

清 华 大 学

# 综 合 论 文 训 练

题目：锦屏 1t 实验中 Th232 衰变产  
物的搜寻

系 别：物理系

专 业：物理

姓 名：武益阳

指导教师：续本达 助理教授

2021 年 6 月 2 日

## 关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内 容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名：武益阳 导师签名：徐幸远 日 期 2021.6.2



## 中文摘要

大型液闪中微子实验的放射性本底控制与标定是至关重要的。锦屏中微子实验1 t原型机目标是测量液闪中天然放射性本底等各项指标。本研究在1 t原型机的数据中搜索了 $^{232}\text{Th}$ 的衰变产物 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ ，并以此开展了电子学读出系统测试。为了有效地筛选重建 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 事例，本研究发展并评估了事例间、事例切分、双点源重建三种分析方案，并详细论述了双点源重建的数学模型。虽然未能有效寻找到 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ ，但根据测试与分析结果，本研究对下一阶段锦屏1 t原型机的运行方案有了明确建议，并给未来进一步分析 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 奠定了基础。此外，在本研究中发展的双点源重建算法可以在江门中微子实验的物理分析中发挥作用，提升JUNO在低能区重建含 $^{14}\text{C}$ 堆叠事例的准确度。

**关键词：**液闪探测器；放射性本底；级联衰变；事例重建；核电子学

## ABSTRACT

The control and measurements of radioactive background is essential to liquid scintillator based neutrino observatories. The Jinping 1 t detector prototype aims to verify the techniques and materials, including radioactivity measurements of liquid scintillator, for future experiments. This work tried to search  $^{232}\text{Th}$  via  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  signal, and conducted related tests on the digital readout system. In order to select and reconstruct  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  events effectively, 3 methods have been developed, namely inter-trigger correlation, event splitting and dual source reconstruction by detailed mathematical model. Although  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  signal still leaves unobserved, conclusions can be made to guide the data acquisition of 1 t detector in the next phase; also, it provides promising analysis methods which will be useful in the future investigation of  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ . Moreover, the dual source reconstruction method can be applied to the Jiangmen Neutrino Underground Observatory, to boost the precision of reconstructing  $^{14}\text{C}$  pile-up events in low energy region.

**Keywords:** liquid scintillator detector; radioactive background; correlated dual events; event reconstruction; nuclear electronics

# 目 录

第 1 章 引言 .....	1
1.1 MeV 能区的中微子实验与放射性本底 .....	1
1.2 锦屏中微子实验 1 t 原型机 .....	3
1.3 江门中微子实验在低能区面临的 $^{14}\text{C}$ 本底问题 .....	4
1.4 研究意义 .....	5
1.4.1 搜寻 $^{232}\text{Th}$ 本底对锦屏中微子实验的意义 .....	5
1.4.2 发展基于统计模型的双点源算法对大型液闪中微子实验的意义 .....	5
第 2 章 锦屏 1 t 探测器采数情况与数据预分析 .....	6
2.1 探测器各阶段采数情况 .....	6
2.2 PMT 波形预处理 .....	7
2.3 探测器刻度 .....	8
2.3.1 PMT 增益刻度 .....	8
2.3.2 探测器时间刻度 .....	9
2.4 简单事例重建算法 .....	10
第 3 章 研究方法 .....	11
3.1 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 级联事例特征 .....	11
3.2 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 级联事例的模拟 .....	12
3.3 短时间间隔级联信号对电子学系统的影响 .....	13
3.4 触发事例间级联分析 .....	16
3.5 触发时间窗内的双事例拆分与级联分析 .....	17
3.6 触发时间窗内的双点源事例重建与级联分析 .....	18
3.6.1 使用统计推断进行重建的一般方法 .....	18
3.6.2 Probe 探测器响应探针函数简介 .....	21
3.6.3 BAPPE2 重建算法简介 .....	29
第 4 章 研究结果 .....	31
4.1 触发事例间级联分析结果 .....	31
4.2 基于双事例拆分的触发时间窗内分析结果 .....	34

4.3 基于双点源重建的触发时间窗内分析结果 .....	38
第 5 章 总结与展望 .....	40
5.1 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 搜寻结果与 $^{232}\text{Th}$ 含量估计 .....	40
5.2 双点源重建算法在液闪探测器中的应用价值 .....	41
插图和附表索引 .....	42
参考文献 .....	44
致 谢 .....	46
声 明 .....	47
附录 A 外文资料的调研阅读报告 .....	48
附录 B 补充内容 .....	54
在学期间参加课题的研究成果 .....	55

## 主要符号对照表

BAPPE	Bayesian Probe of Point like Events, 基于探针函数的贝叶斯点源重建
PMT	Photomultiplier tube, 光电倍增管
FV	Fiducial volume, 有效区域
PE	Photoelectron, 光电子
TT	Transition Time, 渡越时间
TTS	Transition Time Spread, 渡越时间展宽
FADC	Flash analog-to-digital converter, 快速模数转换器
JUNO	Jiangmen Underground Neutrino Observatory, 江门中微子实验
JSAP	Jinping Simulation and Analysis Package, 锦屏中微子模拟与分析软件
FBMP	Fast Bayesian Matching Pursuit, 快速贝叶斯匹配追踪
CNN	Convolutional Neural Network, 卷积神经网络
NIM	Nuclear Instrumentation Module, 核仪器模块标准



# 第 1 章 引言

中微子实验旨在探索有关中微子的物理现象，主要包含中微子的自然属性：如振荡参数、质量顺序、 $\delta_{CP}$  相角、绝对质量、马约拉纳属性、惰性中微子；中微子与物质的相互作用：如散射截面、物质效应；中微子天体物理、中微子与地球物理：如高能宇宙中微子观测、地球中微子等。

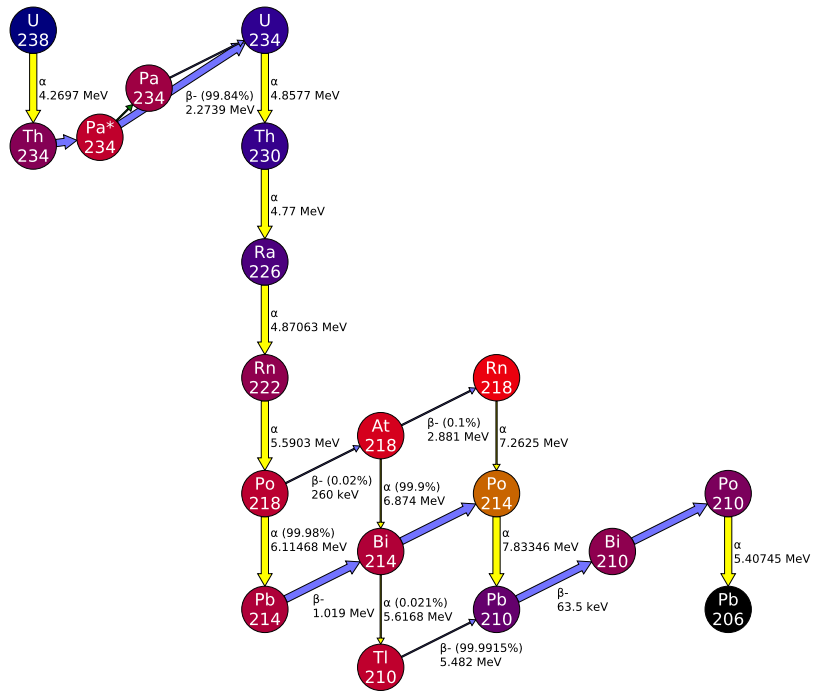
## 1.1 MeV 能区的中微子实验与放射性本底

在中微子振荡的研究中，以大亚湾、江门中微子实验（JUNO）为代表的反应堆实验基于液体闪烁体（液闪），关注 MeV 能区；而 MeV 能区太阳中微子的实验，以 Borexino 为代表，也使用大型液体闪烁体探测器，且需要更加严格地控制放射性本底。

锦屏中微子的首要科学目标之一是 MeV 能区的太阳中微子观测，在该能区下放射性本底的干扰变得不可忽略。要排除其干扰，手段包括：低本底材料选择、液闪提纯等直接降低本底水平，以及后期分析中鉴别本底、排除本底。同样的，如果使用 JUNO 进行太阳中微子方面的科学研究，也面临这巨大的本底挑战，而且尤其需要后期分析中考虑本底。

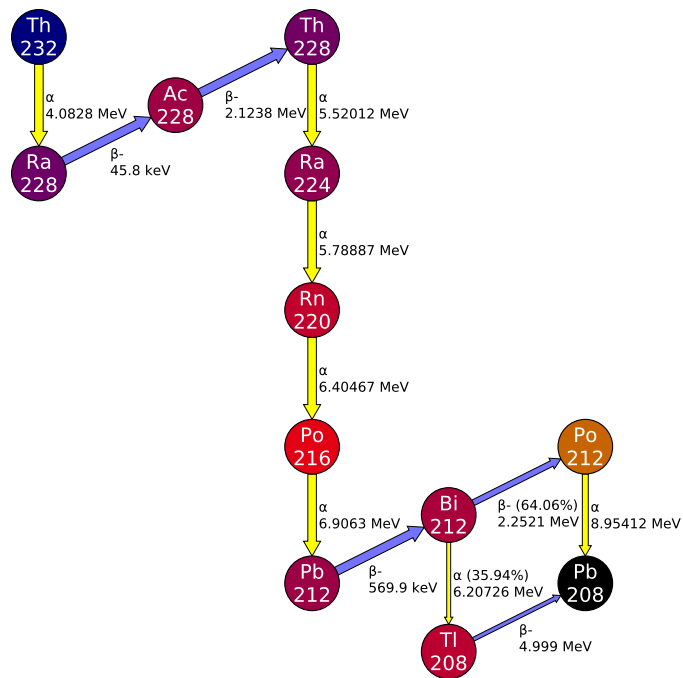
在大型探测器中，往往多层结构阻挡外部放射性本底进入，最终研究主要在最纯的有效区域（FV）开展，因此核心探测介质拥有低放射性是最为关键的。

ENDF/B-VIII.0 U238 decay path



(a)  $^{238}\text{U}$  衰变链

ENDF/B-VIII.0 Th232 decay path



(b)  $^{232}\text{Th}$  衰变链

图 1.1 常见于各种材料的天然放射性元素及其衰变链

液闪中常见的 MeV 能区天然放射性本底主要由  $^{238}\text{U}$ 、 $^{232}\text{Th}$ 、 $^{222}\text{Rn}$  及其衰变产物产生。 $^{222}\text{Rn}$  是衰变较慢的气体，可以通过渗漏的方式从探测器外部进入探测器，造成较大本底。由人类核活动产生的  $^{85}\text{Kr}$  本底也可以渗入液闪、探测器中。此外，天然放射性同位素  $^{40}\text{K}$  也是重要本底。

## 1.2 锦屏中微子实验 1 t 原型机

中国锦屏地下实验室（CJPL）是绝佳的深地实验室，宇宙线（如图 1.2）与反应堆中微子通量极低，自然放射性本底极低，适合研究各类自然产生的中微子，尤其是太阳、地球中微子<sup>[1]</sup>。

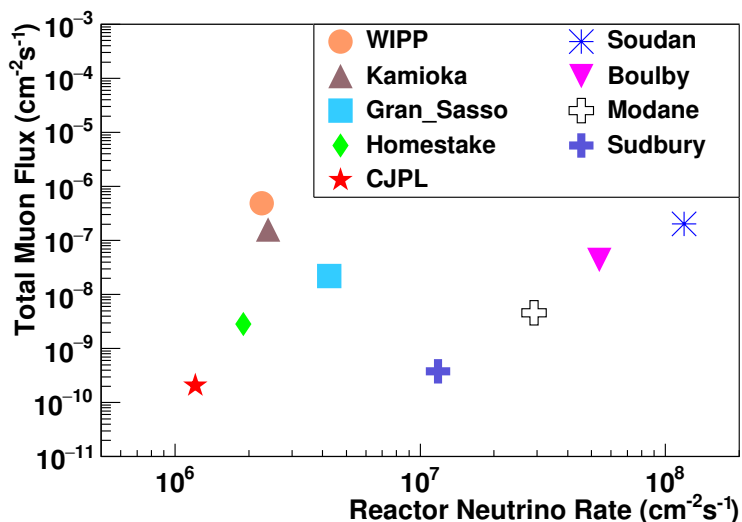


图 1.2 CJPL 是目前宇宙线与反应堆中微子通量最低的实验室<sup>[1]</sup>

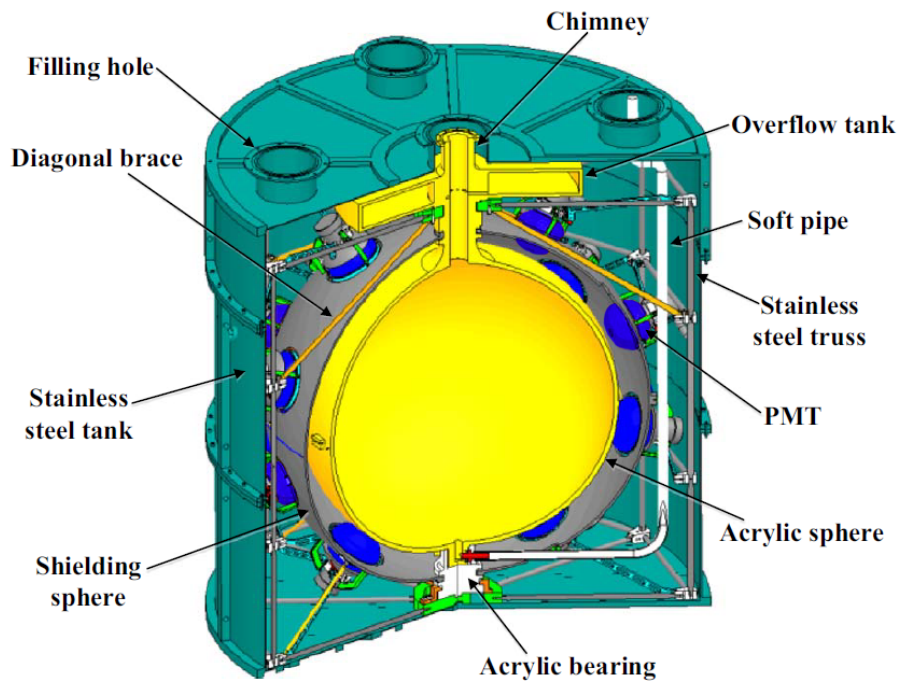


图 1.3 锦屏 1t 探测器原型机<sup>[2]</sup>

图 (1.3) 是研究对象锦屏中微子实验 1t 原型机的示意图。它的中心是盛有约 1t 慢液体闪烁体的透明亚克力容器，外侧围绕 30 支 8 in 光电倍增管 (PMT)，核心部分浸泡在纯水中，外围是铅砖、钢架等屏蔽与支撑结构。PMT 的高压与读出通过线缆连接到外部的电子学机柜上，并由计算机控制，相关细节将在 3.3 节中详细介绍。

