta$ 衰变实验的世界格局
 - 如果是正排序，人类还需要把现有 吨级 实验扩大 1000 倍
 - 寻找自然界中的 Majorana 费米子
 - 寻找自轻子数破坏的稀有衰变
- ④ 与轻子 CP 破坏的测量耦合
 - 关乎自然界的“左右正反”对称在多大意义上近似成立
 - 探寻宇宙正反物质不对称的起源

中微子质量顺序的意义

- ① 质量排序本身是自然界的基本物理参数
 - 研究中微子质量本源
 - 寻找新物理规律
- ② 决定超新星中微子传播过程中的振荡
 - 推定超新星爆发时 ν_e, ν_μ, ν_τ 的比份
 - 揭示超新星爆发机理
- ③ 决定 $0\nu\beta\beta$ 衰变实验的世界格局
 - 如果是正排序，人类还需要把现有 吨级 实验扩大 1000 倍
 - 寻找自然界中的 Majorana 费米子
 - 寻找自轻子数破坏的稀有衰变
- ④ 与轻子 CP 破坏的测量耦合
 - 关乎自然界的“左右正反”对称在多大意义上近似成立
 - 探寻宇宙正反物质不对称的起源

能量分辨率

Energy resolution is the figure-of-merit that we push to extreme.



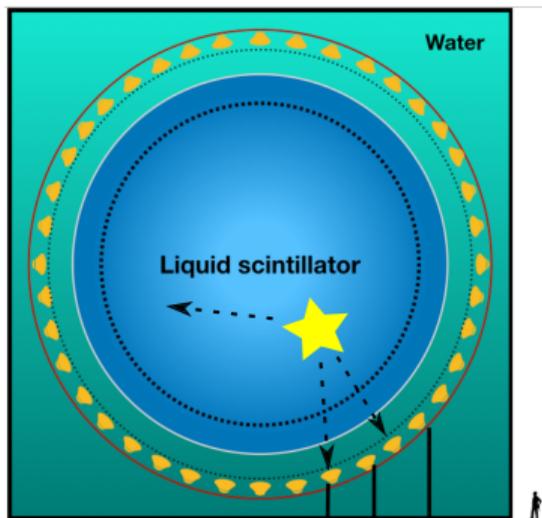
53 km 之外的中微子振荡后能谱

JUNO under construction

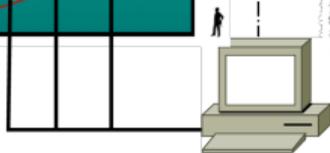
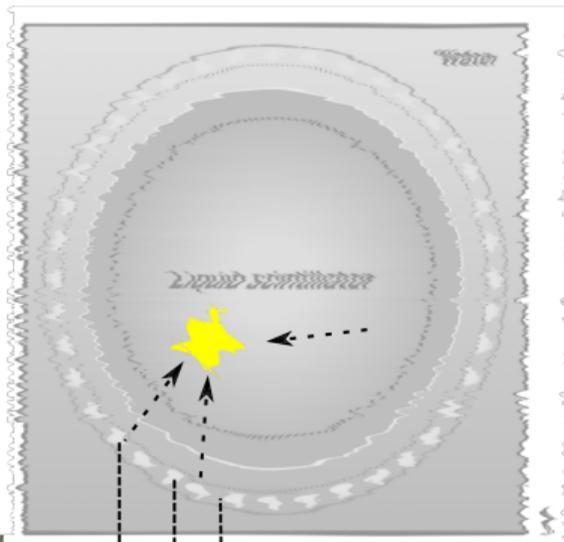
重要性能指标

- 每提升现有能量分辨 0.5% ， 都可以缩短 25% 的运行时间。

Physical Reality

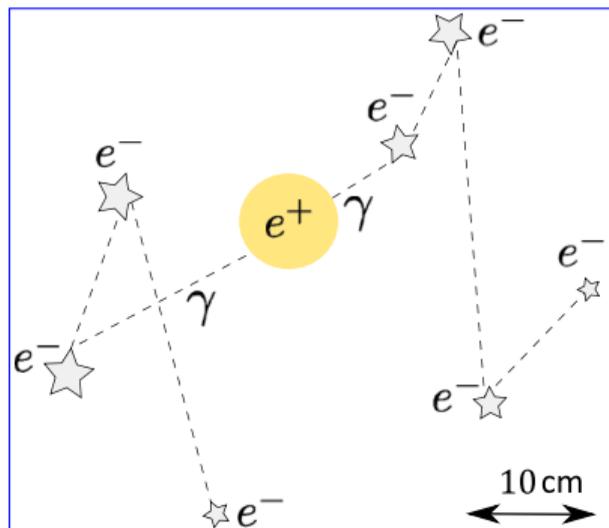
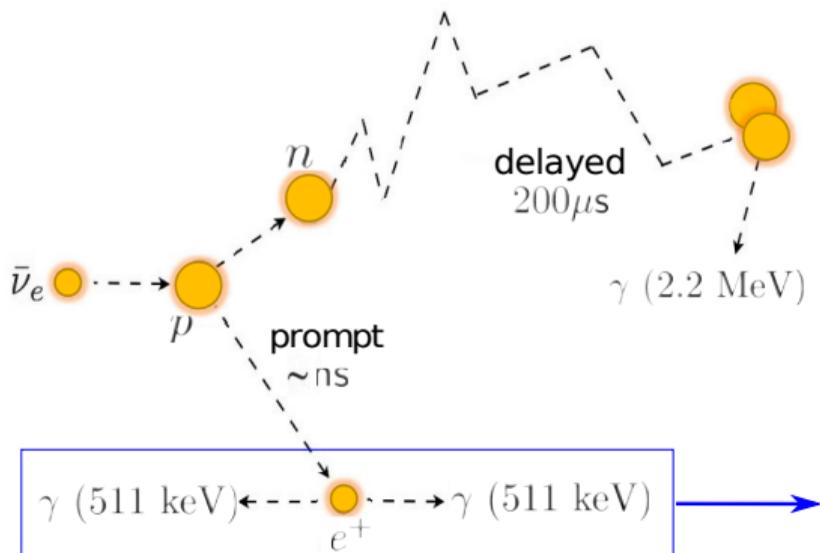


