

清 华 大 学

综 合 论 文 训 练

题目：中微子入射钷核反应的理论
计算

系 别：物理系

专 业：物理学

姓 名：苏铂焯

指导教师：王青教授

辅导教师：续本达教授

2020年6月2日

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内 容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名： _____ 导师签名： _____ 日 期： _____

中文摘要

作为具有最大中子吸收截面的元素和 $0\nu\beta\beta$ 衰变的候选者, Gd 在中微子实验领域一直备受关注。Super-Kamiokande 将在 5 万吨水中溶入 0.2% 的硫酸钆, 届时 SK-Gd 将成为世界上最大的 Gd 探测器。本文分析了电子中微子入射 ^{160}Gd 核的反应过程, 利用从 $^{160}\text{Gd}({}^3\text{He}, t){}^{160}\text{Tb}$ 实验得到的 $B(\text{GT})$ 数据, 计算得到逆 β 衰变 $^{160}\text{Gd} + \nu \rightarrow {}^{160}\text{Tb} + e^-$ 的反应截面。由此, 计算出 20 吨天然 Gd 每年捕获不同反应源的太阳电子中微子的事件数为: $pp-\nu$, 31.3; ${}^7\text{Be}-\nu$, 92.8; $pep-\nu$, 10.8; ${}^8\text{B}-\nu$, 7.5。

进而, 讨论了 $^{160}\text{Gd}-{}^{160}\text{Tb}$ 系统的延迟符合信号, 即一个能量大于 169.3keV 的电子中微子可以使 ^{160}Gd 核跃迁到平均寿命为 60ns 的 ^{160}Tb 核激发态, 在此激发态前释放的电子和光子产生一个瞬时信号, 而此激发态退激发时释放的光子 (63.7keV) 产生一个延迟信号。据此计算了瞬时能量 $E_{\text{prompt}} > 0.2\text{MeV}$ 的截面和事件数, 说明用 $^{160}\text{Gd}-{}^{160}\text{Tb}$ 系统的延迟符合信号探测太阳中微子能谱在技术上是可行的。此外, ^{160}Gd 对如超新星遗迹中微子这样的高能中微子的捕获截面非常大。总之, ^{160}Gd 探测中微子的前景非常广阔。

关键词: Gd-160; 中微子; 逆 β 衰变; B(GT); 延迟符合

ABSTRACT

As the element that has the largest neutron absorption cross-section and a candidate for $0\nu\beta\beta$ decay, Gd has attracted much attention in the field of neutrino experiments. Super-Kamiokande will dissolve 0.2% gadolinium sulfate into 50,000 tons of water, turning it into the largest Gd detector in the world. This work analyzes the reaction of electron-neutrino scattering off ^{160}Gd nucleus, and calculate cross-section of inverse β decay $^{160}\text{Gd} + \nu \rightarrow ^{160}\text{Tb} + e^-$ using $B(\text{GT})$ values from the $^{160}\text{Gd} (^3\text{He}, t)^{160}\text{Tb}$ experiment. Event number of 20 tons of nature Gd capturing solar electron-neutrinos from different sources is then calculated to be: $pp-\nu$, 31.3; $^7\text{Be}-\nu$, 92.8; $pep-\nu$, 10.8; $^8\text{B}-\nu$, 7.5.

Moreover, this work discusses a delayed-coincidence method to perform solar neutrino spectroscopy in the ^{160}Gd - ^{160}Tb system. An electron-neutrino possessing energy greater than 169.3keV can be captured on Gd and produce a daughter Tb nucleus at its first excited state with a mean lifetime of 60 ns. The released electron and gammas before the first excited state of Tb can generate a prompt signal and the gamma from the deexcitation of the first excited state can give a delayed signal. Cross-section and event number with $E_{\text{prompt}} > 0.2\text{MeV}$ are calculated, which indicates that this method is technically applicable for solar neutrino spectroscopy. Besides, cross-section of ^{160}Gd capturing neutrinos with high energy is very large covering promising application of Supernova relic neutrino search. In conclusion, it's promising to detect neutrinos with ^{160}Gd .

Keywords: Gd-160; neutrino; inverse beta decay; B(GT); delayed coincidence

目 录

第 1 章 引言	1
1.1 太阳中微子	1
1.1.1 太阳中微子和核与天体粒子物理学.....	1
1.1.2 太阳中微子的产生	1
1.1.3 中微子振荡	3
1.2 利用逆 β 衰变探测太阳中微子.....	4
第 2 章 逆 β 衰变	5
2.1 β 衰变	5
2.2 β 衰变的选择定则	5
2.3 ^{160}Gd 的逆 β 衰变.....	6
第 3 章 逆 β 衰变的核响应	8
3.1 费米响应的计算.....	8
3.2 伽莫夫-泰勒响应的计算	8
3.2.1 利用 ft 值计算	8
3.2.2 利用强子电荷交换反应计算.....	9
第 4 章 ^{160}Gd 的中微子捕获率.....	14
4.1 物理常量	14
4.2 太阳中微子计算能谱	14
4.3 费米函数	16
4.4 中微子捕获率	17
第 5 章 结论与讨论.....	19
5.1 ^{160}Gd 捕获中微子信号检测.....	19
5.2 误差分析	20
插图索引	22
表格索引	23

公式索引	24
参考文献	26
致 谢	28
声 明	29
附录 A 外文资料的调研阅读报告	30
在学期间参加课题的研究成果.....	34

主要符号对照表

ν	中微子
$\bar{\nu}$	反中微子
p	质子
n	中子
e^+	正电子
e^-	电子
β 粒子	电子或正电子
l	轻子
γ	光子
d	氘
t	氚
H	氢
He	氦
Li	锂
Be	铍
B	硼
C	碳
N	氮
O	氧
F	氟
Cl	氯
Ar	氩
K	钾
Ca	钙
Se	硒
In	铟
Sn	锡
Gd	钆
Tb	铽

Dy	镝
Ho	铥
S	强相互作用
W	弱相互作用
σ	自旋
τ	同位旋
f	末态
i	初态
N	中子数
Z	质子数
A	质量数
L	轨道角动量
J	核自旋角动量量子数
\mathbf{J}	核自旋角动量
s	轻子自旋角动量
π	宇称量子数
T	同位旋量子数
T_3	同位旋第三分量量子数
m	质量
E	能量
K	动能
p	动量
q	动量转移
μ	约化质量
H	哈密顿量
k	波数
σ	反应截面
Ω	立体角
f	库仑修正因子
t	半衰期
R	原子核半径
G_F	费米常数
θ_C	Cabibbo 角

g_A	轴矢量耦合常数
g_V	矢量耦合常数
N_A	阿伏伽德罗常数
\hbar	约化普朗克常量
α	精细结构常数
π	圆周率
eV	电子伏
keV	千电子伏
MeV	兆电子伏
GeV	千兆电子伏
mm	毫米
cm	厘米
s	秒
mg	毫克
msr	毫球面度
mol	摩尔
IAS	同位旋相似态 (Isobaric Analogue State)
IAR	同位旋相似共振 (Isobaric Analogue Resonance)
GTR	GT 巨共振 (GT Giant Resonance)
RCNP	核物理研究中心 (Research Center for Nuclear Physics)
RENO	中微子振荡反应堆实验 (Reactor Experiment for Neutrino Oscillation)

第 1 章 引言

1.1 太阳中微子

1.1.1 太阳中微子和核与天体粒子物理学

太阳中微子为研究核与天体粒子物理学提供了极好的机会。在天体核物理学、中微子振荡的粒子物理学和太阳中微子逆 β 衰变探测涉及的核物理学中都对其进行了讨论^[1]。

太阳中微子是通过太阳中的核弱过程产生的。太阳产生的核能是强相互作用导致的核结合能，但能量产生的速率却受核弱相互作用的控制。太阳中微子的能量和强度依赖于相关的原子核的强过程和弱过程，因此也依赖于太阳的密度和温度。所以，太阳中微子是研究太阳内部的独特探针，因为它可以穿透太阳到达地球。对太阳中微子进行的实验研究，使人类有可能通过太阳内部的核强过程和弱过程，直接研究太阳能产生的机制。

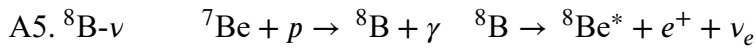
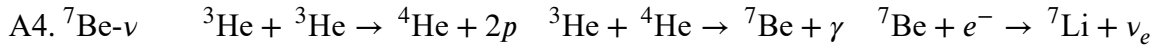
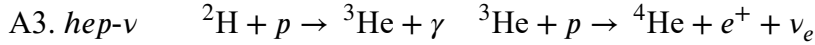
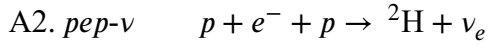
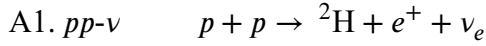
太阳中微子的粒子物理学方面关注的是超出标准模型的中微子物理。太阳也是中微子物理研究的一个独特对象。太阳与地球之间的长距离和太阳的大质量可以用来研究中微子味的真空和物质振荡。太阳的巨大电磁场则可以用来研究太阳中微子可能的电磁矩。