目前，有关  $^{238}\text{U}$ 、 $^{222}\text{Rn}$  系的衰变产物  $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  级联分析已经有明确结果<sup>[3]</sup>，这是因为  $^{214}\text{Po}$  的寿命较长，不会受到采数时间窗与电子学的干扰，而且  $^{222}\text{Rn}$  导致的事例率较高；但  $^{232}\text{Th}$  衰变产物  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  因事例率低、分析难度大，尚未在探测器中被发现。本研究的主要目的就是搜寻  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  级联衰变信号，如果搜索到则估算  $^{232}\text{Th}$  含量。

### 1.3 江门中微子实验在低能区面临的 $^{14}\text{C}$ 本底问题

江门中微子实验作为体积巨大、液闪光产额高、PMT 覆盖率高的探测器，具有探测百 keV 能区太阳中微子的能力。但是在有机液闪中广泛存在  $^{14}\text{C}$  本底，其衰变能量也在百 keV 量级，虽然不足以触发探测器，但能够与其它事例堆叠，干扰低能事例的能量测量。由于  $^{14}\text{C}$  不单独触发而是和其他事例堆叠， $^{14}\text{C}$  事例将与

其它事例强烈耦合，使得低能区能谱修正变得棘手。<sup>[4]</sup>

## 1.4 研究意义

### 1.4.1 搜寻<sup>232</sup>Th 本底对锦屏中微子实验的意义

估计<sup>232</sup>Th 的含量将对当前锦屏中微子实验采用的液闪本底有更加清楚的认识；同时，该研究总结了大量级联分析的方案，为未来的本底测量奠定基础。

该研究中对电子学的考察将对锦屏 1t 探测器未来的采数有一定指导意义。

### 1.4.2 发展基于统计模型的双点源算法对大型液闪中微子实验的意义

研究中发展更精细的重建与本底分析手段，将对大型液闪中微子实验的研究有所帮助，尤其是 JUNO 在低能区面临 <sup>14</sup>C 与其它事例堆积的情况。在 3.6 节中发展出来的双点源重建方法可以在 JUNO 上发挥作用，区分目标事例与 <sup>14</sup>C。其区分结果具有明确的统计意义，方便后续的物理研究进行误差分析。



## 第 2 章 锦屏1 t探测器采数情况与数据预分析

### 2.1 探测器各阶段采数情况

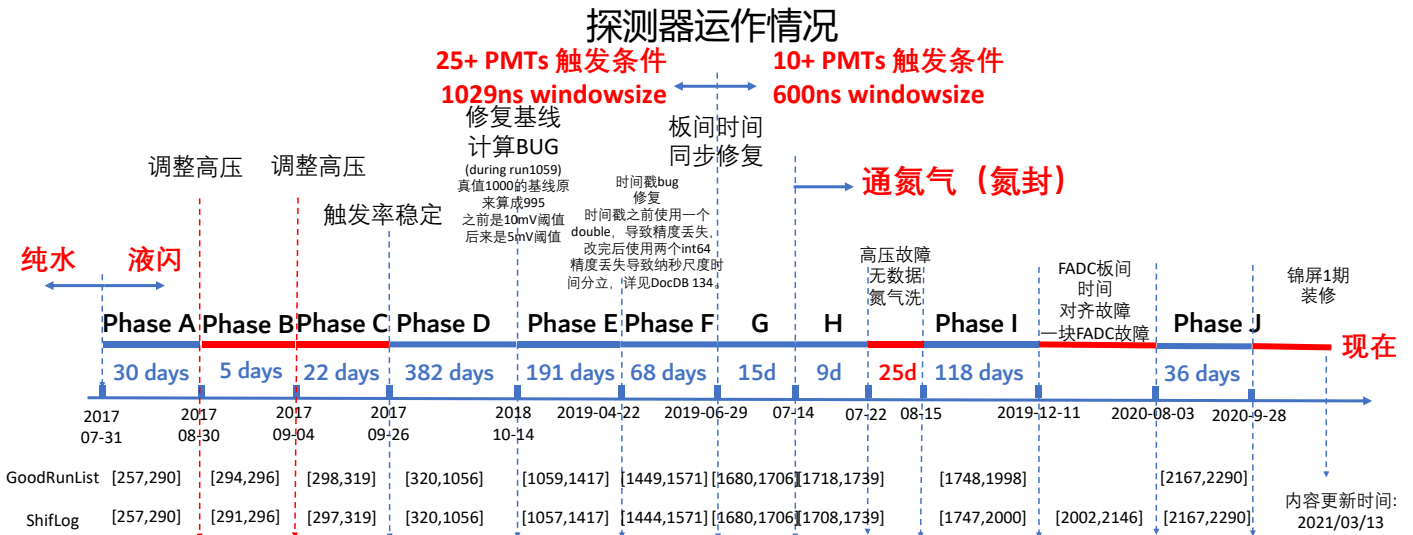


图 2.1 探测器取数状态

图2.1展示的是锦屏1 t的时间线，根据软硬件调整划分为 10 个采数区间。

- 区间 A 是探测器灌注液闪后的第一段采数，特点是液闪中放射性  $^{222}\text{Rn}$  含量较大且事例率较高，同时各个 PMT 增益不一致；
- A→B、B→C 进行了高压调整，使得各 PMT 增益接近，同时液闪中原始的  $^{222}\text{Rn}$  消耗殆尽，探测器达到稳态，触发率稳定；
- 区间 D 是相对平稳的采数时期，D→E 过程中修复了软件问题：A-D 及其之前的单通道触发阈值等效为 10 mV，E 及其之后的采数阈值 5 mV；
- E→F 之间修复了软件问题，使得事例的时间戳存储精度由原来的 10  $\mu\text{s}$  提升到 1 ns；
- F→G 进行了软硬件的重大调整：
  1. 探测器的触发条件由同时 25 PMT 点火切换到 10 PMT 点火，意味着更加低能、更加边缘的事例会被记录，事例率提高
  2. 硬件修复了由于 FADC 时间戳漂移导致的 ns 级别板间时间不同步<sup>①</sup>
  3. 硬件采数时间窗由 1 029 ns 调整为 800 ns，波形存储长度由 1 029 ns 调

① 见<sup>[5]</sup>第 26 页

整为 600 ns

- 从 H 开始，向探测器内通入氮气，形成正压阻挡外部氦气渗入，同时带走液闪中溶解的氦气、氧气，进一步降低了  $^{222}\text{Rn}$  造成的放射性本底，提升了液闪光产额；
- H→I 期间经历了高压故障，无数据采集，此期间加大了氮气的通气量；
- 受硬件故障和 COVID-19 相关的限制措施影响，I→J 采数中断；恢复正常后采数至 2020-09-28，因锦屏一期装修采数暂停。

根据 3.1 节，A-G 阶段因探测器触发条件苛刻、 $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  本底含量大，不适合作为寻找  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  级联事例的数据集。此外，A-F 由于其采数时间窗长，不适合 3.4 节中叙述的触发事例间级联分析方法。

H 阶段数据量较少且氮封效果尚未完全显现、探测器不处于稳态，因此选择 I、J 阶段作为寻找  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  的数据集。

## 2.2 PMT 波形预处理

PMT 波形预处理最重要的部分是波形基线的计算，因为目前所有分析方法都是基于扣除基线后的波形工作的。

如图 2.2 所示，波形的基线可以对信号范围（洋红色区间）之外的采样值做平均得到。传统算法一般取 0 ns~40 ns 计算基线，但是由于暗噪声、前一个事例遗留波形的干扰，部分波形在 0 ns~40 ns 内有信号，将极大干扰基线计算。

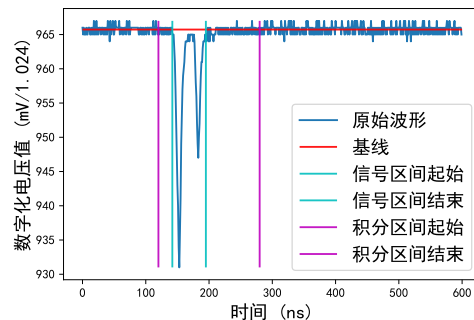


图 2.2 波形示意图

为此，基线算法首先给出采样值的直方图，寻找直方图的主峰作为基线的估计，然后根据基线的估计值识别出原理基线的信号区间（图 2.2 青色区域）。

图 2.2 中，青色与洋红之间虽然信号被白噪声淹没，但导致了噪声的平均值漂移，所以如果只排除青色部分作为基线计算区域，仍会得到有偏的结果，需要根据波形的特征将青色的信号区域扩展为洋红色的积分区间，积分区间之外是基线计算区域。

除了基线之外，基于电荷的重建算法需要波形预处理给出波形的电荷值。此

时需要将波形减去基线，并在积分区间内积分波形，得到电荷值。

## 2.3 探测器刻度

### 2.3.1 PMT 增益刻度

PMT 的工作原理是通过光电效应将单光子转化成光电子，并利用电场将电子加速、收集到倍增区域，轰击倍增物质将电子数目倍增。在锦屏1t实验中使用的PMT均为打拿极(dynode)型，即使用中间极板作为倍增物质。

**定义 2.1 (打拿极型 PMT 增益刻度):** 对击中第一打拿级的单光电子增益出的电子数目进行测量并给出其概率分布，称为增益刻度。

最终倍增出的电子将飞至阳极，通过分压电路流回打拿级、光阴极，因此阳极上会有脉冲电流流入，一次脉冲电流的电荷即为倍增出的电子所携带的电荷。电流流经阻抗产生电压，最终电压的波动由电子学读出。因此，增益刻度的目标，是要找到单光电子所引起的波形积分值（即电荷）的概率分布。

刻度所需的单光电子的来源于激光等可控的光源或光阴极的热发射电子（即暗噪声）。由于1t不具备激光刻度的条件，因此增益刻度工作依靠暗噪声开展。

有关 1t 探测器 PMT 增益的工作主要由课题组内的博士生完成，在博士论文<sup>[3]</sup>中有详细论述。最终，增益值由高斯分布  $\mathcal{N}(Q, \sigma_Q)$  近似， $Q$  为单光电子电荷期望值， $\sigma_Q$  为标准差。最终，30 路 PMT 的增益值演化如图所示：

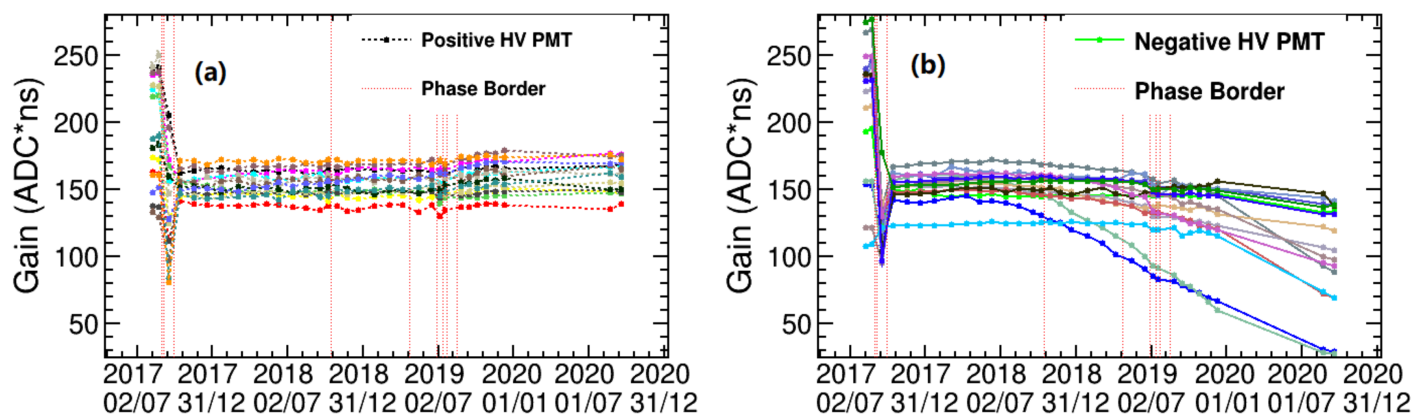


图 2.3 正高压（左）与负高压（右）PMT 增益刻度的演化<sup>[3]</sup>

图中最右红线的右侧区域是本研究使用的数据集，可以看出负高压 PMT 出现了增益下滑的情况，给取数与分析造成了困难。

增益刻度将在本文涉及的各个分析步骤中使用。

### 2.3.2 探测器时间刻度

光电子从光阴极发射，要经历电场加速与收集，进入第一打拿级。电子之后在打拿级间飞行、倍增，最终飞至阳极并产生电流，此过程成为渡越，其时间称为渡越时间 (Transition Time)，TT 的具体分布与 PMT 有关。读出的电压信号经电缆传播，进入读出系统，线缆长度、信号处理也会带来延迟，且各路有所差异。

**定义 2.2 (PMT 及电子学时间刻度):** 光电子从光阴极发射，到读出系统记录引起的波形，其时间长度服从概率分布  $T$ 。测量  $T$  的过程称为 PMT 及电子学时间刻度。

由于绝对的时间刻度难以完成，因此我们更关心各路之间相对的时间特征：

**定义 2.3 (探测器时间刻度):** 对所有路的时间刻度  $T_j$  做平移，得到  $\{T_j - \tau\}$  即一族  $T_j$ 。测得一个代表元  $\{T_j - \tau\}$  而无需得知  $\tau$  的数值，即可表征探测器各路的时间差异。

时间刻度的具体工作在<sup>[3]</sup>中详细论述。最终，各路的时间分布代表元  $T$  由高斯分布  $\mathcal{N}(t, \sigma)$  近似， $t$  为 TT 的有效值，分布的半高全宽则为 TTS 的有效值。