Reconstructed Virtual



- “非成像”光学探测器，电离发光，单个光子由光电倍增管检出。

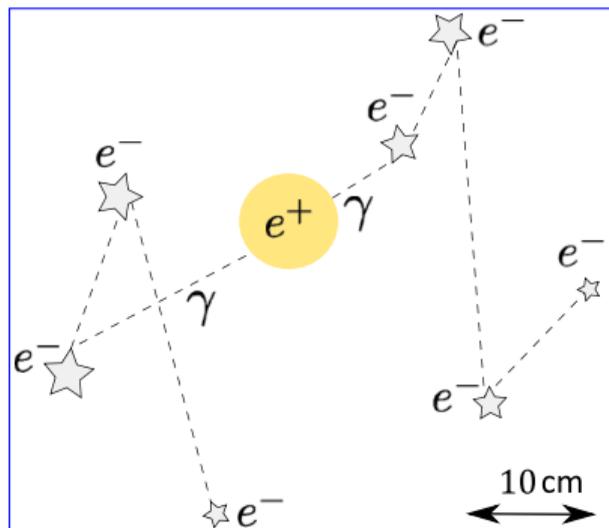
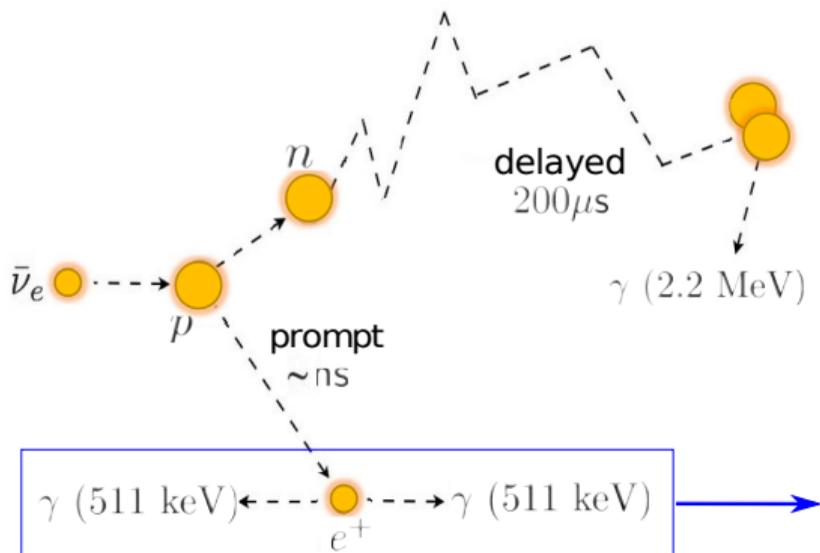
逆贝塔衰变



诱导蒙卡成功后，我们得到

- 一系列随机数种子，编码了 e^+ 在探测器中的详细演化历程。
- 等价于在液闪中成像！

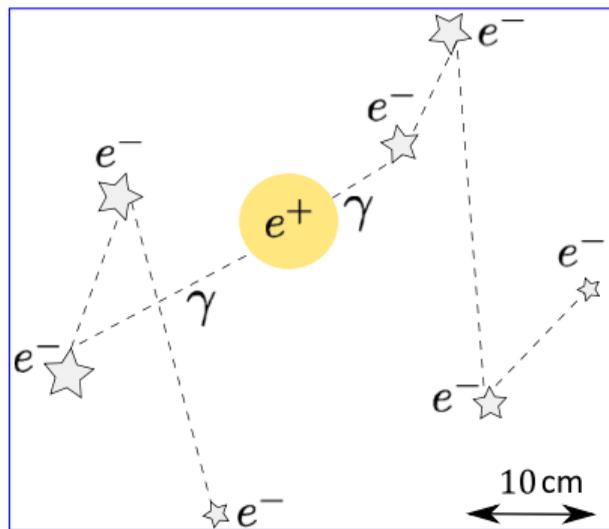
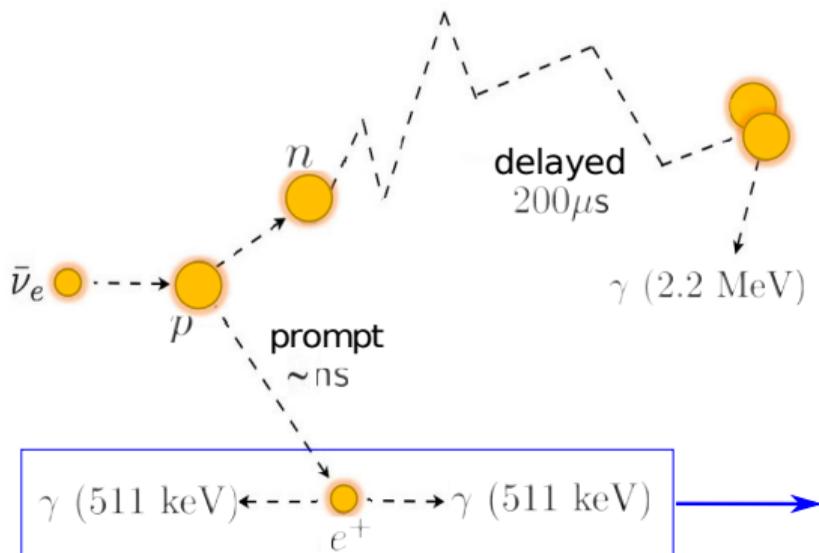
逆贝塔衰变