太阳中微子涉及的核与天体物理学包括与太阳中微子产生有关的低能核反应以及在探测太阳中微子的逆 β 衰变中的核响应。逆 β 衰变是相当敏感的探测太阳中微子的方法。

1.1.2 太阳中微子的产生

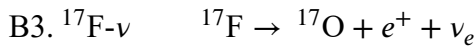
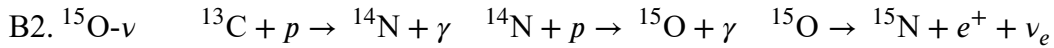
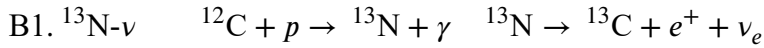
在太阳中，电子中微子是在产生太阳能的热核反应中产生的。这些反应通过 pp 链和 CNO 循环两个主链发生，具体核过程如下所示^[1]。

A. pp 链过程



完整的 pp 链过程由后继反应 ${}^7\text{Li} + p \rightarrow 2 {}^4\text{He}$ 和 ${}^8\text{Be}^* \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$ 完成。

B. CNO 循环



${}^{15}\text{O}$ 衰变产生的 ${}^{15}\text{N}$ 通过 ${}^{15}\text{N} + p \rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^4\text{He}$ 变成 ${}^{12}\text{C}$ 和 ${}^4\text{He}$ 。

在这些弱过程中, $pep-\nu$ 和 ${}^7\text{Be}-\nu$ 是由电子捕获过程产生的, 表现为线谱; 其他中微子是由 β 衰变产生的, 表现为连续谱。太阳中微子强度和最大能量如表 1.1 所示, 能谱如图 1.1 所示。太阳中微子最主要的组分是低能 $pp-\nu$ 和 ${}^7\text{Be}-\nu$ 。 ${}^8\text{B}-\nu$ 则由于其高能量和较大的核响应扮演着特殊的地位。

表 1.1 两种太阳标准模型的中微子通量, 及相关不确定性 (对不对称的不确定性进行平均后得到)。第五列的值来自 Borexino Collaboration 利用所有可用数据进行的亮度约束分析。数据来源文献 [2]。

中微子源	最大能量 (MeV)	GS98-SFII	AGSS09-SFII	太阳	单位 ($/\text{cm}^2\text{s}$)
$pp-\nu$	0.42	$5.98(1 \pm 0.006)$	$6.03(1 \pm 0.006)$	$6.05(1^{+0.003}_{-0.011})$	10^{10}
$pep-\nu$	1.44	$1.44(1 \pm 0.012)$	$1.47(1 \pm 0.012)$	$1.46(1^{+0.010}_{-0.014})$	10^8
${}^7\text{Be}-\nu$	0.86(90%) 0.38(10%)	$5.00(1 \pm 0.07)$	$4.56(1 \pm 0.07)$	$4.82(1^{+0.05}_{-0.04})$	10^9
${}^8\text{B}-\nu$	~ 15	$5.58(1 \pm 0.14)$	$4.59(1 \pm 0.14)$	$5.00(1 \pm 0.03)$	10^6
$hep-\nu$	18.77	$8.04(1 \pm 0.30)$	$8.31(1 \pm 0.30)$	—	10^3
${}^{13}\text{N}-\nu$	1.20	$2.96(1 \pm 0.14)$	$2.17(1 \pm 0.14)$	≤ 6.7	10^8
${}^{15}\text{O}-\nu$	1.73	$2.23(1 \pm 0.15)$	$1.56(1 \pm 0.15)$	≤ 3.2	10^8
${}^{17}\text{F}-\nu$	1.74	$5.52(1 \pm 0.17)$	$3.40(1 \pm 0.16)$	≤ 59	10^6
χ^2/P^{agr}		3.5/90%	3.4/90%		

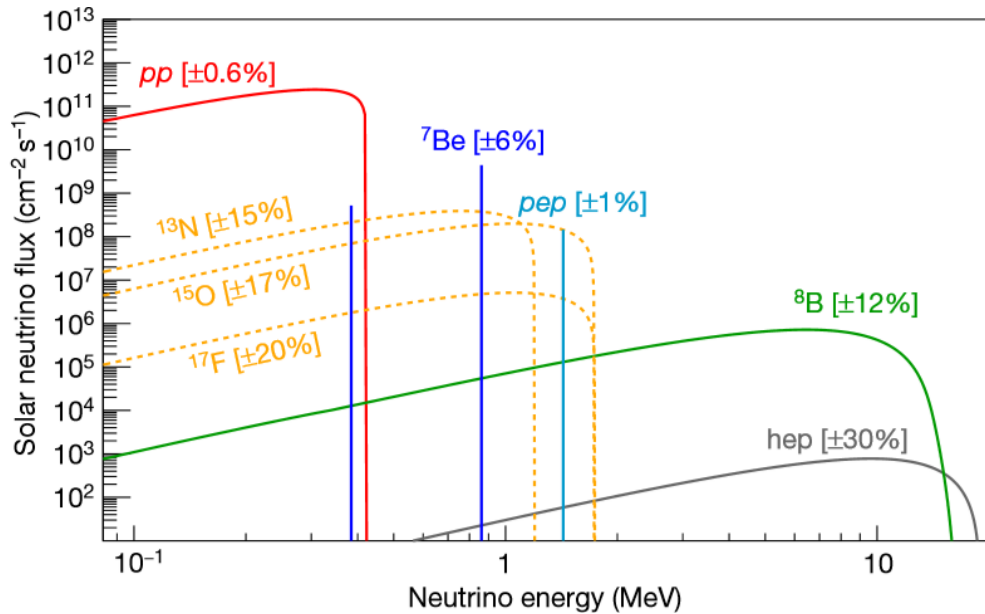


图 1.1 太阳中微子能谱。连续谱的纵轴单位是 $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{MeV}^{-1}$ 。插图来源文献 [3]。

1.1.3 中微子振荡

不同的中微子状态之间的振荡是可能的，如果以下两个条件满足：A. 耦合到电子中微子的中微子本征态中至少有一个具有非零质量；B. 在弱相互作用衰变中产生的中微子状态不是具有确定质量的状态，也就是说，不是自由哈密顿量的本征态^[4]。在与特定的带电轻子有关的弱相互作用衰变中产生的中微子状态称为味道本征态。味道本征态是质量本征态的线性组合，质量本征态可以将自由哈密顿量对角化。

电子中微子的波函数可以展开为质量本征态的波函数的线性叠加。不同的质量本征态运动速度不同，这导致展开系数的相对相位随时间变化。随着观察时间的变化，探测到电子中微子本征态的概率也发生变化。

对于太阳中微子问题，真空振荡不太可能是答案，因为其要求的混合是巨大的。为了得到真空振荡在太阳中微子通量上的巨大效应，需要对中微子质量关系、中微子平均能量以及日地距离这些参数进行微调。另外，混合角必须比已知的夸克混合角大得多，虽然这并非没有可能，但这不是一个吸引人的情形。

电子中微子在太阳中散射电子所产生的效应，可以使其几乎完全转变成另一种味道的中微子，这个过程被称为 MSW 效应。不再需要对参数的微调：MSW 效应对中微子参数要求很宽松，在很大范围内都有可能。混合角和质量差可以有量级的变化，而仍然不超出可以解决太阳中微子问题的参数域中。

味道振荡要求轻子味道不守恒以及至少一种味道的中微子有质量。这两个要求并不奇怪，事实上，有一些研究得很透彻的大统一理论就满足要求。包含中微子振荡的拓展电弱模型暗示，一些中微子有着 $10^{-6} \sim 10^1 \text{eV}$ 的质量。

根据 Borexino Collaboration 的结果^[3]，电子中微子存活概率为： $pp-\nu$ ， ${}^7\text{Be}-\nu$ ， ${}^{13}\text{N}-\nu$: 0.54； $pep-\nu$ ， ${}^{15}\text{O}-\nu$ ， ${}^{17}\text{F}-\nu$: 0.50； ${}^8\text{B}-\nu$: 0.36。

1.2 利用逆 β 衰变探测太阳中微子

来自 pp 反应的低能 ($\sim 0.4\text{MeV}$) 太阳中微子通量预测被认为是独立于天文学不确定性的，而只要求核聚变是太阳中基础的能量产生机制和中微子是稳定的这两个原理^[5]。高能 ($5 \sim 10\text{MeV}$) 中微子预测更严格地依赖于太阳内部模型，所以明确建立物理基础的有效性的实验，也就是主要对低能 pp 中微子敏感的实验，其必要性日益迫切。

从对低能中微子敏感出发，许多逆 β 衰变是合适的候选者。2001 年，文献 [6] 提出，当时唯一已知的可用于实时低阈值测量太阳中微子光谱的反应是 ${}^{115}\text{In} \rightarrow {}^{115}\text{Sn}$ ，但 ${}^{115}\text{In}$ 有天然放射性。而 ${}^{82}\text{Se}$ ， ${}^{160}\text{Gd}$ 和 ${}^{176}\text{Yb}$ 探测器既可以做到实时低阈值，又没有严重的放射污染。其中，成吨的 ${}^{82}\text{Se}$ 有化学毒性。而 ${}^{176}\text{Yb}$ 主要对高能中微子敏感，在低能中微子方面，则是 ${}^{160}\text{Gd}$ 更敏感。