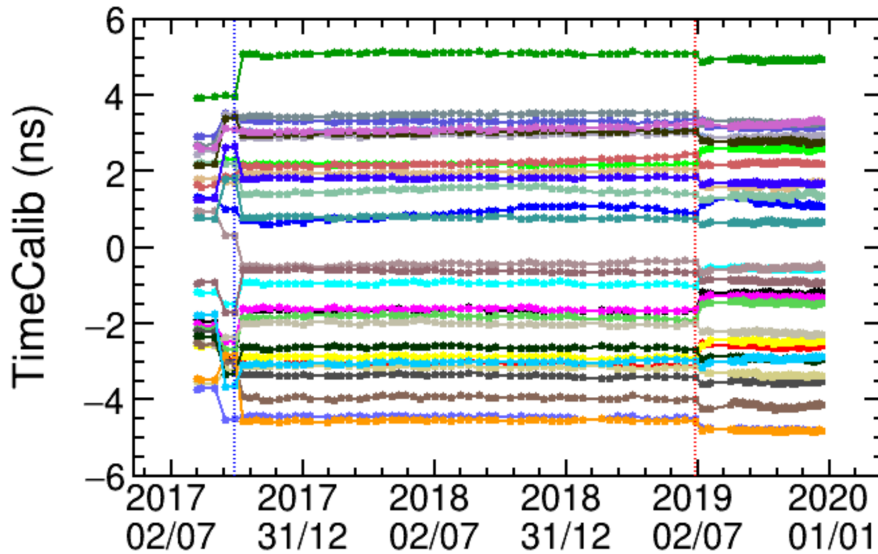


图 2.4 30 路时间刻度的 TT 有效值演化<sup>[3]</sup>

图中最右红色虚线的右侧区域是本研究使用的数据集，可以看出探测器的时间响应较为稳定。

探测器时间刻度在 3.5 节与 3.6 节的算法中应用。

## 2.4 简单事例重建算法

JSAP 中默认的事例重建算法是基于电荷的加权平均算法。首先将各路电荷除以刻度值得到每路 PE 的期望  $N_j$ ,  $j \in \{\text{PMTid}\}$ , 并读取探测器几何得到各个 PMT 中心位置  $\vec{r}_j$ , 重建得到的能量 (以 PE 为单位) 与位置为:

$$\begin{aligned} E &= \sum_{j \in \{\text{PMTid}\}} N_j \\ \vec{r} &= \frac{3}{2} \sum_{j \in \{\text{PMTid}\}} N_j \vec{r}_j \end{aligned} \tag{2.1}$$

对于系数  $\frac{3}{2}$  该方法在 B.1 节中给出了推导, 相关内容在<sup>[6]</sup>中也有所涉及。



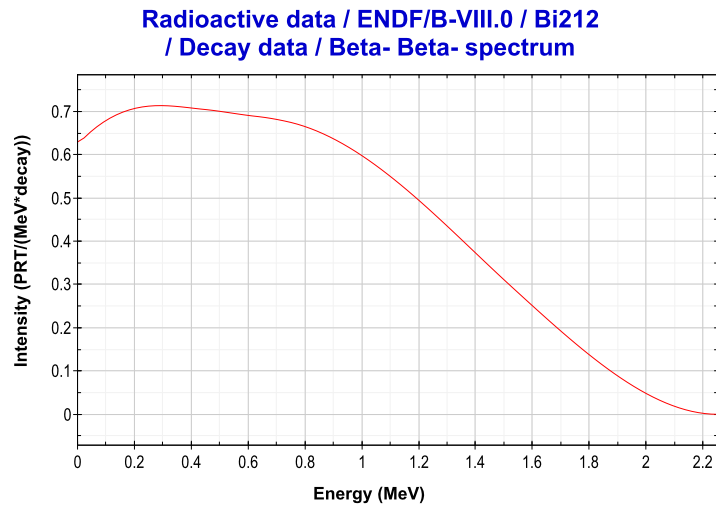
### 第 3 章 研究方法

$^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  的符合是测量  $^{232}\text{Th}$  衰变链的有效方法。

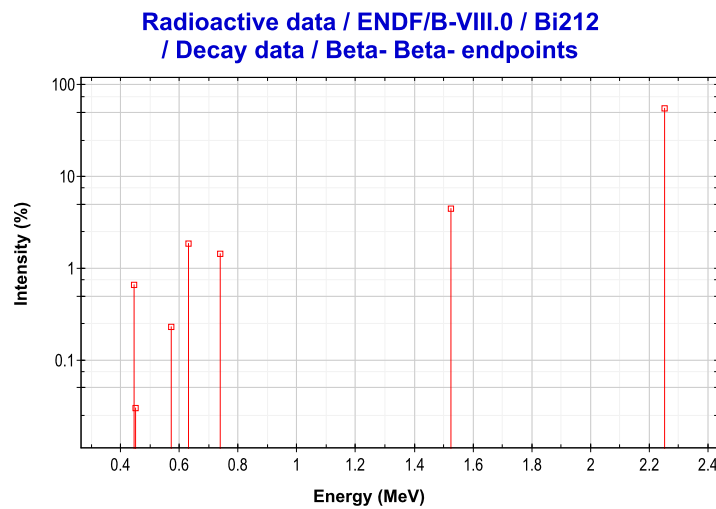
#### 3.1 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 级联事例特征

$^{212}\text{Bi} \rightarrow ^{212}\text{Po} + e^- + \bar{\nu}_e$ ,  $Q = (2252.1 \pm 1.7) \text{keV}$ , 分支比  $(64.06 \pm 0.06)\%$ <sup>[7]</sup>

$^{212}\text{Po} \rightarrow ^{208}\text{Pb} + \alpha$ ,  $Q = (8954.12 \pm 0.11) \text{keV}$ <sup>[7]</sup>



(a)  $\beta$  能谱



(b)  $\beta$  衰变最大能量

图 3.1  $^{212}\text{Bi}$   $\beta$  衰变<sup>[7]</sup>

$^{212}\text{Po}$  的半衰期为  $(2.99 \pm 0.02) \text{ ns}$ <sup>[7]</sup>：每当有一个  $^{212}\text{Bi}$  通过  $\beta$  衰变到  $^{212}\text{Po}$ ，经较短的时间  $\Delta t$  后  $^{212}\text{Po}$  会发生  $\alpha$  衰变，且  $\Delta t$  服从指数分布，

$$P(\Delta t \in (t, t + dt)) = e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 431 \text{ ns} \quad (3.1)$$

带电粒子在液闪中的能量损失不会完全转化成闪烁光。转化为闪烁光的比例可以由 Birks 公式进行近似描述<sup>[8]</sup>：

$$\frac{dS}{dr} = \frac{A \frac{dE}{dr}}{1 + k_B \frac{dE}{dr}} \quad (3.2)$$

其中  $A$  是发光效率， $k_B$  是 Birks 常数。如果  $S$  以光子数为单位，那么  $A$  的含义就是光产额。

对于  $^{212}\text{Bi}$  衰变出的 MeV 能区电子，淬灭效应不显著，但考虑到电子在液闪中速度损失能量，在电子飞行后期淬灭效变得较为显著。最后整体效果为约 85% 的沉积能量可以用于闪烁发光。

而对于  $\alpha$  这样电离能损较大的粒子，淬灭效尤为显著： $^{212}\text{Po}$  约 9 MeV 的  $\alpha$  在液闪中重建得到的可见能量只有约 1 MeV。

### 3.2 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 级联事例的模拟

使用课题组内使用基于 Geant-4.10.06<sup>[9]</sup> 开发的 JSAP 软件包<sup>①</sup>进行探测器模拟和电子学模拟，其中有关粒子与物质相互作用过程由 Geant4 完成，而有关闪烁发光/切伦科夫光、电子学部分由 C++ 代码写成。

在模拟中，探测器几何（包含光学属性）使用默认的 1t 几何，增益刻度、光产额（能标刻度）使用<sup>[3]</sup> 中的结果，所有通道的时间默认对齐。触发条件设置为：

1. 波形过 5 mV 阈值认为此路 PMT 点火；
2. 125 ns 内至少 10 路 PMT 点火会触发采数；
3. 触发位于采数时间窗的 5 ns 处。<sup>②</sup>

① 版本：<https://gitlab.airelinux.org/tjjk/jsap/-/commit/77db757cba046b70663420979ad8db9455373dc7>

② 默认设置是 175 ns，但实际采数中切去了前 170 ns 波形，因此 Trigger Position 实际值 5 ns，在该设置下模拟的波形前沿也与实验吻合。

由于  $^{212}\text{Bi}$  的  $\beta$  衰变分支比为 64.06%，另有 35.94% 的概率发生  $\alpha$  衰变；只有途径  $^{212}\text{Po}$  才能形成级联事例，因此在模拟中将  $^{212}\text{Bi}$  产生子的  $\alpha$  衰变关闭， $\beta$  衰变分支比提升至 1。

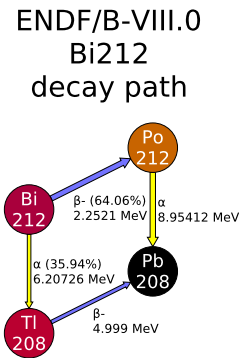


图 3.2  $^{212}\text{Bi}$  衰变路径<sup>[7]</sup>

### 3.3 短时间间隔级联信号对电子学系统的影响

锦屏 1t 的电子学系统主要由 4 块 CAEN V1751 FADC 与 1 块 V1495 触发板构成。事例记录流程如下：

1. PMT 波形首先输入 V1751，模拟信号数字化为 0V~1V 的 10bit 整数，数据和时间戳计入缓存；
2. 根据预先设置的单通道阈值，V1751 判断各通道是否过阈并将过阈信息（逻辑信号）通过 LDVS 接口发送给 V1495；
3. V1495 将每个通道提的过阈信号延展一定时长，然后求和，当过阈通道数  $n_{\text{FiredPMT}} \geq N$ ，输出触发信号；
4. 所有的 V1751 设置为外部触发；V1495 输出的触发信号沿菊花链依次传递到各 V1751，各板触发并从缓存中取数；
5. 取出的数据通过 VME 总线，由 V2718 汇总，通过光纤进入计算机、被程序读入；
6. 程序根据各板的时间戳，将各板的波形对齐、裁剪边缘，删除未被触发的波形，最终以 ROOT 格式压缩存入硬盘。

探测器运行区间 G 及其之后，采数时间窗设置为 800 ns；出于某些原因<sup>①</sup>，剪裁后的波形长度为 600 ns。因此，当级联事例的时间差  $\Delta t < 1000$  ns 时，有如下几种情况发生：

1.  $t_0 + \Delta t + t_{\text{scintillation}} < 600$  ns，其中  $t_0$  是触发在采数时间窗的位置， $t_{\text{scintillation}}$  是慢事例导致的波形的持续时间。该情况下两个事例的波形均被完全记录，如

① 猜测是在低触发阈时时间对齐飘动更大，需要更多的剪裁空间

图3.3 所示;

2.  $t_0 + \Delta t + t_{\text{scintillation}} \in (600, 800)(\text{ns})$ , 此时由于波形剪裁, 慢事例的波形会被裁切, 导致慢事例记录不完整, 但慢事例信号没有溢出 FADC 的取数时间窗, 所以不会引起第二个触发事例;
3.  $t_0 + \Delta t \in (800 - t_{\text{scintillation}}, 800)(\text{ns})$ , 此时慢信号的尾部溢出了 FADC 的取数时间窗, 有可能导致触发;
4.  $\Delta t \in (800, 800 + T)(\text{ns})$ , 此时两个事例的时间间隔超过了 FADC 的取数时间窗, 理论上一定会触发; 但由于信号线、逻辑操作的时延、各路未对齐等多重影响, 最终触发概率线性增长至 1.
5.  $\Delta t > 800 + T \text{ ns}$ , 一定可以分开触发。

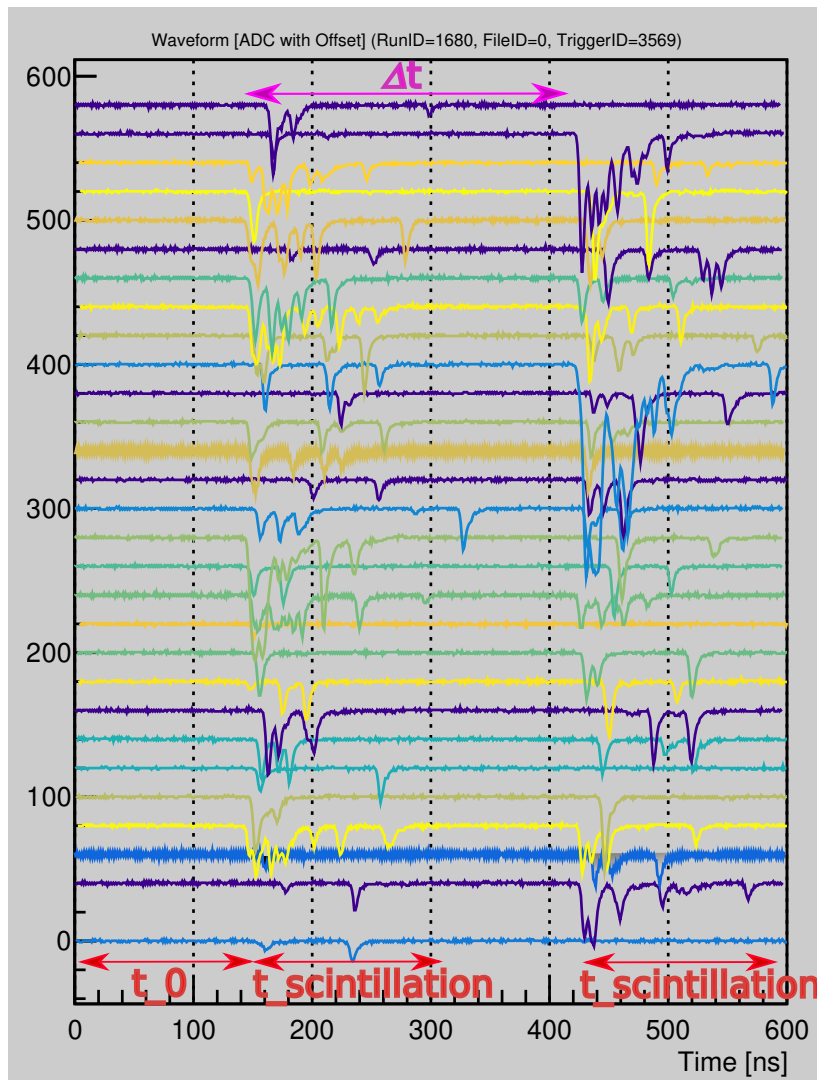


图 3.3 典型的双事例处于同一采数时间窗, 对应情形1,  $\Delta t$  再大一些就会成为情形 2

原本  $\Delta t$  服从指数衰减，但由于触发系统的影响，不同  $\Delta t$  会获得不同的采集效率<sup>①</sup>，所以原先的指数分布受到了修正，且难以从实际数据中获得修正曲线。