诱导蒙卡成功后，我们得到

- 一系列随机数种子，编码了 e^+ 在探测器中的详细演化历程。
- 等价于在液闪中成像！

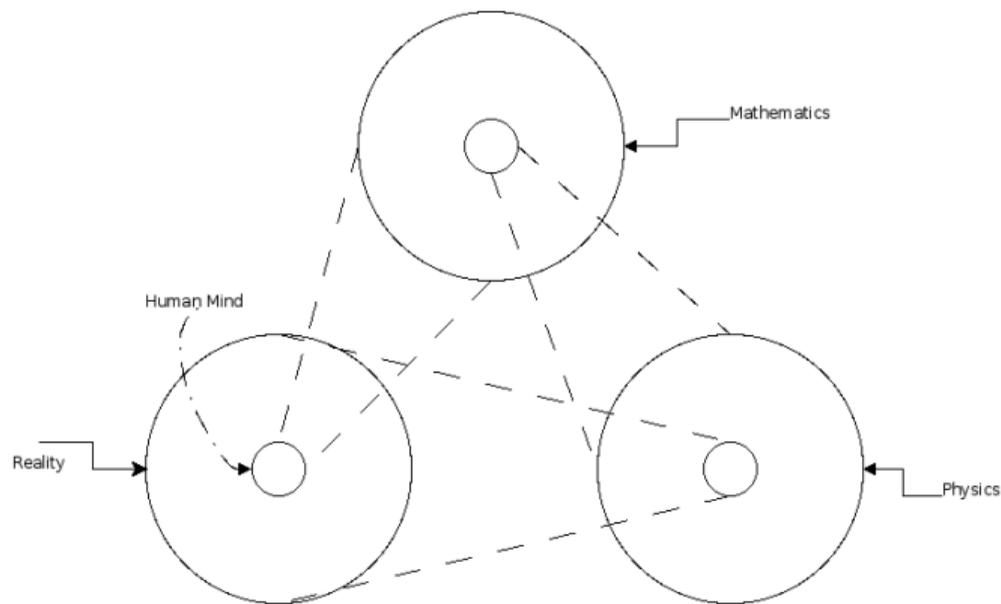
逆贝塔衰变



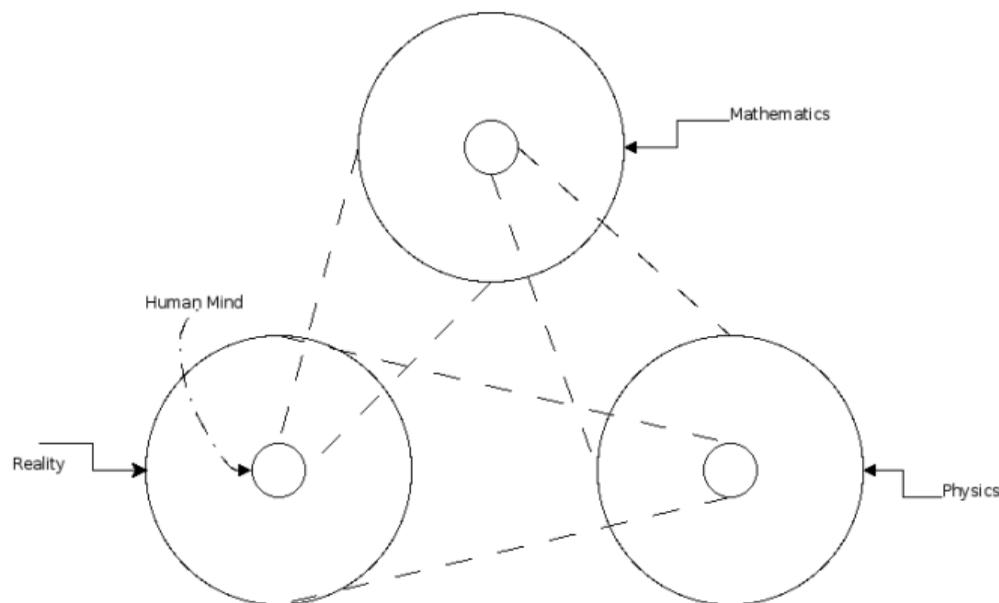
诱导蒙卡成功后，我们得到

- 一系列随机数种子，编码了 e^+ 在探测器中的详细演化历程。
- 等价于在液闪中成像！

柏拉图世界观



- 数学世界独立存在，由它推演出物理世界



- 实验仪器是从物理世界到人类的一条信息通道
 - 实验仪器的分辨率有限，我们在进行有损通信

简单的物理实验



Albert Einstein (1926)

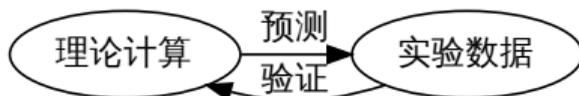
Whether you can observe a thing or not depends on the theory which you use. It is the theory which decides what can be observed.