本文将分析中微子入射 ${}^{160}\text{Gd}$ 核的反应过程，计算逆 β 衰变 ${}^{160}\text{Gd} + \nu \rightarrow {}^{160}\text{Tb} + e^-$ 的反应截面，从而得到 ${}^{160}\text{Gd}$ 对太阳中微子的捕获率，并讨论其对中微子捕获信号的检测。

作为具有最大中子吸收截面的元素和 $0\nu\beta\beta$ 衰变的候选者，钆的身影遍布各大中微子探测器，例如，韩国的 RENO 和大亚湾中微子探测器。Super-Kamiokande 即将在 5 万吨水中溶入 0.02% (第一阶段) 到 0.2% (第二阶段) 的硫酸钆，而第一阶段目标将在 2020 年完成^[7]。SK-Gd 即将成为世界上最大的 Gd 探测器，而本文的计算，也能为其对太阳中微子的探测提供参考。

第 2 章 逆 β 衰变

2.1 β 衰变

β 衰变是指原子核自发地放射出 β 粒子或俘获一个轨道电子而发生的转变。 β 衰变有三种类型^[8]。

β^- 衰变:



β^+ 衰变:



轨道电子俘获:



其中 X 和 Y 分别表示母核和子核或相应的核素。

β 衰变的本质是原子核中的一个中子衰变成质子，或一个质子和电子反应产生中子。即:

β^- 衰变:



β^+ 衰变:



轨道电子俘获:



2.2 β 衰变的选择定则

β 衰变可以根据跃迁矩阵元的大小分类。将矩阵元中的指数项展开为级数时，如果第一项有贡献，则称为容许跃迁，其特点是轻子带走的轨道角动量 $L = 0$ ^[8]。

本文仅讨论容许跃迁。

容许跃迁服从一定的选择定则：

$$\begin{cases} \Delta J = 0, \pm 1, \\ \Delta \pi = +1, \end{cases} \quad (2-7)$$

$\Delta J = J_i - J_f$ 代表母核和子核的自旋变化， $\Delta \pi = \pi_i \pi_f$ 代表母核和子核的宇称变化。选择定则是由衰变过程中的守恒定律得到的。

根据角动量守恒

$$\mathbf{J}_i = \mathbf{J}_f + \mathbf{s}, \quad (2-8)$$

\mathbf{J}_i , \mathbf{J}_f 和 \mathbf{s} 分别代表母核、子核和轻子的自旋角动量。轻子自旋等于电子和中微子自旋之和。电子和中微子的自旋均为 $1/2$ ，其和只有两种可能性：为 0，即二者自旋反平行；为 1，即二者自旋平行。

二者自旋反平行时，即为费米（F）跃迁，对应的选择定则为 F 选择定则

$$\Delta J = 0. \quad (2-9)$$

二者自旋平行时，即为伽莫夫-泰勒（GT）跃迁，对应的选择定则为 GT 选择定则

$$\Delta J = 0, \pm 1. \quad (2-10)$$

但是，初态自旋为 0 的 GT 跃迁，根据矢量相加的规则， ΔJ 只能是 1。因此， $0 \rightarrow 0$ 跃迁只能是 F 跃迁，即纯 F 跃迁。

对于宇称选择定则，则不能简单地由宇称守恒定律得到。这是由于 β 衰变中宇称不守恒。但是，在非相对论处理中，可以认为原子核宇称的变化等于轻子带走的轨道宇称，对于容许跃迁，即原子核宇称不变，因此得到

$$\Delta \pi = +1. \quad (2-11)$$

2.3 ^{160}Gd 的逆 β 衰变

本文所讨论的逆 β 衰变，指的是轨道电子俘获（式 2-3）的逆过程。即



其本质为

$$n + \nu \rightarrow p + e^{-}. \quad (2-13)$$

逆 β 衰变服从的选择定则和 β 衰变一致。

^{160}Gd 的基态自旋宇称为 $J^{\pi} = 0^{+}$, 根据第 2.2 节中的讨论, 容许跃迁的末态自旋宇称为 $J^{\pi} = 0^{+}, 1^{+}$ 。那么对于 ^{160}Tb , 符合要求的能级如表 2.1 所示, 其中能级由文献 [9] 中给出的实验数据确定, 其实验原理在第 3.2.2.2 节中详细介绍, 具体数值则是在文献 [10] 中查找的对应最新值。易知对于反应 $^{160}\text{Gd} \rightarrow ^{160}\text{Tb}$, $0 \rightarrow 0$ 跃迁是纯 F 跃迁, $0 \rightarrow 1$ 跃迁则是纯 GT 跃迁。

表 2.1 $^{160}\text{Gd} \rightarrow ^{160}\text{Tb}$ 容许跃迁末态

J^{π}	$E_x(\text{keV})$	J^{π}	$E_x(\text{keV})$
1_1^{+}	138.735	1_4^{+}	571.555
0^{+}	222.629	1_5^{+}	664.669
1_2^{+}	232.780	0_{IAS}^{+}	15019 ± 6
1_3^{+}	478.225		

第 3 章 逆 β 衰变的核响应

通过逆 β 衰变捕获太阳中微子的过程可以写作

$${}^A_Z\text{X} + \nu \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{Y}_j + e^-, \quad (3-1)$$

其中 ${}^A_{Z+1}\text{Y}_j$ 是子核的第 j 个能级。中微子捕获截面为

$$\sigma(j) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C}{\pi} p_e E_e F(Z+1, E_e) \left[B_j(\text{F}) + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_j(\text{GT}) \right], \quad (3-2)$$

其中 p_e 和 E_e 分别是电子的动量和能量， g_A/g_V 是轴矢量耦合常数与矢量耦合常数之比， $F(Z+1, E_e)$ 是费米函数， $B_j(\text{F})$ 和 $B_j(\text{GT})$ 则分别是反应的费米响应和伽莫夫-泰勒（GT）响应^[1]。

3.1 费米响应的计算

根据第2.3节的讨论， ${}^{160}\text{Gd} \rightarrow {}^{160}\text{Tb}$ 的 $0 \rightarrow 0$ 跃迁是纯 F 跃迁，且末态能级为 $15019 \pm 6\text{keV}$ 的跃迁是同位旋相似态（Isobaric Analogue State, IAS）间的跃迁^[9]。由于同位旋对称性，IAS 是一个尖锐的共振态（Isobaric Analogue Resonance, IAR）。其费米响应可以由理论推导

$$B_{\text{IAS}}(\text{F}) = 2T, \quad (3-3)$$

其中 $T = |N - Z|/2$ 是母核的同位旋^[1]。这样，就可以算出 $B_{\text{IAS}}(\text{F}) = 32$ 。由于 IAR 吸收了绝大部分带电核同位旋响应的强度，其他能级的费米响应可视作 0。

3.2 伽莫夫-泰勒响应的计算

3.2.1 利用 f_t 值计算

一般而言，子核的基态可以通过轨道电子俘获或 β^+ 衰变跃迁到母核的基态^[1]。这一过程的衰变速率为

$$T(0) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi^3} f \left[B_Y(\text{F}) + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_Y(\text{GT}) \right], \quad (3-4)$$

其中 $B_Y(F)$ 和 $B_Y(GT)$ 是 β 衰变 $Y \rightarrow X$ 的费米响应和 GT 响应。 f 是库仑修正因子，在 β^+ 衰变中依赖于 Z ，在轨道电子俘获中依赖于 $Z + 1$ 。衰变速率也可以用半衰期 t 表示，即 $T(0) = \ln 2/t$ 。这样， β 衰变响应就可以由 ft 值表示为

$$\left[B_Y(F) + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_Y(GT) \right] = \frac{6127s}{ft}. \quad (3-5)$$

但是，很多元素的 ft 值无法在实验中测定，因此往往需要用到一些技巧来得到 ft 值。

3.2.1.1 利用系统学估计 ft 值

Raghavan^[5] 在 1976 年提出，可以由核子数为 113、117、119 和 121 的 Sn 同位素最低的 $\frac{7}{2}^+$ 能级到 In 同位素最低的 $\frac{9}{2}^+$ 能级跃迁的 ft 值，得到其对核子数的依赖关系，从而估计 ^{115}Sn 基态到 ^{115}In 基态的 ft 值。该方法的误差大约为 10%。

但是，对于 $^{160}\text{Tb} \rightarrow ^{160}\text{Gd}$ ，其他偶核子数的 Tb 同位素与 Gd 同位素的相应能级间的跃迁 ft 值数据也是缺失的，所以无法使用这种方法。

3.2.1.2 利用镜像反应得到 ft 值

Bahcall 和 Barnes^[11] 在 1964 年提出， $^{37}\text{Ca} \rightarrow ^{37}\text{K} + e^+ + \nu$ 是 $^{37}\text{Cl} + \nu \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$ 的镜像反应。计算 ^{37}Cl 对中微子的捕获时必须用到的矩阵元，可以由 ^{37}Ca 衰变的寿命和分支比来确定。

这种方法同样无法用于 $^{160}\text{Tb} \rightarrow ^{160}\text{Gd}$ ，因为显然，其镜像反应要求的母核和子核不能稳定存在。