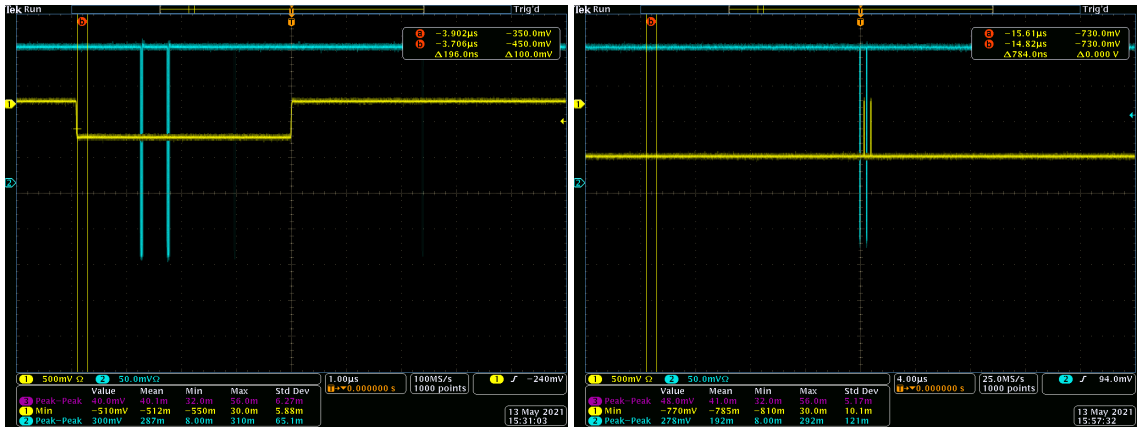
本研究复现了1t探测器电子学读出系统与采数程序，使用信号发生器生成了时间间隔可调的两个 NIM 标准逻辑信号（ $-800\text{ mV}$ 左右的负脉冲）模拟 PMT 输入，复制 14 路输入到 1t 电子学读出系统中，观察该系统对于短时间间隔的级联信号的响应，如图 3.4，3.5。



图 3.4 复现的锦屏1t采数系统（最右侧是用于产生 14 路信号的复制板 V976）

① 采集效率的含义为，两个事例被完整记录在一条波形内，或者两个事例分别触发了两次采数因而被完整记录





(a) 信号发生器产生的快慢信号 (b) 信号经过 FADC 与触发板后触发信号的延后

图 3.5 波形 (a) 与触发信号 (b)

### 3.4 触发事例间级联分析

将每个触发事例当做一个单独的物理事件，重建其能量、位置。所有事件的发生是齐次泊松过程，不同种类的事件有不同的强度；绝大部分视作单事例事件，如  $^{40}\text{K} \rightarrow ^{40}\text{Ca} + e^- + \bar{\nu}_e$  和  $^{40}\text{K} + e^- \rightarrow ^{40}\text{Ar} + \nu_e + \gamma$  是两个强度不同的单事例泊松流。对于齐次泊松过程，事例时间间隔  $\Delta t$  服从指数分布，强度为事例率。

我们关注的  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  是在单事例流中混入的双事例流。由于其时间间隔  $\Delta t \sim \text{Exp}(431\text{ns})$  远小于触发率造成的时间间隔，因此  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  级联事例是稀疏的事例序列中紧挨的事例对，使用  $\Delta t$  可以筛选掉绝大部分单事例，具体筛选方法如下：

1. 设定时间间隔阈值  $\Delta t_{\max}$
2. 计算临近事例的间隔  $\Delta t$ ，对于  $\Delta t > \Delta t_{\max}$ ，在两个事例间放置“隔板”，认为二者不属于同一个“事件”；
3. 两个隔板间的事例属于一个“事件”。只保留恰好包含两个事例的事件，成为级联事件。

级联事例的物理特征也可以给出很强的筛选条件：

- 快信号 ( $\beta$ ) 能量范围
- 慢信号 ( $\alpha$ ) 能量范围
- 级联信号空间距离应相隔较近

上述筛选条件均可根据模拟数据进行确定。经过筛选后，得到快慢事例时间

差近似满足带常数本底的指数分布：

$$P(\Delta t \in [t, t + dt]) = \left[ A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B \right] dt$$

其中  $\tau$  是  $^{212}\text{Po}$  寿命。

考虑到之前引入了  $\Delta t$  的筛选条件，基本事件空间实际上是  $\Delta t \in [0, \Delta t_{\max}]$ ，因此，重新对概率密度函数归一化后，得到

$$f(t) = \frac{N_{sig}}{N_{sig} + N_{bkg}} \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{N_{bkg}}{N_{sig} + N_{bkg}} \frac{1}{\Delta t_{\max}} \quad (3.3)$$

构造扩展似然函数进行拟合  $N_{sig}, N_{bkg}, \tau$ 。之所以使用扩展似然函数，是因为  $N_{sig} + N_{bkg} \sim \text{Poisson}(N)$ ， $N$  是候选  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  的事例数。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(N_{sig}, N_{bkg}, \tau) &= \frac{e^{-(N_{sig} + N_{bkg})}}{N!} (N_{sig} + N_{bkg})^n \prod_{i=1}^N f(t_i) \\ &= \frac{e^{-(N_{sig} + N_{bkg})}}{N!} \prod_{i=1}^N \left[ \frac{N_{sig}}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{N_{bkg}}{\Delta t_{\max}} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

计算对数似然函数，并舍去常数项  $\ln(N!)$ ：

$$-\ln \mathcal{L}(N_{sig}, N_{bkg}, \tau) = (N_{sig} + N_{bkg}) - \sum_{i=0}^N \ln \left[ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{N_{bkg}}{\Delta t_{\max}} \right] \quad (3.5)$$

### 3.5 触发时间窗内的双事例拆分与级联分析

事例拆分只关注在同一时间窗内的  $\beta$ - $\alpha$  级联事例。为了识别双点源事例并将其拆开，首先需要进行波形分析，并对波形分析后的结果进行检验。

文献<sup>[10]</sup>提出了基于 1 维 Wasserstein<sup>[11]</sup> 距离作为损失函数的 CNN 作为波形分析方法。本研究直接使用了该研究的结果，对模拟和实际数据进行了波形分析。

得到的波形分析结果为可能的 PE 击中时间（精确到 ns）以及该 PE 的电荷预测值。电荷预测值除以增益刻度后得到该 ns 内 PE 数目的预测值；通过时间刻度，将各路 PE 对齐、叠加在时间轴上，取整后得到 PE 的击中谱。

受文献<sup>[12]</sup>启发，使用统计学上的单峰检验  $\text{diptest}$ <sup>[13]</sup> 和聚类算法  $\text{kmeans-1d}$ <sup>[14]</sup> 识别双点源事例并拆分。

首先筛去 PE 数低于 50 的事例——它们的能量甚至低于单个  $\alpha$ ，不太可能也难以被识别为双点源事例。然后，对 PE 击中谱使用 `diptest` 作单峰假设检验，当  $p \rightarrow 1$  时说明该事例是较为明显的单峰，当  $p \rightarrow 0$  时说明该事例远离单峰。经验性地，对于  $p > 0.2$  的事例，认为是单峰；剩余事例认为是双峰。

对于双峰事例，使用 `kmeans1d` 将 PE 分为两部分。为了排除由暗噪声、较长液闪发光时间带来的影响，对两部分 PE 的性质做如下考察，并过滤掉不符合要求的双事例：

1. 计算快慢事例的 PE 数比值  $E_1/E_2$ 。如果  $E_1/E_2 > 10$ ，那么后一部分的 PE 很可能是前一部分的剧烈信号导致的噪声，或是大量发射时间较晚的光子。这部分事例被筛去。
2. 计算两部分 PE 的击中时间均值， $\bar{t}_1$  与  $\bar{t}_2$
3. 对第二个事例进行软件触发：在 50 ns 内如果至少有 10 路出现 PE，则认为第二个事例构成触发。这样做是为了避免暗噪声、低能本底。触发后记录慢事例触发时间  $t_2$ ，以采数时间窗零点为时间零点。
4. 计算  $\Delta t = t_2 - \bar{t}_1$ 。近似认为液闪发光曲线是指数衰减，对于总 PE 数期望为  $N$  时， $\Delta t > t$  之后的 PE 数期望为  $N e^{-\Delta t/\tau}$  且服从泊松分布。如果  $P(NPE|_{t>\Delta t} > 5) > 0.003$ ，这意味着由 `kmeans1d` 挑选出来的第二个事例可能是由于第一个事例液闪发光残留的，需要被舍弃。

经过筛选、拆分后的事例使用组内博士生开发的球谐函数法<sup>[15]</sup>进行重建，得到事例的能量、位置与相对时间信息。其余的数据处理流程与 3.4 一致。

### 3.6 触发时间窗内的双点源事例重建与级联分析

3.5 由于算法的统计意义不显著、对时间谱存在多重修正，虽然能有效筛选出  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  候选体，但从时间谱上难以拟合  $^{212}\text{Po}$  寿命，很难准确地测量  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  数目。

发展基于统计模型的双点源重建算法，既能够有效筛选、重建出双点源事例，又能从模型出发给出误差分析，无需各类经验修正，是较好的解决方案。

#### 3.6.1 使用统计推断进行重建的一般方法

按照概率论的基本思想，首先定义好基本事件空间，它是待重建参数空间和观测量空间的直积：

- 探测器中两个点源的位置、时间、能量， $(\vec{r}_1, E_1, t_1) \otimes (\vec{r}_1, E_1, t_1)$ ，是待测量。

- 每一路波形读出值（减去基线后） $\vec{w}_1 \otimes \vec{w}_2 \otimes \cdots \otimes \vec{w}_{n\text{PMT}}$ ，是观测量。  
最终的事件空间为  $(\vec{r}_1, E_1, t_1) \otimes (\vec{r}_1, E_1, t_1) \otimes \vec{w}_1 \otimes \vec{w}_2 \otimes \cdots \otimes \vec{w}_{n\text{PMT}}$   
而似然函数、条件概率即为

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}(\vec{r}_1, E_1, t_1, \vec{r}_1, E_1, t_1 | \vec{w}_j, j \in \{\text{PMTId}\}) \\
& = P(\vec{w}_j, j \in \{\text{PMTId}\} | \vec{r}_1, E_1, t_1, \vec{r}_1, E_1, t_1) \\
& \equiv P(\vec{w}_j, j \in \{\text{PMTId}\} | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

其中  $\mathcal{V}$  代表顶点  $(E, \vec{r}, t)$ 。

从点源到波形中间有大量的物理过程需要描述，因此式 (3.6) 十分复杂，需要将不同物理阶段拆分。

首先，将探测器响应拆分为探测器到 PE、PE 到波形两个部分，因此需要引入中间变量 PE：

$$\vec{s}_j = (s_{j1}, s_{j2}, \cdots, s_{jn}), j \in \{\text{PMTId}\} \tag{3.7}$$

由于对于一个波形，可能有多个 PE，我们将时间分  $n$  个 bin:  $i = 1, 2, \cdots, n$ ，每个时间 bin 长度为  $dt$ ，当  $\delta t \rightarrow 0$  时，每个 bin 内最多有一个 PE；如果第  $j$  路在第  $i$  个时间 bin 内有 PE，则  $s_{ji} = 1$ ，否则为 0。那么，全事件空间需要再直积 PE 空间： $(\vec{r}_1, E_1, t_1) \otimes (\vec{r}_2, E_2, t_2) \otimes \vec{w}_1 \otimes \vec{w}_2 \otimes \cdots \otimes \vec{w}_{n\text{PMT}} \otimes \vec{s}_1 \otimes \vec{s}_2 \otimes \cdots \otimes \vec{s}_{n\text{PMT}}$

利用全概率公式，似然函数被拆分成点源  $\rightarrow$ PE 与 PE  $\rightarrow$  波形两个部分：

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}(\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2 | \vec{w}_j, j \in \{\text{PMTId}\}) = P(\vec{w}_j, j \in \{\text{PMTId}\} | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) \\
& = \prod_{j \in \{\text{PMTId}\}} \sum_{\vec{s}_j \in \text{PE}} P(\vec{w}_j | \vec{s}_j, \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) \cdot P(\vec{s}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) \\
& = \prod_{j \in \{\text{PMTId}\}} \sum_{\vec{s}_j \in \text{PE}} P(\vec{w}_j | \vec{s}_j) \cdot P(\vec{s}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

乘号左侧代表 PE 生成波形。单个 PE 引起的波形为

$$a_i \cdot \text{SPE}(t - t_i) \tag{3.9}$$

其中  $a_i$  为该 PE 的电荷,  $a$  服从增益过程满足的统计分布 (近似为  $a \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_Q)$ , 参数由增益刻度确定);  $\text{SPE}(t)$  是单位电荷下单光电子波形, 视作固定参量;  $t_i$  是

PE 的时间，它由  $\vec{s}$  所决定。

在实际计算中，波形  $\vec{w}$  和表达 PE 的  $\vec{s}$  都是离散的、有限长度向量，因此对应 PE 信息  $\vec{s}$  定义 PE 电荷  $\vec{a}$ ，其中  $\forall s_i = 1, a_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ ;  $\forall s_i = 0, a_i = 0$ 。因此式 (3.9) 离散化为矩阵乘法：

$$\begin{aligned}\vec{w}_{\text{SPE}_i} &= \mathbf{F} (0, 0, \dots, 0, a_i, 0, 0, \dots, 0)^T \\ \mathbf{F}_{ki} &= \text{SPE}(t_k - t_i)\end{aligned}\quad (3.10)$$

总波形应当是所有 PE 引起的单波形，与高斯白噪声的叠加：

$$\begin{aligned}\vec{w} &= \mathbf{F}\vec{a} + \vec{\epsilon} \\ \therefore \epsilon_k &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_e) \\ \therefore w_k &\sim \mathcal{N}\left(\sum_{i=1}^n \text{SPE}(t_k - t_i)a_i, \sigma_e\right)\end{aligned}\quad (3.11)$$

所以从 PE 生成波形的统计模型是：

$$\begin{aligned}P(\vec{w}|\vec{s}) &= \sum_{\vec{s} \in \mathbb{PE}} \left\{ \prod_{k=1}^{\text{Nsamples}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{w_k - \sum_{i=1}^n \text{SPE}(t_k - t_i)a_i}{\sigma_e} \right)^2 \right] \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \prod_{i \in \{i|s_i=1\}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{a_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \right\} \\ &= \sum_{\vec{s} \in \mathbb{PE}} \left\{ \prod_{k=1}^{\text{Nsamples}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{w_k - \sum_{i \in \{i|s_i=1\}} \text{SPE}(t_k - t_i)a_i}{\sigma_e} \right)^2 \right] \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \prod_{i \in \{i|s_i=1\}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{a_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \right\}\end{aligned}\quad (3.12)$$