贝叶斯公式

$$p(\theta_T|D, T) = \frac{p(D|\theta_T, T)p(\theta_T|T)}{\int p(D|\theta_T, T)p(\theta_T|T)d\theta_T}$$

- D 是实验数据, T 是理论, θ_T 是理论参数。

简单的物理实验



Albert Einstein (1926)

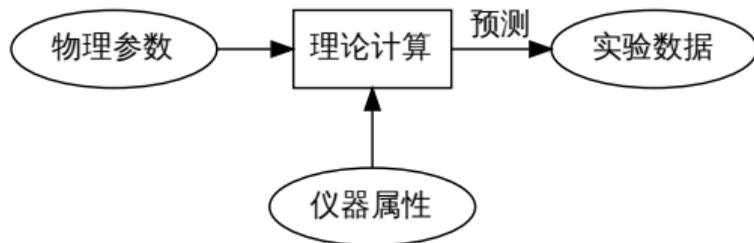
Whether you can observe a thing or not depends on the theory which you use. It is the theory which decides what can be observed.

贝叶斯公式

$$p(\theta_T|D, T) = \frac{p(D|\theta_T, T)p(\theta_T|T)}{\int p(D|\theta_T, T)p(\theta_T|T)d\theta_T}$$

- D 是实验数据, T 是理论, θ_T 是理论参数。

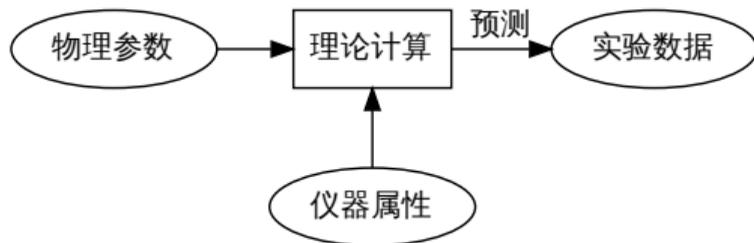
- 理论计算预测时，不仅有理论参数 θ_T 还有仪器参数 θ_E 。



- 仪器变得复杂，需要自己标定仪器属性，才能给出合理的预测。

$$p(D|\theta_T, \theta_E, T)$$

- 理论计算预测时，不仅有理论参数 θ_T 还有仪器参数 θ_E 。

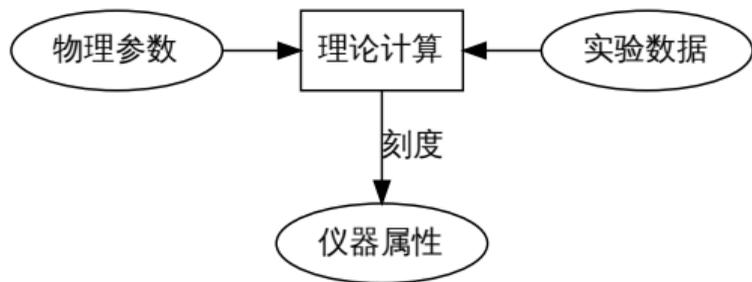


- 仪器变得复杂，需要自己标定仪器属性，才能给出合理的预测。

$$p(D|\theta_T, \theta_E, T)$$

刻度：自行实验确定仪器属性

- 使用已知的 γ 放射源，例如 ^{68}Ge



液闪的

- 吸收长度
- 淬灭因子
- 散射角分布
- 色散关系

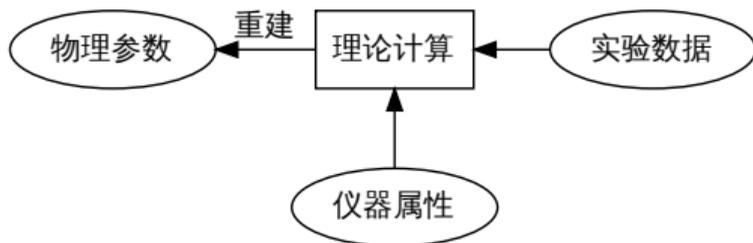
PMT 的

- 量子效率
- 时间特性

反过来使用贝叶斯

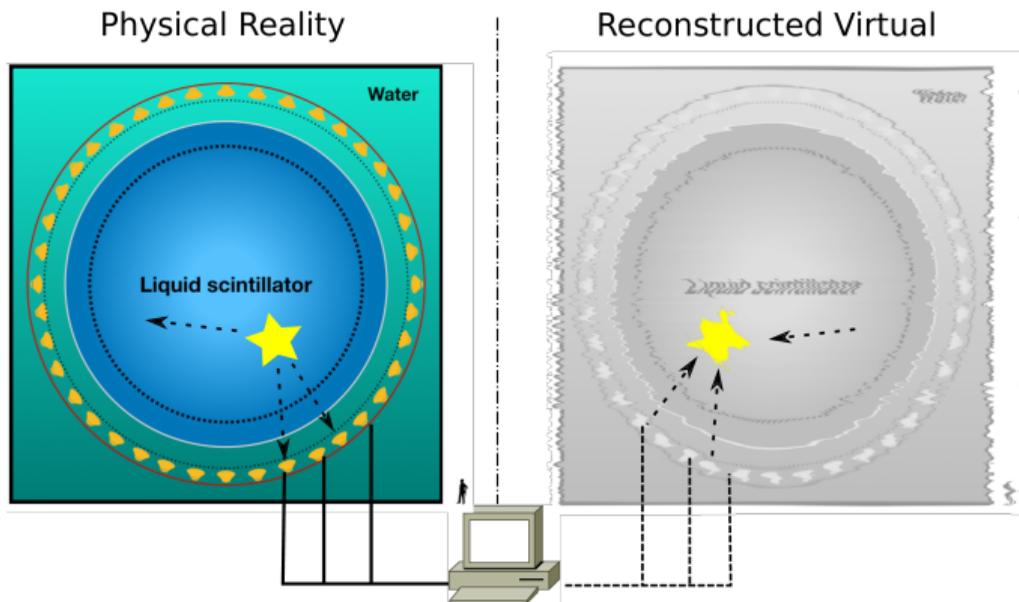
$$p(\theta_E | D, \theta_T, T) = \frac{p(D | \theta_T, \theta_E, T) p(\theta_E)}{\int p(D | \theta_T, \theta_E, T) p(\theta_E) d\theta_E}$$

重建：推断理论中的参数



- γ 的能量，位置
- ν_e 的方向
- μ 的时空径迹
- 中微子质量顺序
- θ_{13} 振荡参数