3.2.2 利用强子电荷交换反应计算

3.2.2.1 强子电荷交换反应的特性

利用核自旋同位旋作用 H_α^S 引起的强子核反应，可以研究核弱作用 H_α^W 的核自旋同位旋响应， $\alpha = F, GT$ 分别对应费米和 GT 响应^[1]。它们可以表示为

$$T_\alpha^S = |\langle B | H_\alpha^S | A \rangle|^2 \quad a + A \rightarrow b + B, \quad (3-6)$$

$$T_\alpha^W = |\langle B | H_\alpha^W | A \rangle|^2 \quad \nu + A \rightarrow l + B, \quad (3-7)$$

其中 a 和 b 分别指入射粒子和散射粒子， A 和 B 则分别指靶核和残余核。

通过选择合适的反应道和动力学条件，可以研究对特定自旋同位旋道的核弱响应。

强子核反应为 B 的基态和激发态提供核响应。使用的入射粒子动能 E_a 一般为 $E_a = 100 \sim 500\text{MeV}$ ，而与目前的中微子核响应有关的原子核状态的激发能只有 $1 \sim 30\text{MeV}$ 的量级。因此，需要强子核反应的运动学不太依赖于激发能。

当 a 和 b 带不同电荷数时，可以通过电荷交换反应研究带电流弱响应；当 a 和 b 是相同的粒子时，可以通过弹性和非弹性散射研究中性流弱响应。

同位旋（矢量）响应和自旋同位旋（轴矢量）响应分别通过同位旋矢量无自旋翻转和同位旋矢量自旋翻转反应研究。用电荷交换反应可以研究 $L = 0$ 的费米型和 GT 型响应，以及 $L \geq 1$ 的多极自旋同位旋响应。

核自旋同位旋模式的强子反应对核自旋同位旋作用很敏感。核同位旋作用 V_τ 在中等能量 $E_a = 100 \sim 250\text{MeV}$ 下变小，而核自旋同位旋作用 $V_{\sigma\tau}$ 基本不随能量变化。因此，自旋同位旋激发在中等能量的电荷交换反应中占主导地位^[1]。

轻子过程如中微子核响应涉及的动量转移 q 很小，接近 0，而强子过程涉及的必然是相当大的动量。通过使用能量远远高于反应 Q 值的中等能量入射粒子，可以从强子反应在散射角为 0 的截面得到 $q \sim 0$ 的核响应。

事实上，与像中微子和电子这样的轻子相比，强子探针被原子核的势扭曲。使用的核反应主要是单步直接反应。然而，也可能包含一些两步或多步过程。通过使用每个核子带中等能量 $100 \sim 200\text{MeV}$ 的简单入射粒子，可以最小化这些扭曲和多步效应。

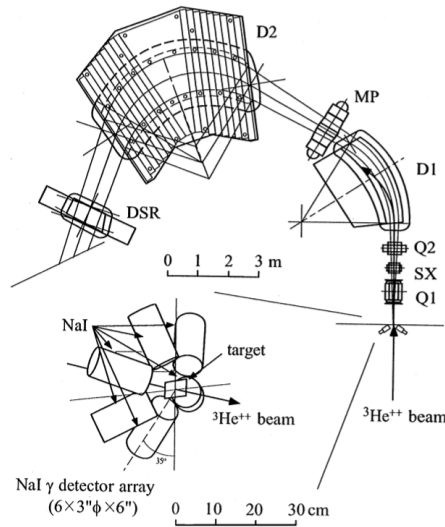
强过程的核反应截面 $\sigma_S \simeq 10^{-25}\text{cm}^2$ ，是其几何截面的十分之一。而弱过程的核反应截面只有 $\sigma_W \simeq 10^{-45}\text{cm}^2$ 的量级。因此，对各种靶核进行强子核反应可以实现对薄靶的高统计和高能量分辨率研究^[1]。

核反应 $a + A \rightarrow b + B$ 涉及强相互作用响应的两个部分，一个是入射粒子部分的 t_{ab}^S ，另一个是靶核部分的 T_{AB}^W 。为了研究与核弱过程 $\nu + A \rightarrow l + B$ 相关的核自旋同位旋响应 T_{AB}^W ， t_{ab}^S 必须简单、已知，而且要大。

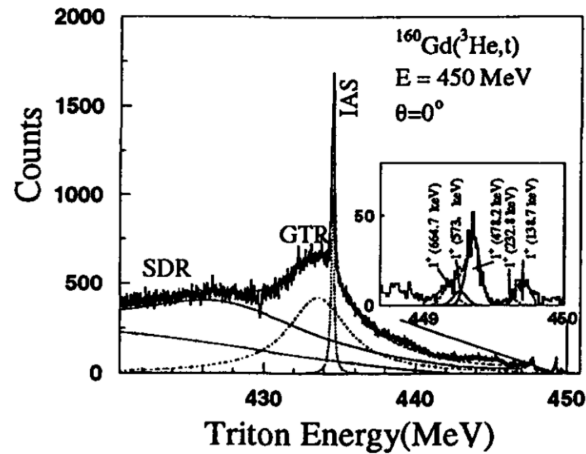
3.2.2.2 $^{160}\text{Gd}({}^3\text{He}, t){}^{160}\text{Tb}$ 实验

为了研究大质量范围内的核自旋同位旋反应，在大阪 RCNP 用高分辨能谱仪（如图 3.1(a)）测量了 $E({}^3\text{He})/3 = 150\text{MeV}$ 的中等能量 $({}^3\text{He}, t)$ 反应。该能谱仪具有 $\Delta E/E \sim 10^{-4}$ 的极好能量分辨率和 6msr 的大立体角^[12]。

在 $^{160}\text{Gd}({}^3\text{He}, t){}^{160}\text{Tb}$ 实验中，入射的 ${}^3\text{He}^{++}$ 束和进入能谱仪的反应产物都设置在 0° ，使用的金属靶是含量为 97.8%、密度为 $3.0\text{mg}/\text{cm}^2$ 的 ^{160}Gd ^[9]。450MeV 的 ${}^3\text{He}^{++}$ 通过能谱仪入口狭缝的小孔，向内弯曲，而后由于第一个偶极磁铁（D1）



(a) RCNP 高分辨能谱仪平面图，来源文献 [1]。D1 和 D2：偶极磁体；Q1 和 Q2：四极磁体；SX：六极磁体；DSR：用于自旋旋转的偶极磁体；MP：多极场磁体。



(b) $E(^3\text{He})/3 = 150\text{MeV}$ 的 $^{160}\text{Gd}(^3\text{He},t)^{160}\text{Tb}$ 实验散射角为 0° 的氚能谱，来源文献 [9]。

图 3.1 $^{160}\text{Gd}(^3\text{He},t)^{160}\text{Tb}$ 实验

的磁刚度较低而停留在它内部的法拉第杯中。对氚粒子的分析由能谱仪进行。在由两个多线漂移腔 (Multi-Wire-Drift-Chambers, MWDCs) 和两个 ΔE 塑料闪烁计数器组成的焦平面探测器系统中检测到氚粒子， ΔE 计数器的信号用于粒子识别和触发粒子事件，MWDCs 给出氚的散射角和到达焦平面的位置信息。

因为到达最低 1^+ 态的 $^{160}\text{Gd}(^3\text{He},t)^{160}\text{Tb}$ 反应 Q 值只有不到 0.3MeV ，摄谱仪的焦平面探测器的极好粒子识别需要避免由原子电荷交换过程 $^3\text{He}^{++} \rightarrow ^3\text{He}^+$ 产生的巨大本底。出于这个目的，在两个厚度为 10mm 的 ΔE 计数器前，增加了

一个厚度为 1mm 的塑料闪烁计数器用于粒子识别。前面的计数器很薄，是为了避免闪烁体本身的反应产生的氚粒子。在之前的实验中，由于引入了 $^3\text{He}^+$ 粒子，氚的产率大大降低^[9]。排除原子电荷交换过程 $^3\text{He}^{++} \rightarrow ^3\text{He}^+$ 后，可以得到一个很好的能谱（如图 3.1(b)）。

为了获得 100keV 左右的高能量分辨率，在从 $K = 400\text{MeV}$ 环回旋加速器到靶位置的粒子束传输系统中安装了一个能量限定狭缝，在粒子束线的第一个束聚焦位置设置了一个图像限定狭缝。为了获得较高的测量分辨率，采用了能谱仪和粒子束线的色散匹配技术。总共的能量分辨率是 $\Delta E = 100 \sim 140\text{keV}$ 。这个分辨率足以获得 ^{160}Gd 中较低 GT 态的截面值。

在质量相近的元素中，对从 ^{164}Dy 到 ^{164}Ho 的跃迁研究得较为清楚，其 $B(\text{GT})$ 可以由 ft 值计算出。为了得到可靠的 $B(\text{GT})$ 值，还测量了 450MeV 下的 $^{164}\text{Dy} (^3\text{He}, t) ^{164}\text{Ho}$ 实验，从而对观察到的 1^+ 态的 $B(\text{GT})$ 值进行校准。

从图 3.1(b)中可以看出，较低的 1^+ 能级的跃迁强度很小，为了得到它们的跃迁强度，用高斯型拟合平台峰。到 GT 态和 IAS 的激发强度可以表示为

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{GT}}} \right)_{(q \sim 0)} = \left(\frac{\mu}{\pi \hbar^2} \right)^2 \left(\frac{k_f}{k_i} \right) N_{\sigma\tau}^D |J_{\sigma\tau}|^2 B(\text{GT}), \quad (3-8)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{F}}} \right)_{(q \sim 0)} = \left(\frac{\mu}{\pi \hbar^2} \right)^2 \left(\frac{k_f}{k_i} \right) N_{\tau}^D |J_{\tau}|^2 B(\text{F}), \quad (3-9)$$