由于对于大多数  $\vec{s} \in \mathbb{PE}$ ,  $P(\vec{w}|\vec{s}) \rightarrow 0$ ，它们对式 (3.8) 几乎没有贡献；得益于 PE 的这种稀疏性，文献<sup>[16][17]</sup>提出的 FBMP 算法能够快速搜寻出具有主导性的  $P(\vec{w}|\vec{s})$ ，并计算出它们的值；记这些  $P(\vec{w}|\vec{s})$  的集合为  $\mathbb{PE}^*$ ，式 (3.8) 化为

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}(\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2 | \vec{w}_j, j \in \{\text{PMTid}\}) = P(\vec{w}_j, j \in \{\text{PMTid}\} | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) \\
& = \prod_{j \in \{\text{PMTid}\}} \sum_{\vec{s}_j \in \text{PE}} P(\vec{w}_j | \vec{s}_j) \cdot P(\vec{s}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) \\
& \approx \prod_{j \in \{\text{PMTid}\}} \sum_{\vec{s}_j \in \text{PE}^*} P(\vec{w}_j | \vec{s}_j) \cdot P(\vec{s}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

而对应点源  $\rightarrow \text{PE}$  部分的统计模型  $P(\vec{w}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2)$ ，会在接下来的两小节中介绍。

### 3.6.2 Probe 探测器响应探针函数简介

我们认为  $\vec{s}_j$  作为时间轴上的随机向量，服从非齐次泊松过程，其强度是探测器探针函数，代表点源响应的期望随时间的演化。

**定义 3.1 (探针函数  $\text{Probe}(t; \mathcal{V})$ ):** 若  $\text{Probe}(t; \mathcal{V})$  是服从非齐次泊松过程的 PE 响应  $P(\vec{s}_j | \mathcal{V})$  的泊松强度，在该时间 bin  $[t_i, t_i + dt)$  内的 PE 数服从伯努利分布：

$$\text{NPE}_i \sim \mathcal{B}(1, \text{Probe}(t_i; \mathcal{V})dt)$$

$\text{Probe}(t; \mathcal{V})$  的主要问题在于如何数值地描述该函数。首先，时间维度上的平移对称性使得  $\text{Probe}(t; E, \vec{r}, t_0) = \text{Probe}(t - t_0; E, \vec{r}, 0)$ ；其次，在低能情况下，近似认为 PE 期望与可见能量  $E$  线性相关，即  $\text{Probe}(t; E, \vec{r}, 0) = E \cdot \mathbf{R}(t; \vec{r})$ 。

有关  $\text{Probe}$  的主要工作集中在使用何种数值手段对其进行描述。首先， $\text{Probe}$  是多个物理过程的综合效应，包括液闪发光，光子传播，PE 渡越。液闪发光可以用发光曲线描述，PE 渡越可以由 TT 与 TTS 描述，而光学过程的时间谱较为复杂，最终的  $\text{Probe}$  是三者和时间轴上的卷积。因此，我们可以仅将光学过程参数化，称为“光  $\text{Probe}$ ”：

**定义 3.2 (光  $\text{Probe}$ :  $\text{LProbe}$ ):** 在探测器  $(\vec{r}, t = 0)$  处放置一均匀各向同性瞬时光源，发射  $N$  个光子（对应可见能量为  $E$ ），则  $N \cdot \text{LProbe}(t; \vec{r})$  是服从非齐次泊松过程的 PE 响应  $P(\vec{s}_j | \vec{r}, N)$  的泊松强度，则对于时间 bin  $[t_i, t_i + dt)$ ，在该时间 bin 内的 PE 数服从伯努利分布：

$$\text{NPE}_i \sim \mathcal{B}(1, N \cdot \text{LProbe}(t_i; \vec{r})dt)$$

那么总的探测器响应是：

$$\mathbf{R}(t; \vec{r}) = \frac{N}{E} f(t) \overset{t}{\otimes} \text{LProbe}(t; \vec{r}) \overset{t}{\otimes} \text{TT}(t) \tag{3.14}$$

无论是  $\text{Probe}$  还是光  $\text{Probe}$ ，主要技术难点在于合理的参数化。为了降低参数

空间的维度，我们近似认为 PMT 放置在一个球面上，且各个 PMT 的光学环境一致（差异主要源于探测器光学结构的非球对称性）。如图3.6所示，由于探测器是球对称的，因此响应与  $\varphi$  无关， $\vec{r}$  退化为  $(r, \theta)$ ；又由于各个 PMT 光学性质相近，可以使用同一个 Probe。

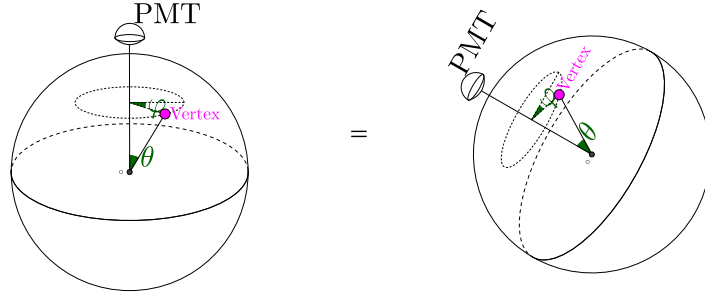


图 3.6 PMT 属性的球对称性

因此，我们关心的 Probe，退化为  $\text{Probe}(t; E, r, \theta) = E \cdot R(t; r, \theta)$ 。对于光 Probe 更是如此。

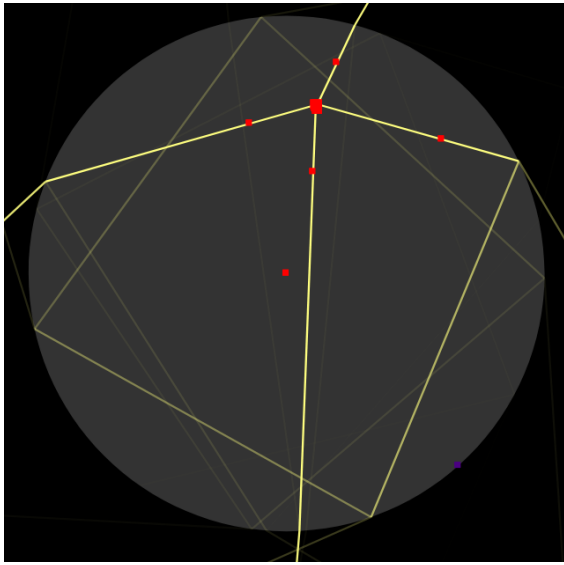
接下来的任务是数值刻画  $R(t; r, \theta)$ ， $E$  最终要依赖能标刻度进行确定。在另一篇毕业设计<sup>[18]</sup>中，作者详细讲述了如何使用 Zernike 多项式  $Z_n(r, \theta)$ <sup>[19]</sup> 直积勒让德多项式  $P_l(t)$  作为正交基底展开对数 Probe，即

$$\ln R(t; r, \theta) = \sum_{nl} a_{nl} Z_n(r, \theta) P_l(t) \quad (3.15)$$

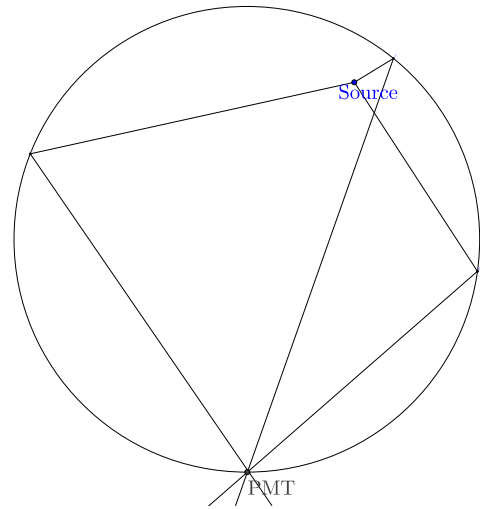
由于  $Z(r, \theta)$  的定义域在单位圆盘上，需要对模拟数据的半径进行归一化；因为  $P_l(t)$  的定义域是  $[-1, 1]$ ，需要将 PE 的时间线性映射到该区间内。

选取泊松回归、MCMC 等手段，使用模拟数据对展开系数进行拟合。具体内容详见<sup>[18]</sup>。

本研究将更多精力集中在对纯光学过程的建模，即参数化光 Probe 上。光 Probe 的特点在于，光子从给定位置  $(r, \theta)$  发射，抵达指定 PMT 的路径近似是离散化的，几乎只有直入射、三种一次反射最多四条光路，如图3.7所示：



(a) 直入射、三种反射光学渲染图



(b) 三种反射的光路图

图 3.7 给定光子、PMT 位置（位于圆的正下方），光子抵达 PMT 可能的光路

因此，在给定  $(r, \theta)$  的情况下， $R(t; r, \theta)$  关于  $t$  是离散的，如图3.8所示。

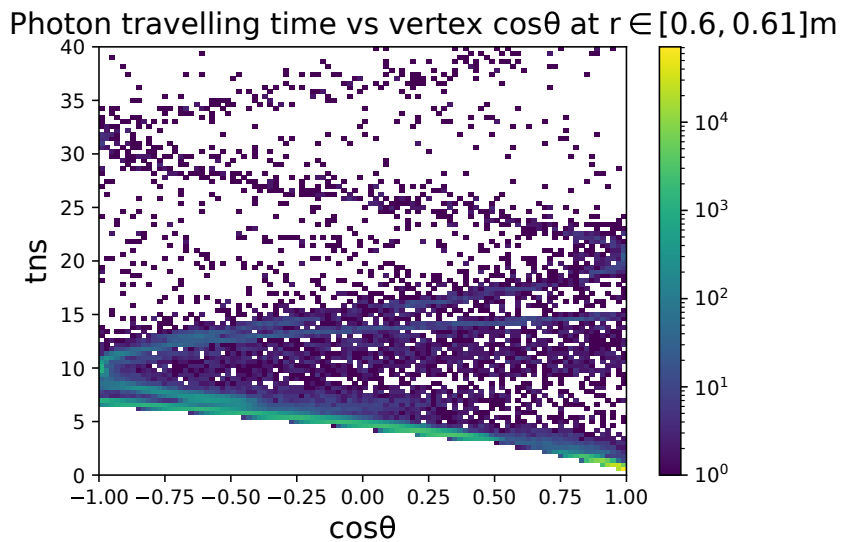
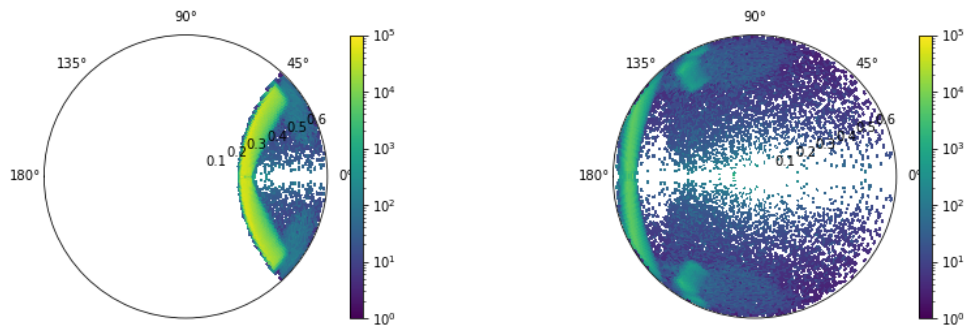


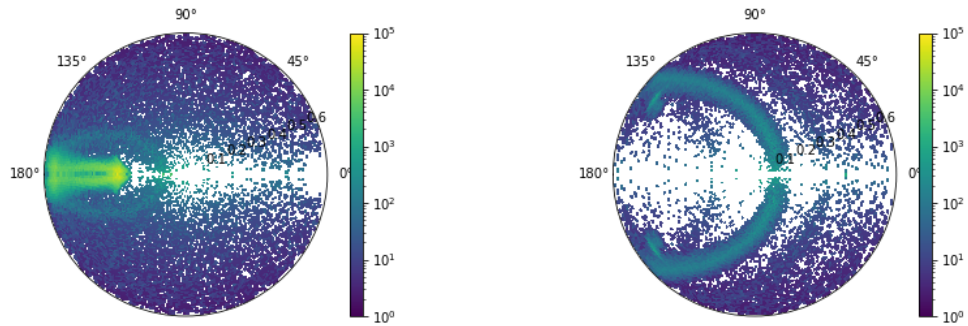
图 3.8 在 0.6 m~0.61 m 处， $\cos\theta - t$  的二维直方图（总共模拟了约  $5 \times 10^8$  个光子）

由于光路可逆，可以认为  $t$ 、 $R(t; r, \theta)$  等价于由 PMT 发射的光子抵达探测器各个点所需的时间以及光的强度。固定时间  $t$ ，绘制  $(r, \theta)$  平面的直方图 3.9:





(a) 距离 PMT 较近的顶点的直入射光，与全 (b) 距离 PMT 较远的顶点的直入射光，以及反射区域顶点缺少直入射光



(c) 亚克力球面反射造成的聚焦效应

(d) 非聚焦区域的一般反射光

图 3.9 固定光子飞行时间  $t$ ,  $(r, \theta)$  处的光子抵达 PMT 的数目 (总共模拟了约  $5 \times 10^8$  个光子)

实际上，除了直入射与一次反射外还会有其它光路，例如多次反射、PMT 上的反射、外侧黑色特氟龙涂层的漫反射，它们的光路更加不规则，但对  $R(t; r, \theta)$  的贡献较低。将光子按照反射方式进行分类，可以得到以下四类光子 (图3.10):