$$p(\theta_T | \theta_E, D, T) = \frac{p(D | \theta_T, \theta_E, T) p(\theta_T | \theta_E, T)}{\int p(D | \theta_T, \theta_E, T) p(\theta_T | \theta_E, T) d\theta_T}$$

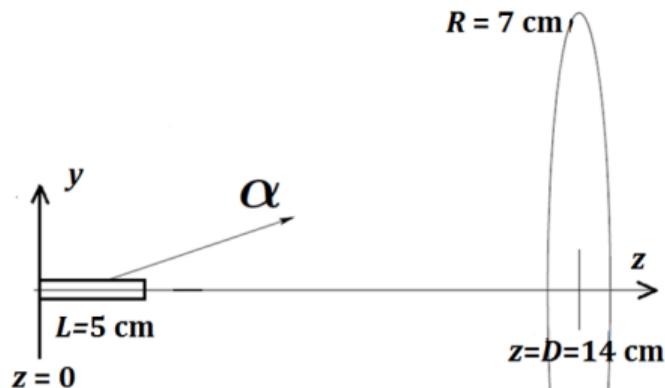


- 建立模型解释物理世界发生的现象，通过统计方法反推本质。

引例：探测效率估计

实验仪器往往很复杂

- 有一个长度为 $L = 5\text{ cm}$ 的细长棒状的 α 放射源，棒的左端位于原点，棒体与 z 轴平行。放射源在棒中均匀分布，发射的 α 粒子在空间中的角分布各向同性。
- 在 z 轴正向距离原点 $D = 14\text{ cm}$ 处放置了一个圆盘状的探测器用来记录 α 粒子，圆盘半径 $R = 7\text{ cm}$ ，轴线与 z 轴重合。



一个大积分

- α 被观察到与否，有多种因素影响
 - 棒表面的哪里出射
 - 向哪个方向出射
 - 飞行过程中有没有被碰撞，有没有被电磁场影响
 - 有没有撞到圆盘上，撞上之后有没有信号
 - 信号是不是足够大被仪器记录
- 所有因素做笛卡尔积
-只为了最终得到一个数字： α 的探测效率 $\in [0, 1]$ 。

理论引子：量子论

- 微观粒子可能的路径按照作用量叠加起来，给出量子态的概率振幅。

$$\int_{\vec{s}(t) \in S} \exp \left[-i \int \mathcal{L}(\vec{s}, \dot{\vec{s}}) dt \right] d\vec{s}$$

- 连续统无穷维积分，无严格的数学测度定义。
-只为了最终得到一个数字：观测结果出现的概率

计算积分

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是独立同分布的随机变量序列, 且 $X_n \sim U[a, b] (b > a)$, $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数。

- 提供了一种计算定积分的方法
- 用计算机产生服从 $[a, b]$ 上的均匀分布的随机数 $\{X_i\}$, 然后得随机序列 $\{f(X_i)\}$, 则:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f(X_i)$$

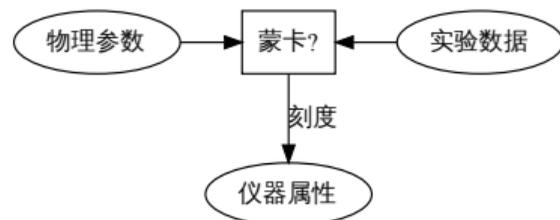
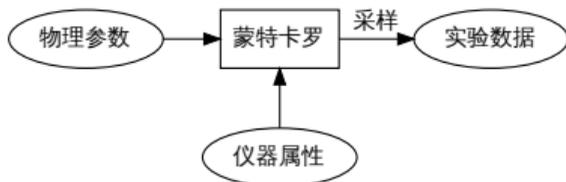
为什么随机数可以胜任?