其中 $J_{\sigma\tau}$ 和 J_{τ} 是等效相互作用核心部分的体积分， $N_{\sigma\tau}^D$ 和 N_{τ}^D 是扭曲效应因子。利用 $^{164}\text{Dy} (^3\text{He}, t) ^{164}\text{Ho}$ 反应，可以校准相互作用强度的比值

$$\frac{N_{\sigma\tau}^D |J_{\sigma\tau}|^2}{N_{\tau}^D |J_{\tau}|^2} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{GT}} B(\text{GT})}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{IAS}} B(\text{F})} = 7.44 \pm 0.79, \quad (3-10)$$

其中用到了从 ^{164}Dy 到 ^{164}Ho 的跃迁数据 $B(\text{GT}) = 0.293 \pm 0.006$ ， $B(\text{F}) = N - Z = 32$ 和 $\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{GT}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{IAS}}} = 0.068 \pm 0.007$ ^[9]。从而得到 $B(\text{GT})$ 和 $B(\text{F})$ 的关系

$$B(\text{GT}) = B(\text{F}) \frac{1}{7.44} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{GT}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{IAS}}}, \quad (3-11)$$

其中 $B(\text{F}) = 32$ （第 3.1 节）， $\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{GT}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{IAS}}}$ 则从 0° 的 $(^3\text{He}, t)$ 能谱中得到，如

表 3.1。

表 3.1 $^{160}\text{Gd} (^3\text{He}, t) ^{160}\text{Tb}$ 得到的 $B(\text{GT})$ 值

J^π	$E_x(\text{keV})$	$B(\text{GT})$ 或 $B(\text{F})$
1_1^+	138.735	0.054 ± 0.009
1_2^+	232.780	0.014 ± 0.002
1_3^+	478.225	0.16 ± 0.03
1_4^+	571.555	0.021 ± 0.004
1_5^+	664.669	0.031 ± 0.005
0_{IAS}^+	15019 ± 6	32

第 4 章 ^{160}Gd 的中微子捕获率

4.1 物理常量

表 4.1 中是本文计算中用到的物理常量，数据来源是文献 [13] 和 [14]。

表 4.1 计算中用到的物理常量

物理常量	数值
G_F	$1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$
$\sin^2 \theta_C$	0.23122(4)
g_A/g_V	$-1.27590^{+0.00409}_{-0.00445}$
N_A	$6.02214076 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$
α	$7.2973525693(11) \times 10^{-3}$

4.2 太阳中微子计算能谱

第 1.1.2 节给出了太阳中产生电子中微子的反应，来自每种源的电子中微子通量（表 1.1）及能谱（图 1.1）。无论对太阳模型作出何种修正，来自每种源的电子中微子能谱的形状都不会改变，除非出现非标准电弱效应^[4]。

表 4.2 pp 中微子能谱。归一化的 pp 中微子能谱 $P(E)$ 以 10keV 的间隔给出。中微子能量 E 的单位是 MeV， $P(E)$ 对每 MeV 进行了归一化。

E	$P(E)$	E	$P(E)$	E	$P(E)$	E	$P(E)$	E	$P(E)$
0.01	0.0139	0.10	1.07	0.19	2.82	0.28	4.02	0.37	3.41
0.02	0.0542	0.11	1.26	0.20	3.00	0.29	4.07	0.38	3.13
0.03	0.119	0.12	1.45	0.21	3.17	0.30	4.10	0.39	2.76
0.04	0.205	0.13	1.64	0.22	3.34	0.31	4.10	0.40	2.28
0.05	0.312	0.14	1.84	0.23	3.49	0.32	4.08	0.41	1.60
0.06	0.436	0.15	2.04	0.24	3.63	0.33	4.02	0.42	0.00
0.07	0.576	0.16	2.24	0.25	3.75	0.34	3.93		
0.08	0.731	0.17	2.44	0.26	3.86	0.35	3.80		
0.09	0.897	0.18	2.63	0.27	3.95	0.36	3.63		

注：数据来源文献 [4]。

表 4.2和表 4.3给出了 pp 中微子和 ${}^8\text{B}$ 中微子的计算能谱, 本文的计算中用到了这些数据。用曲线拟合后的结果如图 4.1和图 4.2所示, 可以看出, ${}^8\text{B}$ 中微子能谱更对称。

表 4.3 ${}^8\text{B}$ 中微子能谱。中微子能量 E 的单位是 MeV, $P(E)$ 是能量在 $E \pm 0.5\text{MeV}$ 的中微子的概率。数据来源文献 [4]。

E	$P(E)$	E	$P(E)$	E	$P(E)$	E	$P(E)$	E	$P(E)$
0.1	0.00022	3.1	0.07625	6.1	0.13211	9.1	0.09832	12.1	0.02526
0.2	0.00079	3.2	0.07929	6.2	0.13239	9.2	0.09603	12.2	0.02328
0.3	0.00152	3.3	0.08227	6.3	0.13256	9.3	0.09368	12.3	0.02137
0.4	0.00257	3.4	0.08521	6.4	0.13262	9.4	0.09130	12.4	0.01952
0.5	0.00386	3.5	0.08808	6.5	0.13258	9.5	0.08888	12.5	0.01776
0.6	0.00537	3.6	0.09089	6.6	0.13242	9.6	0.08643	12.6	0.01607
0.7	0.00709	3.7	0.09364	6.7	0.13216	9.7	0.08394	12.7	0.01446
0.8	0.00899	3.8	0.09631	6.8	0.13180	9.8	0.08143	12.8	0.01294
0.9	0.01105	3.9	0.09891	6.9	0.13133	9.9	0.07890	12.9	0.01150
1.0	0.01328	4.0	0.10144	7.0	0.13075	10.0	0.07634	13.0	0.01015
1.1	0.01565	4.1	0.10388	7.1	0.13007	10.1	0.07377	13.1	0.00889
1.2	0.01815	4.2	0.10623	7.2	0.12930	10.2	0.07119	13.2	0.00771
1.3	0.02077	4.3	0.10850	7.3	0.12842	10.3	0.06860	13.3	0.00664
1.4	0.02349	4.4	0.11068	7.4	0.12745	10.4	0.06601	13.4	0.00565
1.5	0.02630	4.5	0.11277	7.5	0.12638	10.5	0.06342	13.5	0.00476
1.6	0.02920	4.6	0.11476	7.6	0.12522	10.6	0.06083	13.6	0.00396
1.7	0.03217	4.7	0.11665	7.7	0.12397	10.7	0.05826	13.7	0.00325
1.8	0.03520	4.8	0.11845	7.8	0.12263	10.8	0.05569	13.8	0.00263
1.9	0.03828	4.9	0.12014	7.9	0.12120	10.9	0.05314	13.9	0.00210
2.0	0.04140	5.0	0.12173	8.0	0.11969	11.0	0.05061	14.0	0.00166
2.1	0.04455	5.1	0.12322	8.1	0.11810	11.1	0.04811	14.1	0.00129
2.2	0.04773	5.2	0.12460	8.2	0.11643	11.2	0.04563	14.2	0.00099
2.3	0.05093	5.3	0.12587	8.3	0.11468	11.3	0.04319	14.3	0.00075
2.4	0.05414	5.4	0.12703	8.4	0.11286	11.4	0.04078	14.4	0.00056
2.5	0.05735	5.5	0.12809	8.5	0.11097	11.5	0.03841	14.5	0.00042
2.6	0.06055	5.6	0.12904	8.6	0.10902	11.6	0.03609	14.6	0.00030
2.7	0.06374	5.7	0.12987	8.7	0.10699	11.7	0.03381	14.7	0.00022
2.8	0.06691	5.8	0.13060	8.8	0.10491	11.8	0.03159	14.8	0.00016
2.9	0.07006	5.9	0.13121	8.9	0.10277	11.9	0.02942	14.9	0.00011
3.0	0.07317	6.0	0.13171	9.0	0.10057	12.0	0.02731	15.0	0.00008