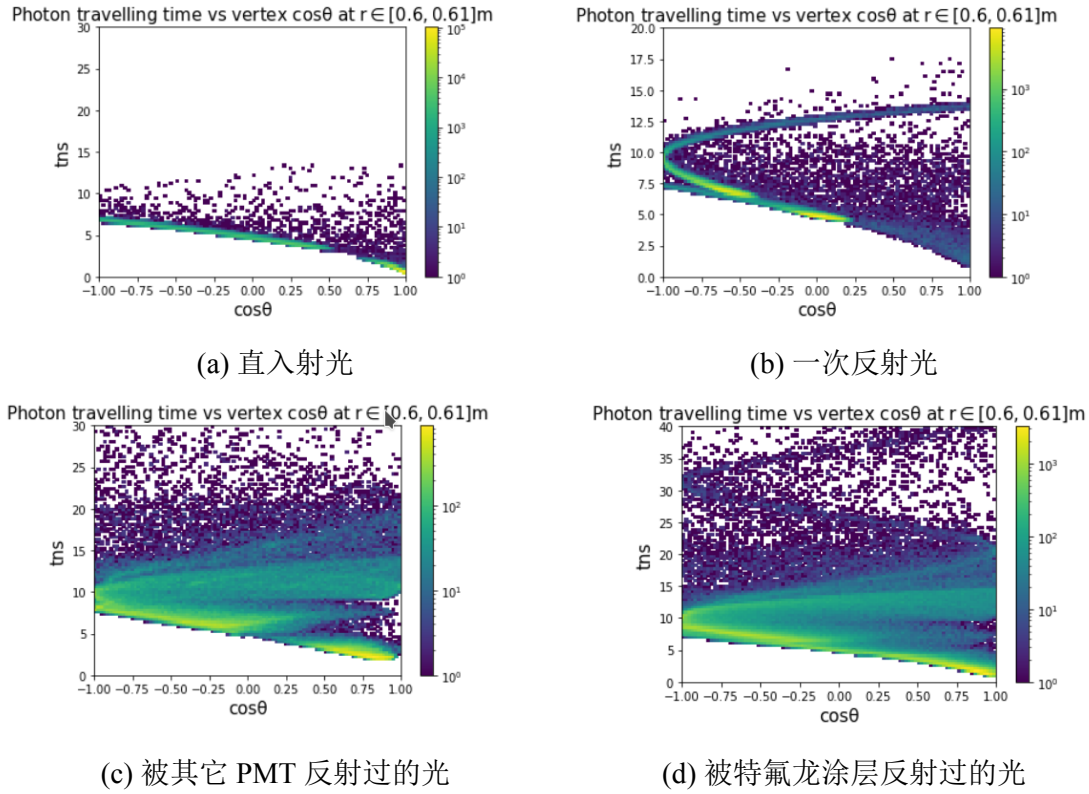


图 3.10 将模拟的约  $5 \times 10^8$  个光子进行分类，分别绘制在  $0.6 \text{ m} \sim 0.61 \text{ m}$  处， $\cos \theta - t$  的二维直方图

在进行分类后，对于确定的光路，飞行时间是固定的；但是由于色散、PMT 形状的影响，光子飞行时间有一定展开，本研究采用高斯函数进行近似。以直入射光为例：

$$\begin{aligned}
 \text{LProbe}_{\text{direct}}(t; r, \theta) &= \frac{A(r, \theta)}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - \tau(r, \theta)}{\sigma} \right)^2 \right] \\
 &= \frac{\sum_n A_n Z_n(r, \theta)}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - \sum_n \tau_n Z_n(r, \theta)}{\sigma} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

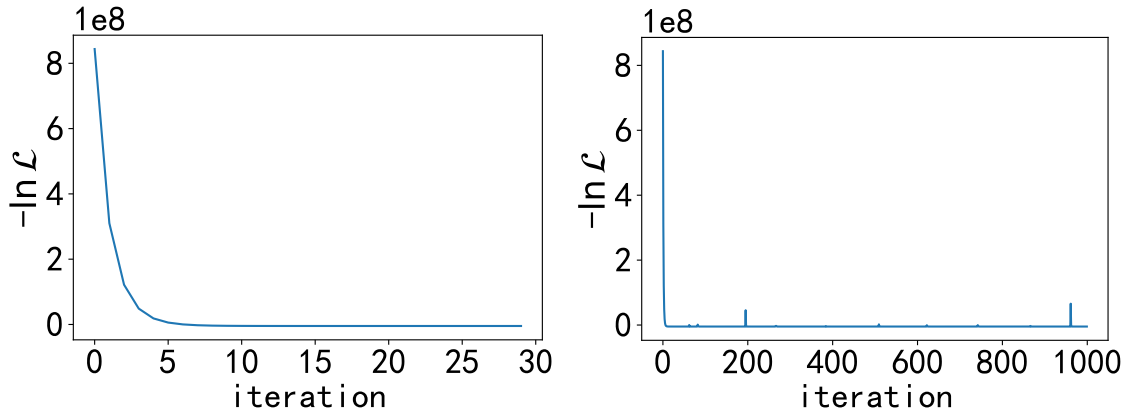
经验性地选取  $\sigma=0.2 \text{ ns}$ 。

根据 3.2，模拟的直入射光子服从  $\text{LProbe}_{\text{direct}}(t; r, \theta)$  为强度的非齐次泊松过程，大量的模拟相当于对这个随机过程的采样。设采样放置的顶点数为  $K$ ，发射的光子数为  $M$ ，则给定一组参数  $\{A_n\}$ ， $\{\tau_n\}$ ，得到采样值的概率的对数，即对数似然函数为：

$$\begin{aligned}
\ln \mathcal{L}(\{A_n\}, \{\tau_n\} | r_m, \theta_m, r_k, \theta_k) &= \sum_{m=1}^M \ln \text{LProbe}_{\text{direct}}(t_m; r_m, \theta_m) - \sum_{k=1}^K \int_0^{\infty} \text{LProbe}_{\text{direct}}(t; r_k, \theta_k) dt \\
&\approx \sum_{m=1}^M \left[ \ln \frac{\sum_n A_n Z_n(r_m, \theta_m)}{\sqrt{2\pi\sigma}} - \frac{1}{2} \left( \frac{t_m - \sum_n \tau_n Z_n(r_m, \theta_m)}{\sigma} \right)^2 \right] \\
&\quad - \sum_{k=1}^K \int_0^{\infty} \text{LProbe}_{\text{direct}}(t; r_k, \theta_k) dt
\end{aligned} \tag{3.17}$$

(式中近似认为高斯函数在  $t < 0$  的部分取 0)

由于数据集巨大且  $\ln \mathcal{L}(\{A_n\}, \{\tau_n\} | r_m, \theta_m, r_k, \theta_k)$  参数较多、优化问题非凸，需要使用类似深度学习的手段对该优化问题进行处理。对此作者使用了 pytorch<sup>[20]</sup> 中提供的 Adam<sup>[21]</sup> 随机梯度下降优化器进行参数拟合。将大量数据分成 100 个批次，轮流进行梯度下降。拟合选取了 30 组对称 Zernike 函数基、共计 316 个基函数：



(a) 1000 轮迭代损失函数

(b) 前 30 轮迭代损失函数

图 3.11 损失函数经 Adam 优化器调整参数的下降过程

可以看出，到第 10 轮迭代时损失函数已经收敛。Adam 作为随机梯度下降拟合器，能够以一定概率走出局域极值，因此可以看到在较长时间的迭代过程中损失函数会发生跳变。但遗憾的是，后续分析表明拟合结果不理想，可能仍然陷入了局域极值中。

选取损失函数最小的结果作为最终拟合参数，绘制  $\int_0^{\infty} R(t; r, \theta) dt$ ，得到：

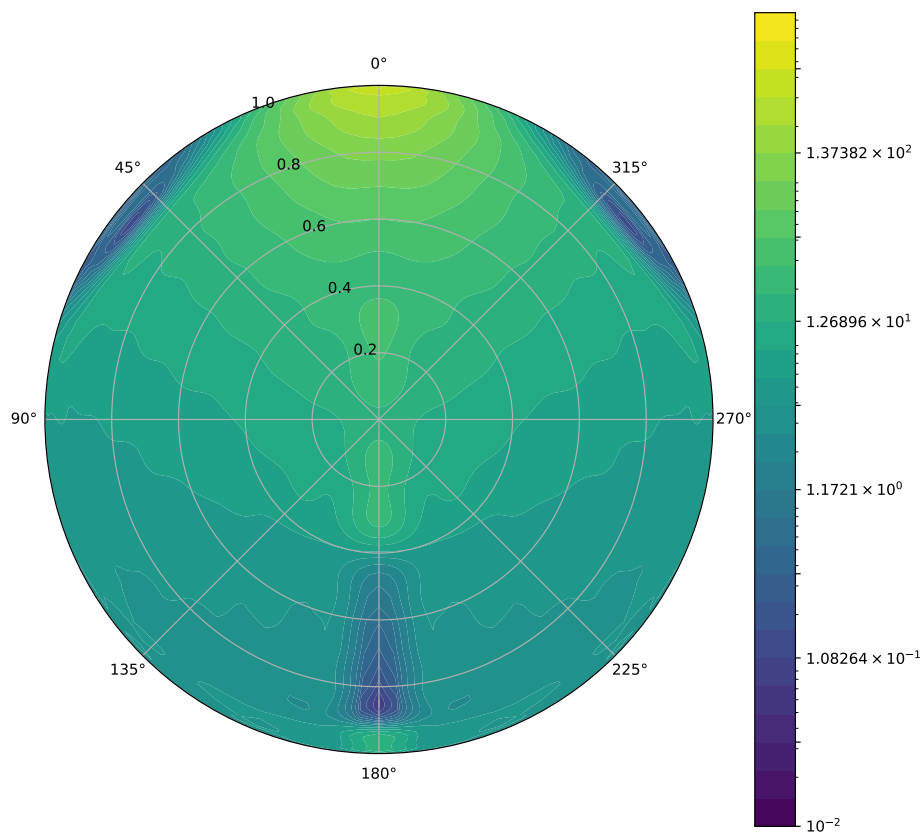
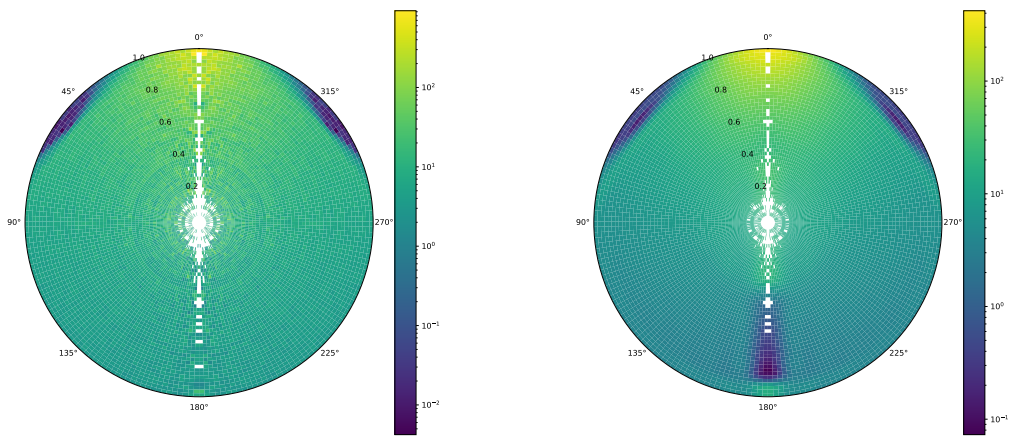


图 3.12 直入射光 Probe 拟合结果；图中函数值只有相对大小有意义。

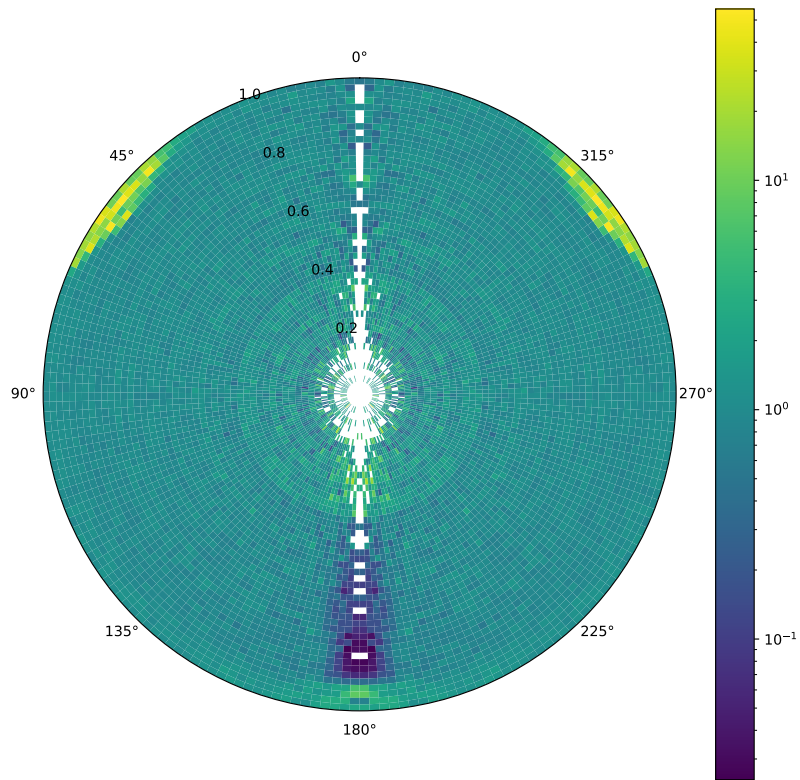
可以看出，这个拟合结果不是很理想。首先， $\theta = 0$  与  $\theta = \pi$  轴上有异常值，尤其是  $\theta = \pi$ ；其次，全反射区域应当为 0，但函数值仅比其它区域低 1~2 个量级，而且内部有结构，说明没有收敛至正确的光 Probe。

如图 3.13，对比原始数据的直方图就可以更清晰地看出这些异常：



(a) 模拟数据直入射光  $(r, \theta)$  的直方图

(b) 根据直入射光 Probe  $(r, \theta)$  重建的直方图



(c)  $\frac{\text{光 Probe 重建直方图 (b)}}{\text{数据直方图 (a)}}$

图 3.13 拟合得到的直入射光 Probe  $(r, \theta)$  与被拟合的数据直方图的对比

其中，直方图中央的空白点是由于相空间与统计涨落导致的。

对直入射光进行拟合出现局域反常的现象，原因可能有以下两点：

- 选取的 Zernike 基函数难以刻画全反射区的跳变，由于相空间原因  $\theta = \pi$  处事例极少，在梯度下降过程中被抛弃，导致了全反射区域、 $\theta = \pi$  处拟合异常。
- 选取了高斯函数刻画光子飞行时间分布导致损失函数  $-\ln \mathcal{L}(\{A_n\}, \{\tau_n\} | r_m, \theta_m, r_k, \theta_k)$  的 Hessian 矩阵非正定，优化问题非凸，容易落入局部极值。这与第一点因素会起到共同作用。

由于光 Probe 拟合尚不成功，受限于时间因素，本研究未继续深究，将在未来继续研究光 Probe 函数的刻画方案，以期得到更好的结果。在接下来的研究中，均采用了<sup>[18]</sup> 中泊松回归得到的 Probe 函数。