- 自然小信息 \rightarrow 大信息复杂过程 \rightarrow 人类小信息
- 自然小信息 \rightarrow 无所不用其极的方法 \rightarrow 人类小信息

理论计算被计算机蒙特卡罗模拟替代

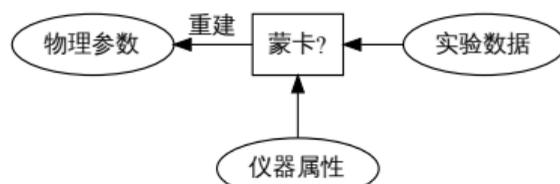
- 没有解析形式，人类无法有效运算。
- 使用程序替代理论模型，模型由程序描述。

狭义的“蒙卡”



- 代价：用采样代替了预测
- 只能“正向”前进，无法像解析式一样“掉头”。

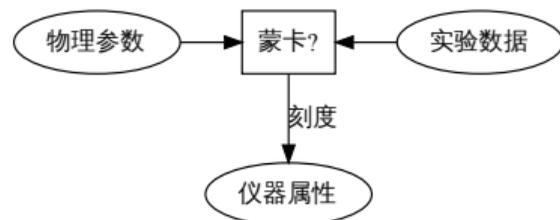
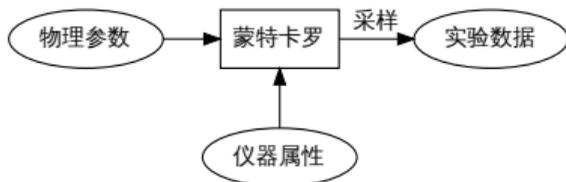
$$p(D|\theta_T, \theta_E, T)$$



理论计算被计算机蒙特卡罗模拟替代

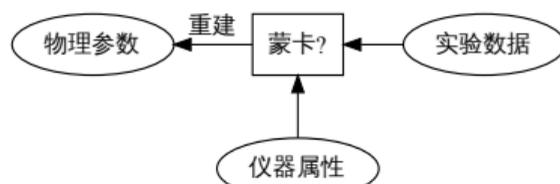
- 没有解析形式，人类无法有效运算。
- 使用程序替代理论模型，模型由程序描述。

狭义的“蒙卡”

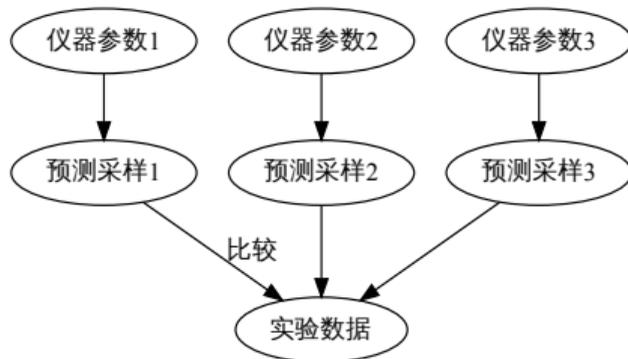
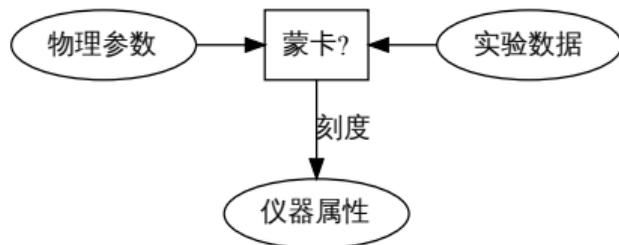


- 代价：用采样代替了预测
- 只能“正向”前进，无法像解析式一样“掉头”。

$$p(D|\theta_T, \theta_E, T)$$



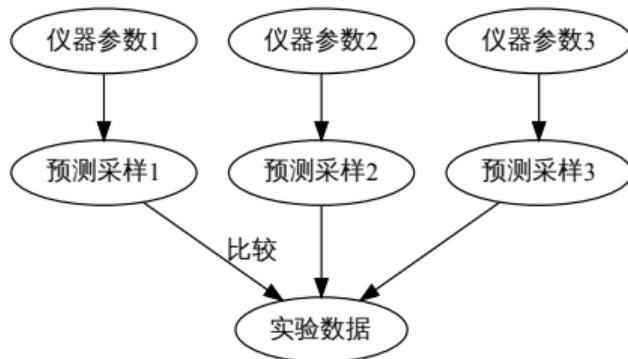
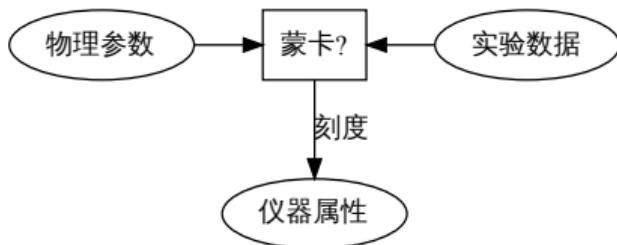
探测器刻度的分析方案