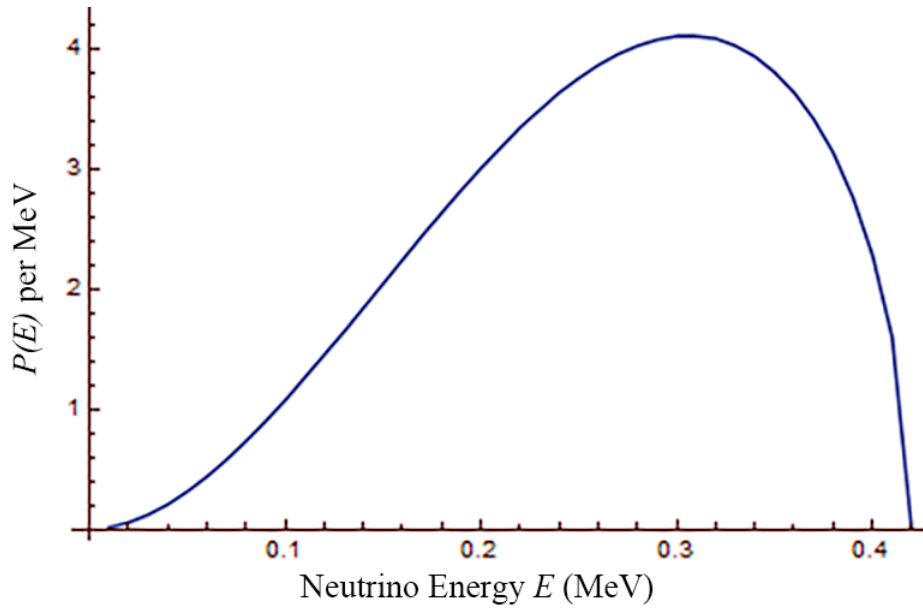


图 4.1 pp 中微子能谱

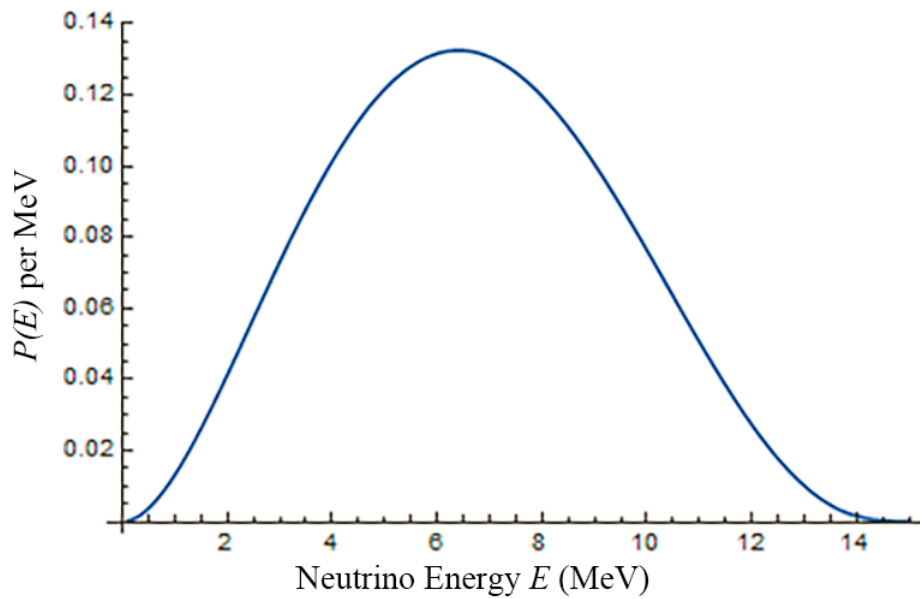


图 4.2 ${}^8\text{B}$ 中微子能谱

4.3 费米函数

利用公式 3-2 计算中微子捕获截面还需要确定费米函数 $F(Z, E)$ 。费米函数又叫库仑改正因子，其考虑了两种不同的效应：原子核库仑场对放出 β 粒子的影响和相对论修正。费米函数非常复杂，一般针对不同的原子核取不同的近似函数。

只考虑相对论修正时，通常将费米函数近似为^[15]

$$F(Z, E) = \frac{2(1+s)}{[(2s)!]^2} \left(\frac{2p}{R}\right)^{2s-2} e^{\pi\eta} |(s-1+i\eta)!|^2, \quad (4-1)$$

其中， $s = [1 - (Z\alpha)^2]^{1/2}$ ， R 是末态原子核半径， $\eta = Z\alpha p/E$ 。由于公式4-1中的最后一个因子涉及尚未制表的函数，因此采取一个只涉及制表函数的解析近似公式

$$F(Z, E) \simeq \frac{4\pi(1+s)}{[(2s)!]^2} \left(\frac{2p}{R}\right)^{2s-2} (s^2 + \eta^2)^{s-1/2} \exp \left[2 \arctan \left(\frac{s}{\eta} \right) - 2s + \frac{s}{6(s^2 + \eta^2)} \right]. \quad (4-2)$$

对所有可到达的 Z 和所有能量，这种近似都可以精确到 1%。对于 $Z = 0$ ，它退化为 1.0046 而不是 1，这也暗示着这种近似的误差。

原子中电子对核库仑场的屏蔽效应则很难处理。好在这种修正只在能量相当低（100keV 的量级或更低）时才重要。对于放出电子的衰变来说，屏蔽修正是非常不重要的^[15]。

4.4 中微子捕获率

将第 4.1 节的物理常量、第 3.2.2.2 节表 3.1 的 GT 响应和第 4.3 节的费米函数（公式 4-2）代入公式 3-2，可以得到 ^{160}Gd 的中微子捕获截面与中微子能量的关系，如图 4.3 所示。

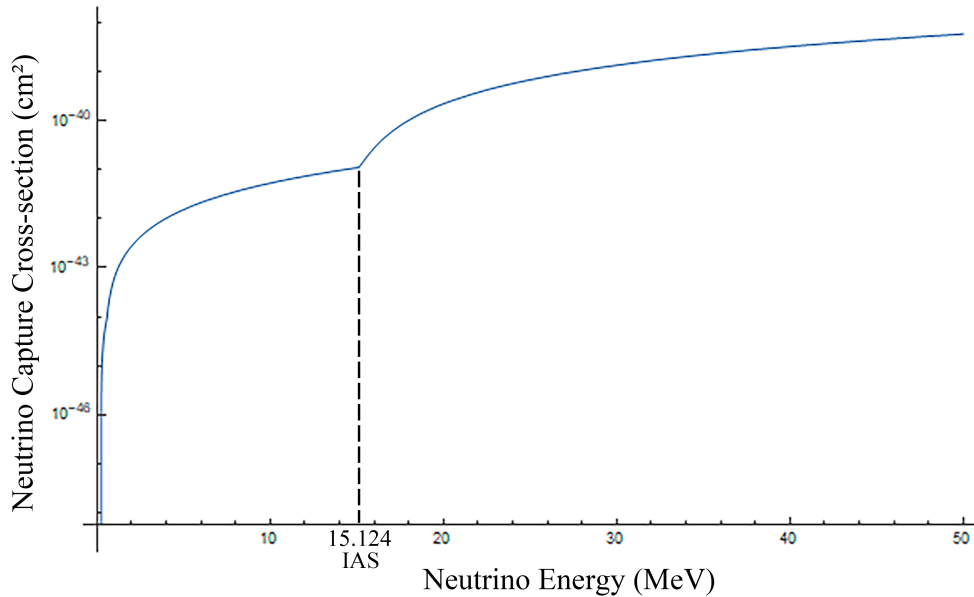


图 4.3 ^{160}Gd 的中微子捕获截面与中微子能量的关系

为了计算不同反应源 (S) 的太阳中微子捕获截面 σ_S , 需要考虑太阳中微子能谱 $\phi_S(E)$ 和所有允许的激发态能级, 即

$$\sigma_S = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \left[\sum_j \sigma(j) \right] \phi_S(E) dE, \quad (4-3)$$

其中积分上下限由反应阈值和不同反应源中微子能量取值范围决定, $\int \phi_S(E) dE = \Phi(S)$, $\Phi(S)$ 是该反应源的中微子通量。利用第 1.1.2 节和第 4.2 节中给出的太阳中微子能谱数据, 可以得到 pp , ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{B}$ 和 pep 中微子的捕获截面。进而, 可以计算出 20 吨天然钷每年捕获这些太阳中微子的事例数。这些结果都呈现在表 4.4 中。

表 4.4 ${}^{160}\text{Gd}$ 对 pp , ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{B}$ 和 pep 中微子的捕获截面。第三列是 20 吨天然钷 (${}^{160}\text{Gd}$ 丰度为 21.80%) 每年捕获这些太阳中微子的事例数。

	$\sigma(\text{cm}^2)$	事例数
pp	9.97283×10^{-46}	31.3
${}^7\text{Be-380}$	3.09128×10^{-45}	0.8
${}^7\text{Be-860}$	4.08558×10^{-44}	92.0
pep	1.42545×10^{-43}	10.8
${}^8\text{B}$	2.90037×10^{-42}	7.5

第 5 章 结论与讨论

5.1 ^{160}Gd 捕获中微子信号检测

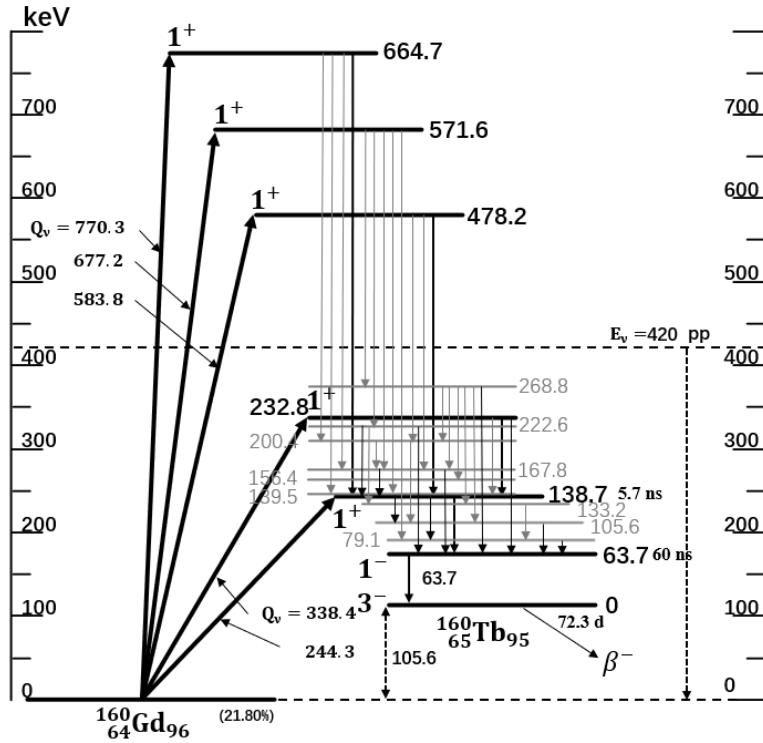


图 5.1 ^{160}Gd - ^{160}Tb 系统的相关能级。标明了直接经逆 β 衰变到的能级的自旋宇称，及各相关能级间的跃迁。在实验中， ^{160}Tb 第一激发态的退激发可用作延迟符合的信号。