### 3.6.3 BAPPE2 重建算法简介

近似认为探测器对于低能事件的响应是线性的，即双点源的响应，即 Probe 探针函数，可以线性叠加：

$$\text{Probe}(t; \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) = \text{Probe}(t; \mathcal{V}_1) + \text{Probe}(t; \mathcal{V}_2)$$

另外还需要考虑暗噪声：

$$\text{Probe}_{\text{DN}j}(t) = f_j$$

其中  $f_j$  是第  $j$  路 PMT 的暗噪声率。

双点源 + 暗噪声的总响应为：

$$\text{Probe}_j(t; \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) = \text{Probe}_j(t; \mathcal{V}_1) + \text{Probe}_j(t; \mathcal{V}_2) + f_j \quad (3.18)$$

因此，在式 (3.13) 中的  $P(\vec{w}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2)$  对数形式为：

$$\begin{aligned} \ln P(\vec{w}_j | \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) &= \sum_{i=1}^{\text{NPE}} \ln \text{Probe}_{j_i}(t_i; \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) - \sum_{j \in \{\text{PMTid}\}} \int_0^{\infty} \text{Probe}_j(t; \mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2) dt \\ &= \sum_{i=1}^{\text{NPE}} \text{logsumexp}(\ln \text{Probe}_{j_i}(t_i; \mathcal{V}_1), \ln \text{Probe}_{j_i}(t_i; \mathcal{V}_2), \ln \text{Probe}_{\text{DN}j_i}(t_i)) \\ &\quad - \sum_{j \in \{\text{PMTid}\}} \left[ \int_0^{\infty} e^{\ln \text{Probe}_j(t; \mathcal{V}_1)} dt + \int_0^{\infty} e^{\ln \text{Probe}_j(t; \mathcal{V}_2)} dt + f_j t_{\text{WindowSize}} \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

由式 (3.15) 得到  $\ln \text{Probe}_j(t; \mathcal{V}) = \ln E + \ln R_j(t; \mathcal{V})$ 。

最终, 结合 (3.13)(3.19), 可以算得给定 PMT 波形情况下双点源的对数似然函数,  $\ln \mathcal{L}(E_1, t_1, \vec{r}_1, E_2, t_2, \vec{r}_2 | \vec{w}_j)$ 。

由于时间原因, 作者只进行了针对  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  事例进行了模拟与重建研究。根据 3.1 节的阐述, 级联事例的空间位置一致, 因此在重建时默认双点源位置相同, 似然函数的自变量由  $(E_1, t_1, \vec{r}_1, E_2, t_2, \vec{r}_2)$  缩减为  $(E_1, t_1, \vec{r}, E_2, t_2)$ 。初步结果在 4.3 节介绍。

## 第 4 章 研究结果

### 4.1 触发事例间级联分析结果

通过观察模拟事例， $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  候选体筛选条件为：

- 慢信号能量区间 [60, 120] PE
- 快信号能量区间 [10, 250] PE
- 两事例空间间隔  $|\Delta r| < 300 \text{ mm}$

短间隔时间下，级联事例的触发效率可能会受影响：有一定概率只触发快事例而未触发慢事例，导致慢事例丢失。根据 3.3 中的方法，对探测器电子学系统的触发效率进行了测试，部分测试结果如表 4.1：

全部测试点得到的时间间隔-效率关系图如下：

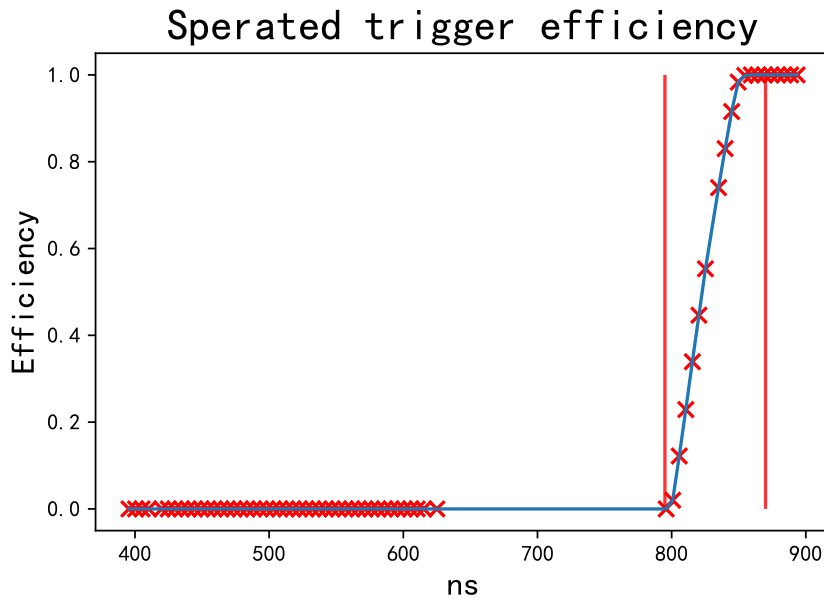


图 4.1 双事例触发效率曲线（全部数据点）

其中红线内部是表4.1中的数据，也是图 4.2 的部分：



表 4.1 级联事例触发效率测试

	时间间隔	双触发事件数	总事件数	触发效率	标准差
0	795.90	0	35220	0.000	0.000e+00
1	800.78	707	35202	0.020	7.477e-04
2	805.66	4267	34991	0.122	1.749e-03
3	810.55	8139	35550	0.229	2.228e-03
4	815.43	11885	35036	0.339	2.529e-03
5	820.31	15645	35055	0.446	2.655e-03
6	825.20	19497	35241	0.553	2.648e-03
7	834.96	26497	35795	0.740	2.318e-03
8	839.84	29175	35142	0.830	2.003e-03
9	844.73	32453	35444	0.916	1.476e-03
10	849.61	34595	35180	0.983	6.818e-04
11	854.49	35318	35369	0.999	2.018e-04
12	859.38	35340	35340	1.000	0.000e+00

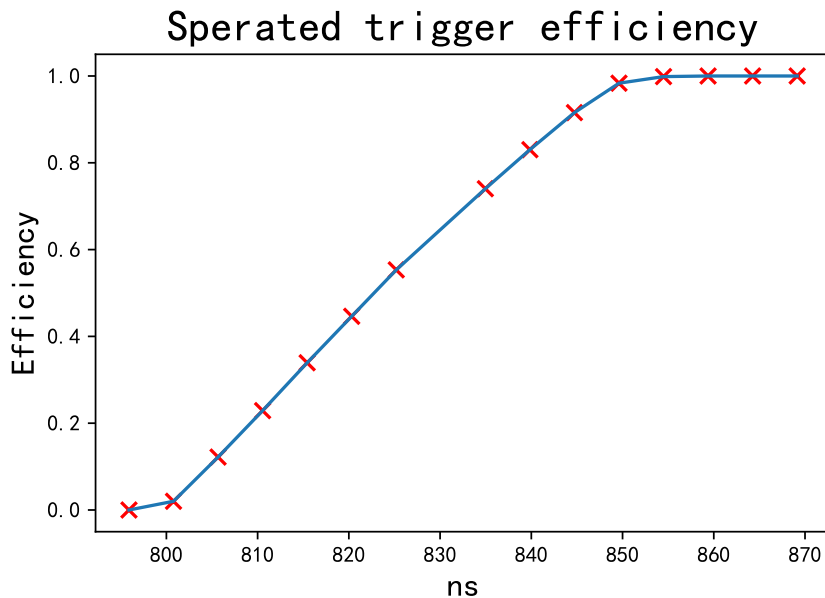


图 4.2 双事例触发效率曲线（关键数据点）

此外，观察电子学系统对于级联事例的时间测量是否准确。以  $\Delta t=888.67\text{ ns}$  为例，从读出数据中获得的触发时间之差分布为（图4.3）：

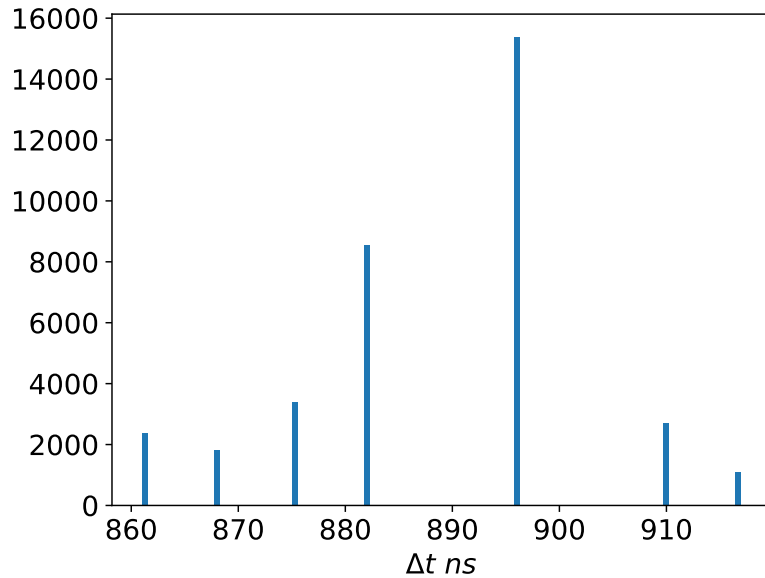


图 4.3  $\Delta t$  测量值分布

由于 FADC 的时钟设计， $\Delta t$  是 7 的整数倍。可以看出， $\Delta t$  的晃动可达 56 ns。<sup>①</sup>真实数据中这样的晃动可能更大；这也解释了为什么图4.1 中的过渡区域有约60 ns之久。

这同时意味着，触发事例间级联分析的时间分辨限制在60 ns，且最终的时间分布会卷积上该随机分布。由于  $^{212}\text{Po}$  的半衰期只有300 ns，因此该晃动会对时间拟合产生一定影响。

最终经过筛选的  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  候选体时间分布如图4.4，很难看出显示  $^{212}\text{Po}$  寿命的指数衰减。此外，根据表4.1中触发效率的结论，在  $\Delta t > 860\text{ ns}$  后能够完全触发，因此即便使用效率修正，也只能修复直方图中的第 1 个 bin，无法恢复出指数衰减的形状。

<sup>①</sup> 这里面有信号发生器的不确定性贡献，但是作者认为最大的不确定度来自电子学系统。

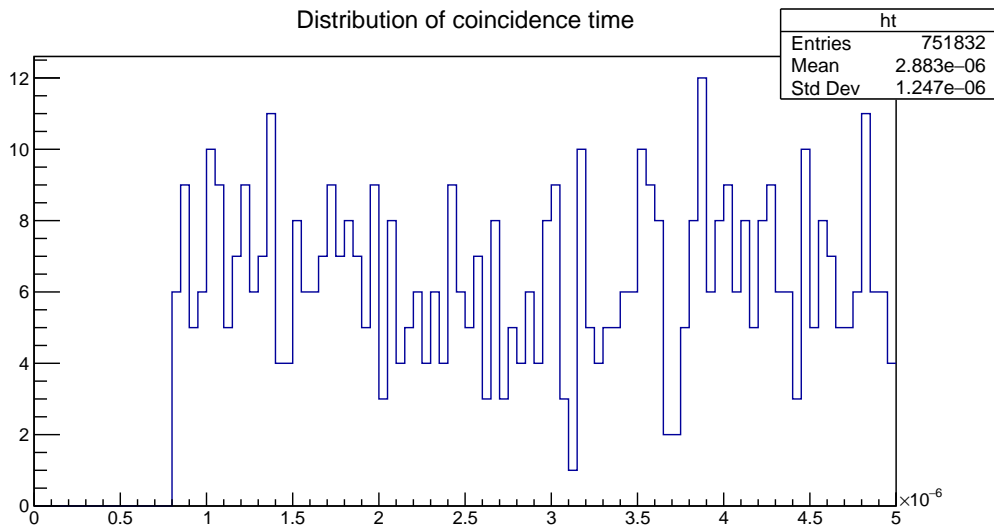


图 4.4 触发事例间级联分析结果——快慢事例时间分布

可以看出信号没有  $^{212}\text{Po}$  寿命的迹象。

更进一步地，可以参数化图4.3中的晃动，和指数衰减时间分布卷积后得到更接近测量情形的时间谱，进行不分 bin 的似然函数拟合。但受限于时间，该工作还未开展，将在未来继续进行，使用事例间级联方法估计  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  事例率上限。

## 4.2 基于双事例拆分的触发时间窗内分析结果

首先观察算法对模拟事例的效果（图4.5）：

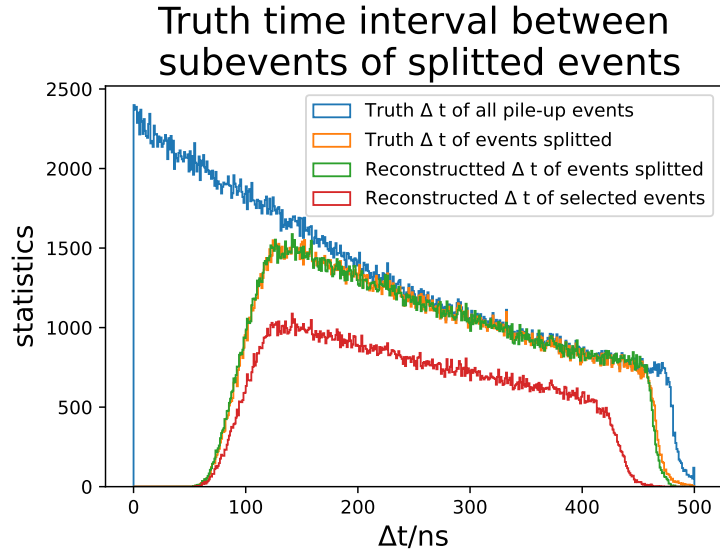
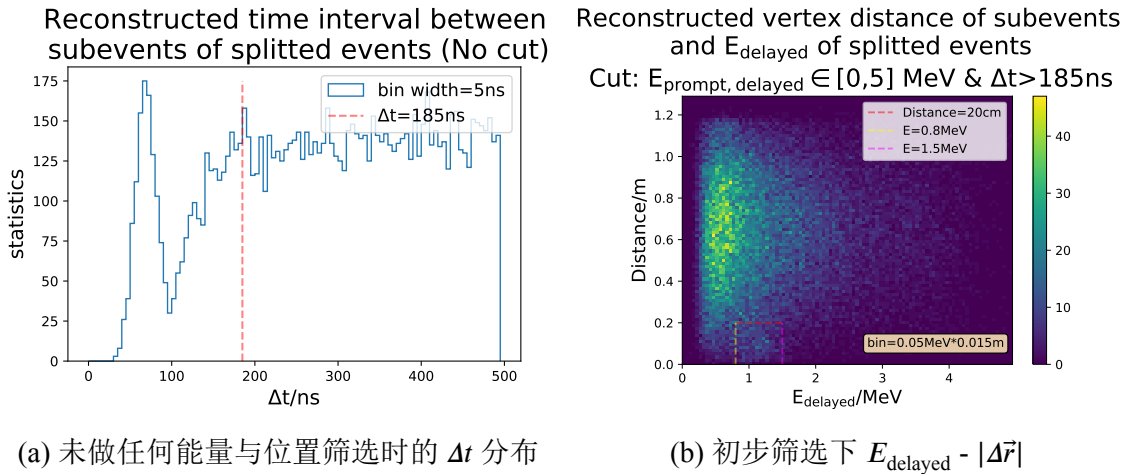