逆向蒙卡

- 散弹枪形式，穷举所有可能的仪器参数，分别用正向蒙卡预测
- 选用与实验相符的仪器参数，实现了“逆向蒙卡”。
- 好用，只是慢，但是值得

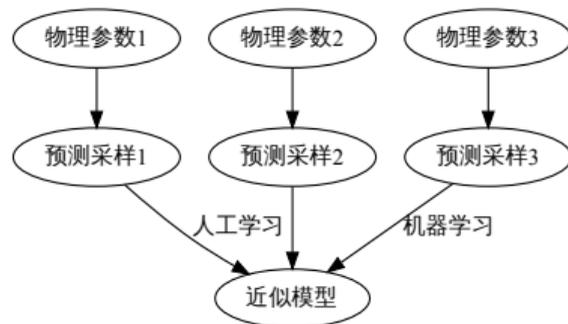
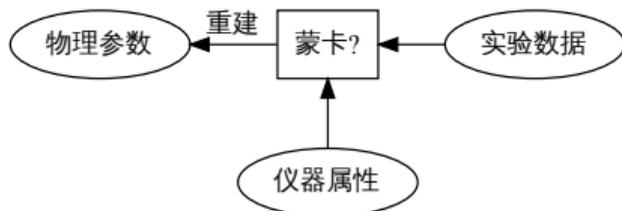
探测器刻度的分析方案



逆向蒙卡

- 散弹枪形式，穷举所有可能的仪器参数，分别用正向蒙卡预测
- 选用与实验相符的仪器参数，实现了“逆向蒙卡”。
- 好用，只是慢，但是值得

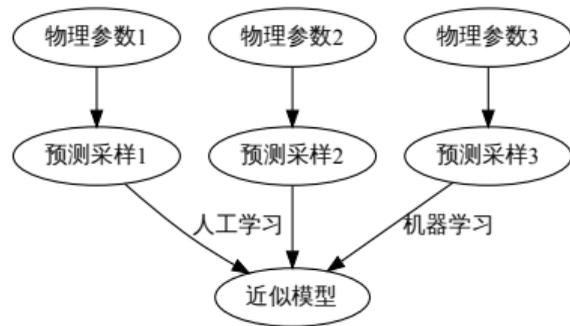
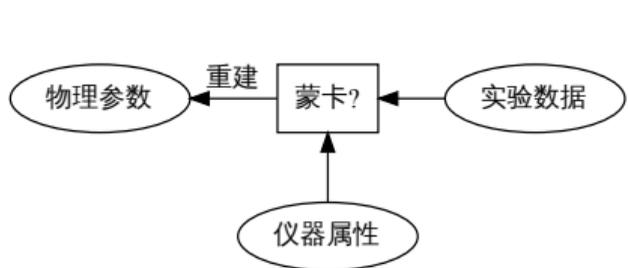
近似模型的事例重建



近似模型

- 人为寻找规律，人为概括，得到一个近似的 $p(D|\theta_T, \theta_E, T)$
 - 应用贝叶斯公式求解
- 机器寻找规律，得到一个 $(D, \theta_E, T) \rightarrow \theta_T$ 的映射，不再具有数理统计性质
 - 误差分析必须另外移植缝合

近似模型的事例重建

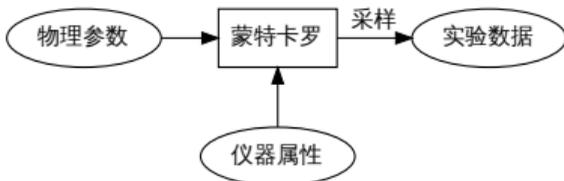


近似模型

- 人为寻找规律，人为概括，得到一个近似的 $p(D|\theta_T, \theta_E, T)$
 - 应用贝叶斯公式求解
- 机器寻找规律，得到一个 $(D, \theta_E, T) \rightarrow \theta_T$ 的映射，不再具有数理统计性质
 - 误差分析必须另外移植缝合