根据第 4.4 节的计算，天然 Gd 捕获太阳中微子的事例率较低。为了尽可能降低本底的影响，可以利用延迟符合测量。 ^{160}Gd - ^{160}Tb 系统的相关能级如图 5.1 所示。由探测信号的时间展宽可知，63.7keV 能级跃迁到基态时释放的 γ 可以作为延迟符合信号，其延迟为 60ns，其余跃迁释放的 e 和 γ 则皆为瞬时信号。由文献 [10] 的数据可计算出，直接经逆 β 衰变到的 ^{160}Tb 能级跃迁到 63.7keV 能级的分支比均为 1。因此，考虑延迟符合信号并不会减少事件数。

从探测器测量阈值的角度考虑，截取瞬时能量 $E_{prompt} > 0.2\text{MeV}$ 的信号，计算出其截面和事件数，结果如表 5.1 所示。这样的截取对事件数的影响并不大。因此，利用 ^{160}Gd - ^{160}Tb 系统中的延迟符合信号探测太阳中微子能谱在技术上是可行的。

表 5.1 ^{160}Gd 捕获 pp , ^7Be , ^8B 和 pep 中微子 $E_{prompt} > 0.2\text{MeV}$ 的截面和事件数。

	$E(\text{MeV})$	$\sigma(\text{cm}^2)$	$\sigma_{>0.2\text{MeV}}(\text{cm}^2)$	事件数
pp	$< 0.42\text{MeV}$	9.97283×10^{-46}	4.20950×10^{-46}	13.2
$^7\text{Be} - 380$	0.38MeV	3.09128×10^{-45}	3.09128×10^{-45}	0.8
$^7\text{Be} - 860$	0.86MeV	4.08558×10^{-44}	4.08558×10^{-44}	92.0
pep	1.44MeV	1.42545×10^{-43}	1.42545×10^{-43}	10.8
^8B	$< 15\text{MeV}$	2.90037×10^{-42}	2.90037×10^{-42}	7.5

如果关注的不仅仅是太阳中微子，那么从图 4.3 也可以看出， ^{160}Gd 对高能中微子的捕获截面很大，尤其是能量高于 15.124MeV 的中微子，这是由于达到了 IAS 的能量。总之，利用 ^{160}Gd 探测中微子的前景非常广阔，值得期待。

5.2 误差分析

与文献 [9] 的结果相比，本文的计算结果在数量级上基本相符，但具体数值仍有差异。经分析，认为差异主要来源于费米函数。

一是费米函数中屏蔽修正部分的影响。在第 4.3 节中，提到修正在能量相当低（ 100keV 的量级或更低）时比较重要，因此这一部分对 pp 和 ^7Be 中微子的计算带来的误差较大。

二是费米函数近似公式的选取。本文在计算中选择的是公式 4-2，而文献 [9] 选取的公式则无法考证。公式选取的不同会导致这种差异与能量相关，而这正是本文情况的一个明显特征。例如，有文献给出费米函数的另一种近似公式为^[16]

$$F(Z, E) = [A + B/(E - 1)]^{1/2}, \quad (5-1)$$

其中常数 A 、 B 由线性回归程序确定，为子核的原子序数的函数，满足关系

$$A = 1 + a_0 \exp(b_0 Z), \quad (5-2)$$

$$B = aZ \exp(bZ), \quad (5-3)$$

其中 a_0 、 b_0 、 a 和 b 是常数。在 $Z > 56$ 时， $a = 1.2277 \times 10^{-3}$ ， $b = 101.22 \times 10^{-3}$ 。在 $Z \geq 56$ 时， $a_0 = 404.56 \times 10^{-3}$ ， $b_0 = 73.184 \times 10^{-3}$ 。如果使用这个公式，与本文的结果相比，在低能处截面会变小，而在高能处截面会变大。

三是费米函数中参数核半径 R 的选取。原子核的半径研究得并不很清楚。从

实验中可以推导出核体积的大小，其近似正比于质量数 A 。核的形状最可能是球形，但在一些原子核中观察到以电四极矩形式存在的微小偏差。原子核的半径 R 近似于 $A^{1/3}$ 成正比，最符合实验数据的关系是^[15]

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (5-4)$$

其中 $r_0 \simeq 1.5 \times 10^{-13} \text{cm}$ ，该值可能因元素而异，这里给出的只适用于中等质量的原子核，对更大质量的核要取更小的值。由于核的“表面”没有被精确地定义，不同的测量方法也会给出不同的 r_0 。一些测量表明，公式 5-4 中还应有一个附加的常数项。在公式 4-2 中，与 R 相关的项为 R^{2s-2} （在本文计算中即 $R^{0.2393}$ ），因此，这部分误差可能带来不小的影响。

总之，进一步精确的计算需要进行复杂的修正，包括禁戒跃迁和 GT 巨共振（GT Giant Resonance, GTR）的影响，后续研究考虑通过编程进行。当然，这些修正并不会带来数量级上的差异，本文得出的初步结果仍具有参考价值。

插图索引

图 1.1	太阳中微子能谱	3
图 3.1	$^{160}\text{Gd} (^3\text{He}, t) ^{160}\text{Tb}$ 实验	11
图 4.1	pp 中微子能谱	16
图 4.2	^8B 中微子能谱	16
图 4.3	^{160}Gd 的中微子捕获截面与中微子能量的关系	17
图 5.1	^{160}Gd - ^{160}Tb 系统的相关能级	19

表格索引

表 1.1	太阳中微子通量	2
表 2.1	$^{160}\text{Gd} \rightarrow ^{160}\text{Tb}$ 容许跃迁末态	7
表 3.1	$^{160}\text{Gd} (^3\text{He}, t) ^{160}\text{Tb}$ 得到的 $B(\text{GT})$ 值	13
表 4.1	计算中用到的物理常量	14
表 4.2	pp 中微子能谱	14
表 4.3	^8B 中微子能谱	15
表 4.4	^{160}Gd 的太阳中微子捕获截面和事例数	18
表 5.1	^{160}Gd 捕获太阳中微子 $E_{\text{prompt}} > 0.2\text{MeV}$ 的截面和事件数	20

公式索引

公式 2-1	5
公式 2-2	5
公式 2-3	5
公式 2-4	5
公式 2-5	5
公式 2-6	5
公式 2-7	6
公式 2-8	6
公式 2-9	6
公式 2-10	6
公式 2-11	6
公式 2-12	6
公式 2-13	7
公式 3-1	8
公式 3-2	8
公式 3-3	8
公式 3-4	8
公式 3-5	9
公式 3-6	9
公式 3-7	9
公式 3-8	12
公式 3-9	12
公式 3-10	12
公式 3-11	12
公式 4-1	17
公式 4-2	17
公式 4-3	18
公式 5-1	20

公式 5-2	20
公式 5-3	20
公式 5-4	21
公式 A-1	30
公式 A-2	30
公式 A-3	30
公式 A-4	30
公式 A-5	31
公式 A-6	31
公式 A-7	31
公式 A-8	32
公式 A-9	32
公式 A-10	32

参考文献

- [1] EJIRI H. Nuclear spin isospin responses for low-energy neutrinos[J/OL]. *Physics Reports*, 2000, 338(3):265-351[2020-02-23]. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157300000442>. DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00044-2.
- [2] HAXTON W C, HAMISH ROBERTSON R G, SERENELLI A M. Solar neutrinos: status and prospects[J]. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2012, 51(1):21-61.
- [3] BOREXINO, COLLABORATION. Comprehensive measurement of pp-chain solar neutrinos. [J]. *Nature*, 2018.
- [4] BAHCALL J N. *Neutrino astrophysics*[M]. USA: Cambridge University Press, 1989: 143-300.
- [5] RAGHAVAN R. Inverse β Decay of In 115 \rightarrow Sn 115*: A New Possibility for Detecting Solar Neutrinos from the Proton-Proton Reaction[J]. *Physical Review Letters*, 1976, 37(5):259.
- [6] LIUBARSKY I, BEWICK A, SUMNER T, et al. The siren solar neutrino experiment[M/OL]// *The Identification of Dark Matter*. WORLD SCIENTIFIC, 2001: 618-625[2020-02-15]. https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789812811363_0079.
- [7] MARTI-MAGRO L. SuperK-Gd: The Gd future of Super-Kamiokande.[C]//36th International Cosmic Ray Conference (ICRC2019): volume 36. 2019.
- [8] 卢希庭. 原子核物理[M]. 北京: 原子能出版社, 2000: 129-163.
- [9] TOKI H, KISHIMOTO T, HATANAKA K, et al. Nuclear electro-weak spectroscopy for symmetries in electro-weak nuclear-processes[M]. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2002: 41-48.
- [10] REICH C W. Nuclear data sheets for a = 160*[J/OL]. *Nuclear Data Sheets*, 1996, 78(4):547-740. DOI: 10.1006/ndsh.1996.0011.
- [11] BAHCALL J N, BARNES C A. Importance of a study of the decay of Ca37 to the problem of detecting solar neutrinos[J]. *Physics Letters A*, 1964, 12(1):48-49.
- [12] YOSOI M. (3He,t) Charge-Exchange Reactions at E(3He) = 450 MeV, $\theta = 0^\circ$ [J]. *Nuclear Physics A*, 1994, 569(1-2):245-254.
- [13] TANABASHI M, et al. Review of Particle Physics[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2018, D98(3):030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001.
- [14] YOUNG A R. Determination of the axial-vector weak coupling constant with ultracold neutrons [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(18):181803.
- [15] BLATT J M, WEISSKOPF V F. *Theoretical nuclear physics*[M]. New York: Springer-Verlag, 1979: 673-683.