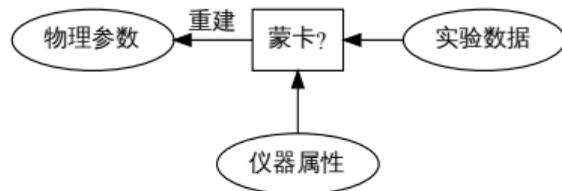
大作业安排

正向第一阶段



- 2024-07-11 – 2024-07-31
- 模拟实验测量

逆向第二阶段



- 2024-07-28 – 2024-08-17
- 分析数据
- 测量模型参数
- 黑盒分数按排名

实验测量的模拟

输入 物理对象的信息，随机因素的概率分布

输出 多阶段，最终输出为模拟的实验测量原始数据

可视化 中间结果用图表描述

采分 各阶段的实现，最终输出的正确性，作业报告

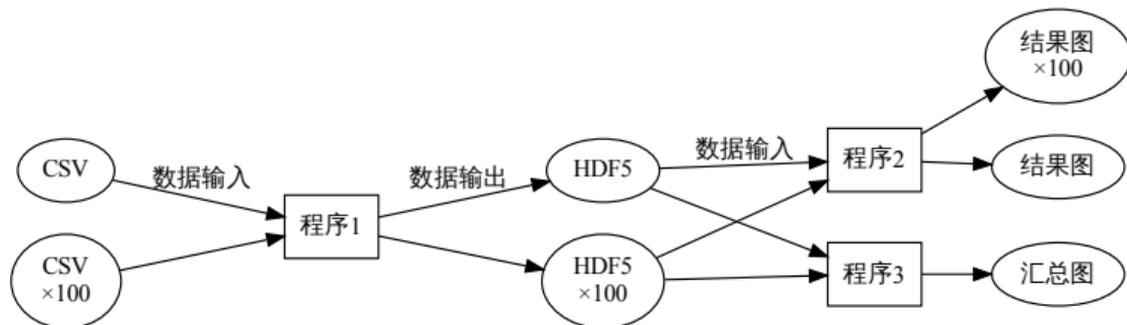
分组

- 同学们先联络好，组队信息在网络学堂提交
- 每队至多三人
 - 单人队：大作业得分 $\times 1.03$
 - 三人队：每人大作业得分 = 队伍得分 $\times 0.95$
 - 不同队伍间请勿直接交换代码
- 大作业带有较高难度的附加任务，至多在（黑盒）满分基础上加 10%。

- 物理学是实验科学
- 实验研究的两个方向：
 - ① 演绎，模拟
 - ② 分析

自定义大作业

批量处理海量数据



命令行探索之后，要将数据处理方法自动化

- 实验要调用很多命令和程序
 - 重复运行，控制变量：以不同条件多次测量，探索规律
- 处理很多数据，有很多中间结果，依赖关系复杂
- 程序有更新怎么办？数据有更新怎么办？

数据流水线的构造目标

复现 原则的要求

要记录下来以什么样的顺序和参数运行什么命令，执行什么程序。

思路和要点

- 把流程系统化输入、输出与过程三要素。
 - 而向数据编程，data-driven programming
- 系统表达输入数据、输出数据和中间结果的依赖关系，
 - 成为“可执行的说明文档”
- 高效执行，包括并行处理和整合超级计算机等。
- 错误恢复
 - 修正错误后，可以从最后一步正确的数据开始继续执行。

Make 是最佳工具

- make 工具已经有 40 多年的历史，最初用来管理 C 语言程序的编译。
 - 根据依赖关系决定命令执行顺序
- GNU make 是 GNU 运动中，对 make 进行的扩展，更适合管理数据
 - 版本 ≥ 4.3 支持 多目标规则

```
make --version
```

```
GNU Make 4.3
```

```
Built for x86_64-pc-linux-gnu
```

```
Copyright (C) 1988-2020 Free Software Foundation, Inc.
```

```
License GPLv3+: GNU GPL version 3 or later <http://gnu.org/licenses/gpl.html>
```

```
This is free software: you are free to change and redistribute it.
```

```
There is NO WARRANTY, to the extent permitted by law.
```

作用

- ① 实现 复现 要求
- ② 管理程序运行，在超级计算机上运行
- ③ 从错误中恢复

Make 要素：Makefile 对流程的定义

- 文档

```
info make  
man make
```

- GNU Make 恰好可描述数据流水线的三要素：输入、输出与程序。
- 基本结构

```
target: source  
    program source target # 必须 TAB 起始，记录如何做
```

输出目标：输入源
执行的命令 $\$^$ $\$@$

- $\$^$ 代表输入源
- $\$@$ 代表输出目标
- `make -n` 用来测试即将执行的命令。
- 基本语法单元：清晰写明输入数据，输出数据和计算方法

- Jupyter 从 IPython 的网页界面发展而来
- 安装使用
 - ① `apt install jupyter`
 - ② 配置文件
 - ③ 安装 jupyter kernel
 - ④ 本地网络测试

Jupyter 的特点

- 最强大的优势：
 - 程序与文本混合编排，literate programming，鼓励了科学结果的复现。
 - 文章和程序既然在描述同一件事，可以自然地写在一起。体现“一次”原则。
- 其它优势：
 - 图文混排
 - 支持 Python 之外的其它语言环境
- 弱点：
 - 网页上打字，没有强大的编辑器。(Emacs IPython Notebook，填补了空白)
 - 要进行高强度大规模的运算，需要与其它工具配合。不够成熟。
 - 代码的复用需要额外步骤。

- SciPy 在 NumPy 的基础上提供的数值计算算法

<code>scipy.cluster</code>	Vector quantization / Kmeans
<code>scipy.constants</code>	Physical and mathematical constants
<code>scipy.fftpack</code>	Fourier transform
<code>scipy.integrate</code>	Integration routines
<code>scipy.interpolate</code>	Interpolation
<code>scipy.io</code>	Data input and output
<code>scipy.linalg</code>	Linear algebra routines
<code>scipy.ndimage</code>	n-dimensional image package
<code>scipy.odr</code>	Orthogonal distance regression
<code>scipy.optimize</code>	Optimization
<code>scipy.signal</code>	Signal processing
<code>scipy.sparse</code>	Sparse matrices
<code>scipy.spatial</code>	Spatial data structures and algorithms
<code>scipy.special</code>	Any special mathematical functions
<code>scipy.stats</code>	Statistics

SciPy 模块举例 `scipy.integrate`

- 数值计算积分

$$\int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos \theta) d\theta$$

课堂练习：积分

- 几种方法举例
 - ① 手动矩形法
 - ② `scipy` 调库法
 - ③ 蒙特卡罗法

SciPy 模块举例 `scipy.optimize`