- [16] VENKATARAMAIAH P, GOPALA K, BASAVARAJU A, et al. A simple relation for the fermi function[J]. Journal of Physics G Nuclear Physics, 1985, 11(3):359-364.
- [17] 薛瑞尼. ThuThesis: 清华大学学位论文模板[EB/OL]. 2017[2019-04-27]. <https://github.com/xueruini/thuthesis>.

致 谢

衷心感谢导师王青教授和工程物理系续本达教授对本人的精心指导。不管是在科研事业还是在学习生活中，他们的言传身教都将使我终生受益。同样感谢肖志刚教授、陈少敏教授和王喆教授在相关问题上的指点。

感谢施文同学和虞晶帆同学在科学上网和文献检索方面的帮助，薛迪同学在作图方面的帮助，郭瑞程同学关于制表插件的推荐，以及苗乘学长和卞程泓同学的经验传授。

感谢 L^AT_EX 和 ThuThesis^[17]，帮我节省了不少时间。

声 明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名： _____ 日 期： _____

附录 A 外文资料的调研阅读报告

Methods to Calculate $B(F)$ and $B(GT)$

Inverse β decay is the inverse reaction of electron capture (EC)



the nature of which is that a proton transforms into a neutron as



For inverse β decay



where A_ZX is the ground state of the parent nucleus and ${}^A_{Z+1}Y_j$ is the j th state of the daughter nucleus, the neutrino capture cross-section can be written as

$$\sigma(j) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{\pi} p_e E_e F(Z+1, E_e) \left[B_j(F) + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_j(GT) \right], \quad (\text{A-4})$$

where p_e and E_e are the electron momentum and the electron energy, respectively, and g_A/g_V is the ratio of the axial to vector coupling constants. $F(Z+1, E_e)$ is the Fermi function, which reflects the influence of the nuclear Coulomb field. The calculation of Fermi function is generally quite complex, and there is an available function table or graph to refer to^[8]. $B_j(F)$ and $B_j(GT)$ are the Fermi and GT responses for the inverse β decay^[1].

Therefore, to estimate the neutrino capture cross-section, we need to figure out how to calculate $B(F)$ and $B(GT)$ first.

A.1 Methods to Calculate $B(F)$

When the spins of the electron and the neutrino are anti-parallel, it's a Fermi transition. The Fermi response is about nuclear isospin response.

Isospin giant resonances for Fermi transitions, which are between isobaric analogue states (IAS), are known as isobaric analogue resonances (IAR). IAR is a sharp resonance at the excitation energy given by the Coulomb energy. Then the sharp IAR absorbs most of the charged-current strengths, leaving little strength at other states.

Therefore, when there is an IAR, strength at other states can be considered as zero. And the IAR focuses all the Fermi response, which can be calculated by theory:

$$B(F) = 2T, \quad (\text{A-5})$$

where T refers to the isospin of the parent nucleus (which is the same as that of the daughter nucleus). For a nuclide which has Z protons and N neutrons, its isospin satisfies the following relation:

$$\frac{1}{2} |Z - N| \leq T \leq \frac{1}{2} (Z + N), \quad (\text{A-6})$$

namely the maximum value of T is $\frac{1}{2} (Z + N) = \frac{1}{2} A$, and the minimum value is $\frac{1}{2} |Z - N| = |T_3|$. The ground state of the nuclide has the minimum value of T . T of other states can be found in literature [10].

A.2 Methods to Calculate $B(\text{GT})$

When the spins of the electron and the neutrino are parallel, it's a Gamow-Teller transition. The GT response is about nuclear spin isospin response.

Generally, $B(\text{GT})$ is calculated by some experimental results. There are mainly two ways.

A.2.1 Calculate $B(\text{GT})$ by the ft Value

Generally, the ground state of Y decays to that of X mostly by electron capture (EC) and/or β^+ processes^[1]. The weak decay rate for the ground state transition of $Y \rightarrow X$ is expressed as

$$T(0) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi^3} f \left[B_Y(\text{F}) + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_Y(\text{GT}) \right], \quad (\text{A-7})$$

where $B_Y(\text{F})$ and $B_Y(\text{GT})$ are the Fermi and GT responses of the β decay $Y \rightarrow X$. The factor f is the Coulomb factor, which depends on Z for β^+ decay and on $Z + 1$ for

EC decay. The rate can be written by the half-life t as $T(0) = \ln 2/t$. Then the β decay response can be expressed in terms of the ft value as

$$\left[B_Y(\text{F}) + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_Y(\text{GT}) \right] = \frac{6127\text{s}}{ft}. \quad (\text{A-8})$$

However, the ft values for many isotopes are unavailable, so sometimes some techniques are necessary to estimate them.

A.2.1.1 Estimate the ft Value Systematically

In 1976, Raghavan^[5] proposed that the dependence of the ft values on the number of nucleons A can be obtained from the ft values of the transitions from the lowest $\frac{7}{2}^+$ energy level of Sn isotopes with $A = 113, 117, 119, 121$ to the lowest $\frac{9}{2}^+$ energy level of corresponding In isotopes. In fact, the experimental $\log ft$ value for $A = 117, 119, 121$ are all the same: $\log ft = 4.4$. Therefore, he estimated the ft value of ^{115}Sn ground state to ^{115}In ground state as $2.5 \times 10^4 \text{sec}$. The error of this method is about 10%.

A.2.1.2 Estimate the ft Value by Mirror Reaction

In 1964, Bahcall and Barnes^[11] pointed that $^{37}\text{Ca} \rightarrow ^{37}\text{K} + e^+ + \nu$ is the mirror reaction of $^{37}\text{Cl} + \nu \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$. The matrix element which is necessary to calculate the neutrino capture of ^{37}Cl , can be determined by lifetime and branching ratio of the decay of ^{37}Ca . However, this approach is very limited. It's only for nuclei with small atomic numbers.

A.2.2 Calculate $B(\text{GT})$ by Hadronic Charge-Exchange Reaction

Hadronic nuclear reactions induced by nuclear spin isospin interactions H_α^S are used to study nuclear spin isospin responses for nuclear weak interactions H_α^W ^[1]. They are expressed as follows:

$$T_\alpha^S = |\langle B | H_\alpha^S | A \rangle|^2 \quad a + A \rightarrow b + B, \quad (\text{A-9})$$

$$T_\alpha^W = |\langle B | H_\alpha^W | A \rangle|^2 \quad \nu + A \rightarrow l + B, \quad (\text{A-10})$$

where a and b are the projectile and scattered particles, and ν and l are the corresponding neutrino and lepton, respectively. The target and residual nuclei are expressed by A and B , respectively.

Nuclear weak responses for particular spin isospin channels are studied by selecting appropriate reaction channels and kinematic conditions. Nuclear reaction of $a + A \rightarrow b + B$ involves two sectors of strong interaction responses, one is t_{ab}^S at the projectile sector and other T_{AB}^W at the target sector. Then the projectile-sector response of t_{ab}^S has to be simple, well-known and large in order to study the nuclear spin isospin response T_{AB}^W associated with the nuclear weak process of $\nu + A \rightarrow l + B$.

Hadronic charge-exchange reactions of (p, n) and $({}^3\text{He}, t)$ have been used for studying nuclear spin isospin responses associated with the charged-current weak processes in the T_- channel, and those of (n, p) , $(d, {}^2\text{He})$, $(t, {}^3\text{He})$ and $({}^7\text{Li}, {}^7\text{Be})$ for those with the charged-current weak processes in the T_+ channel.

Nuclear reaction cross-sections for strong processes are as large as $\sigma_S \simeq 10^{-25} \text{cm}^2$, one-tenth of the geometrical cross-section. On the other hand, nuclear cross-sections for weak processes are only of the order of $\sigma_W \simeq 10^{-45} \text{cm}^2$. Consequently, high statistics and high-energy-resolution studies with thin targets are possible with hadronic nuclear reactions for various kinds of target nuclei.

在学期间参加课题的研究成果

个人简历

1998年08月23日出生于陕西省靖边县。

2016年9月考入清华大学物理系物理学专业，2020年6月本科毕业并获得理学学士学位。