图 4.5 模拟的级联事例  $\Delta t$ 、经过 diptest+kmeans1d 筛选后的级联事例  $\Delta t$ 、重建得到的  $\Delta t$

可以认为算法在  $\Delta t \in [300, 400]$  ns 保持了指数衰减的时间谱。

在真实数据中，由于事例切分可能仍会误切大量单事例波形，所以需要额外引入一些判选条件。首先观察未做任何能量与位置筛选时的  $\Delta t$  分布（图4.6(a)）。左侧的峰是错误地切开单个事例导致的。使用  $\Delta t > 185$  ns 作为初步筛选条件，绘制  $E_{\text{delayed}} - |\Delta \vec{r}|$  直方图 (4.6(b)):



(a) 未做任何能量与位置筛选时的  $\Delta t$  分布

(b) 初步筛选下  $E_{\text{delayed}} - |\Delta \vec{r}|$

图 4.6 时间与空间初步筛选

可以看出图中框内的有一定结构，与  $\alpha$  信号能量接近，猜测是 Bi-Po 信号。选择  $|\Delta \vec{r}| < 0.2\text{m}$  作为初步空间判选条件。绘制对数坐标的  $E_{\text{delayed}} - \Delta t$  二维直方图4.7。

### Reconstructed time interval of subevents and $E_{\text{delayed}}$ of splitted events

Cut:  $E_{\text{prompt, delayed}} \in [0, 5] \text{ MeV} \ \& \ \Delta r < 0.2 \text{ m}$

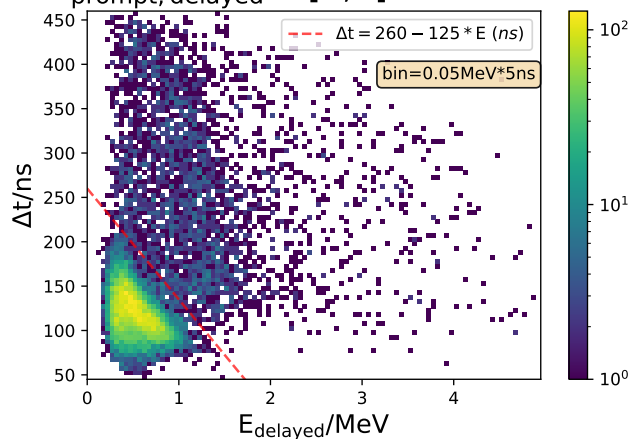


图 4.7  $E_{\text{delayed}} - \Delta t$  二维直方图

在图上可以清晰地看出切事例的误判导致的左下角的模式——对于被强行切分单事例，如果  $\Delta t$  越短，则说明切分点越靠前，“慢事例”被切分获得的 PE 越多，且成线性关系，因此可以清楚地看到红色虚线作为分界线将被切坏的事例筛选出来。所以引入更加完善的时间筛选条件  $\Delta t > 260 - 125 * E$ 。再次绘制  $E_{\text{delayed}} - |\Delta \vec{r}|$  直方图：

### Reconstructed vertex distance of subevents and $E_{\text{delayed}}$ of splitted events

Cut:  $E_{\text{prompt, delayed}} \in [0.8, 5] \otimes [0, 5]$

&  $\Delta t > 260 - 125 * E_{\text{delayed}}$

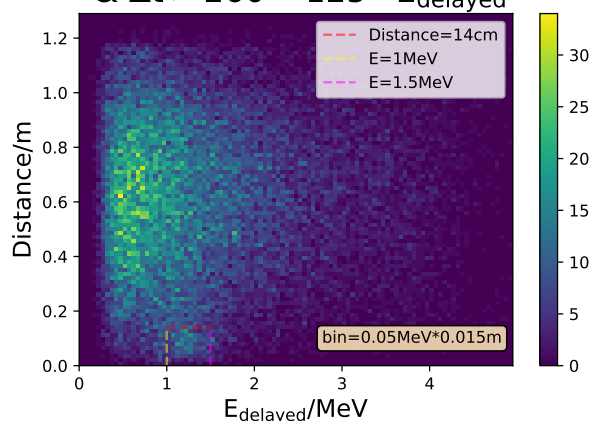


图 4.8 经过  $\Delta t > 260 - 125 * E$  筛选后的  $E_{\text{delayed}} - |\Delta \vec{r}|$  直方图

可以看出信号结构更加明显。进一步严格空间筛选条件： $|\Delta \vec{r}| < 0.14 \text{ m}$ ，绘制

$E_{\text{delayed}} - E_{\text{prompt}}$  直方图，以及  $E_{\text{delayed}}$  直方图：

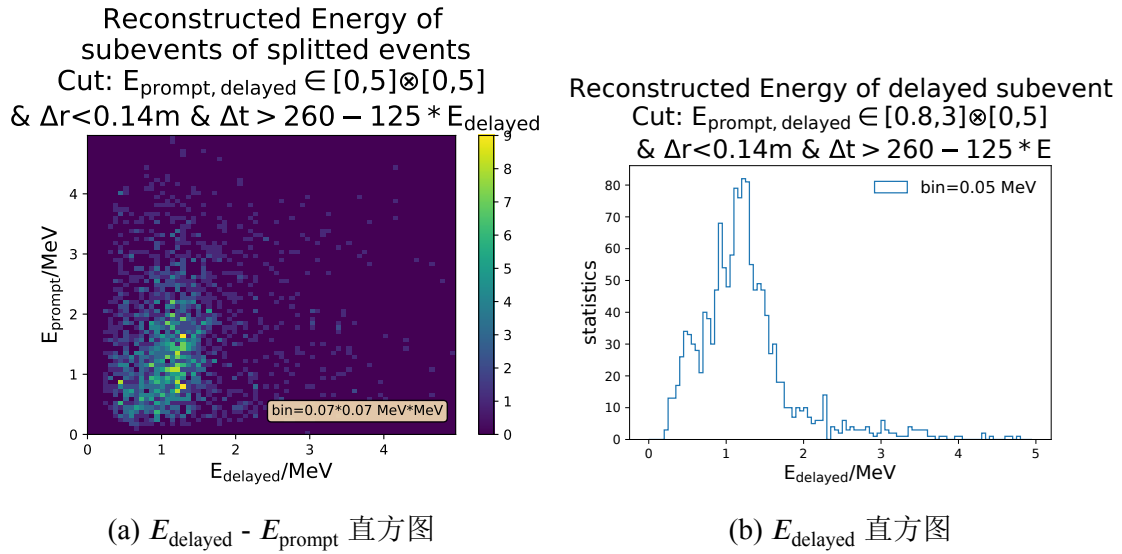


图 4.9 切事例分析得到的候选体能量分布

选取  $E_{\text{prompt}} \in [0.8, 3] \text{ MeV}$ ， $E_{\text{delayed}} \in [1.05, 1.35] \text{ MeV}$ ，绘制时间谱如下：

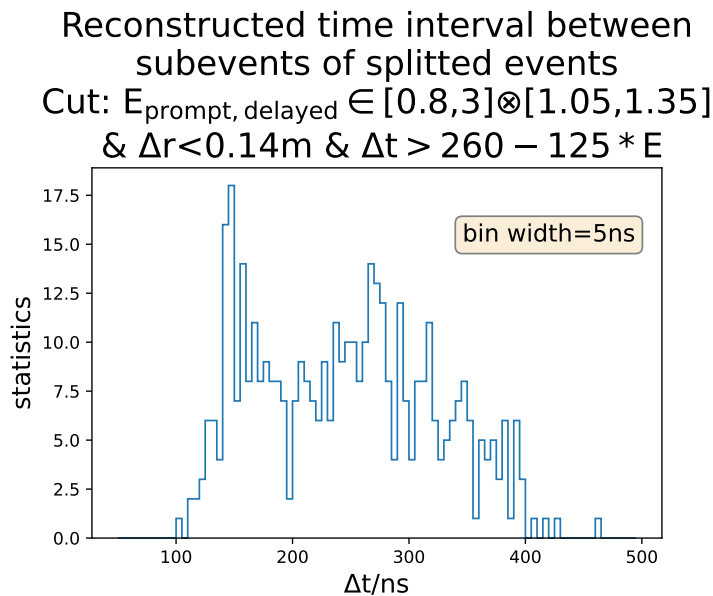


图 4.10 经过筛选后  $\Delta t$  直方图

由于统计量较少，统计涨落较大。虽然能够看出  $\Delta t$  的下降趋势，但无法拟合获得正确的  $^{212}\text{Po}$  寿命； $\Delta t > 400 \text{ ns}$  的部分几乎没有统计量，可能是涨落，或者扔存在未知效应压低。

事例切分方法最成功的结果应当是图4.8与图4.9，能够较为清晰的看到疑似  $\alpha$

的信号，且空间位置与快事例具有关联，但能量低于模拟给出的预期，猜测是  $^{214}\text{Bi}$  信号。由于切事例的效率低、存在未知修正，即便数据集较大，最终的候选体统计量不高、涨落较大，难以进行时间谱拟合，所以较难区分可疑信号中的本底和  $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$ 。

### 4.3 基于双点源重建的触发时间窗内分析结果

双点源重建被视作最有希望的、最能处理同一时间窗内级联事例的方案。相关理论方法已经在 3.6 中介绍。

首先观察其在模拟事例中的表现。由于还未对重建算法进行能标刻度，因此重建算法给出的能量大小只是一个相对值，无法进行绝对比较；但快慢信号的能量之比是有意义的。

对于模拟数据集，选取所有在同一时间窗内出现的双点源事例进行重建，得到的真值  $\Delta t$  - 重建  $\Delta t$  分布如图 4.11：

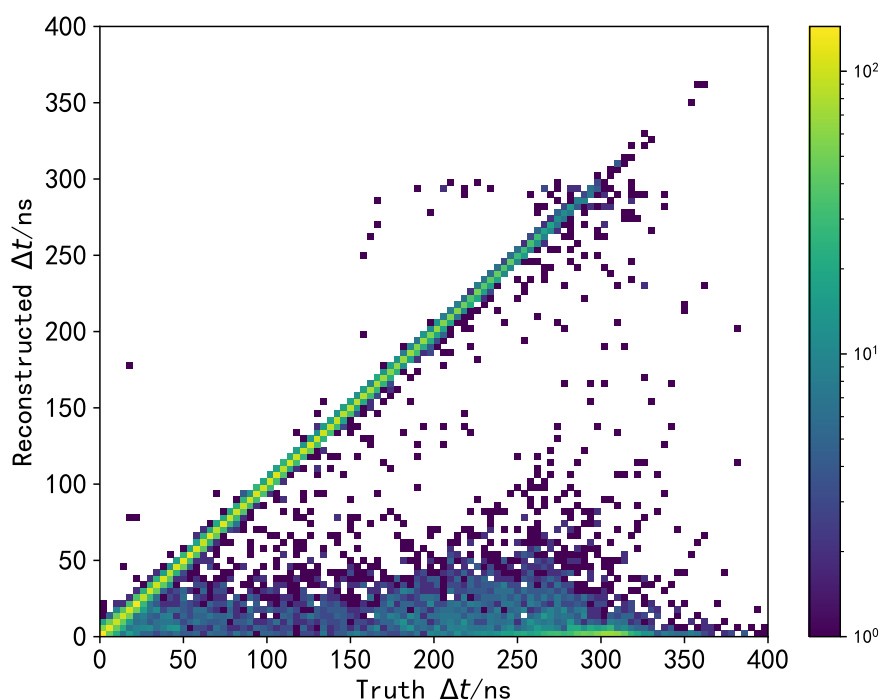
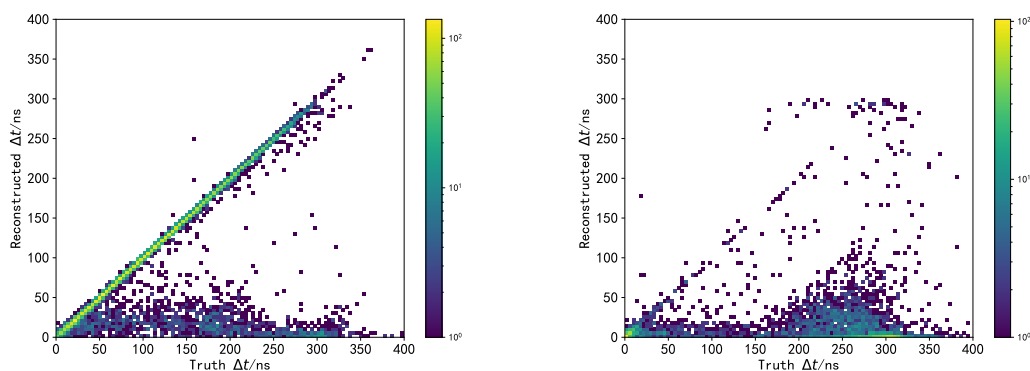


图 4.11 全部双点源模拟事例的真值  $\Delta t$ -重建  $\Delta t$  分布

可以看出，除了重建得很好的大量事例外，有一些事例的  $\Delta t$  被重建到了 0。究

其原因，是这些事例的大量 PE 因为被时间窗切掉而难以被识别为另一个点源。拟合器在进行双点源优化的时候选择了通过降低第二个点源的能量，使其“消失”，进而回退到单点源情形。由于只重建一个顶点，另一个顶点处于未定义的状态，时间则与第一个点源相近（这样微弱的  $E_2$  可以被隐藏在第一个点源中），因此  $\Delta t$  被重建到了 0 附近。

通过对重建能量的筛选，可以轻易地过滤掉上述重建“失败”案例。此外，可以同时做单点源重建和双点源重建，如果二者似然函数值接近，则说明第二个点源被丢弃、没有起到“解释”PE 的作用。这意味着，双点源重建自身就是一个单双点源判别器。



(a) 双点源重建成功（能量范围正确）的事例 (b) 双点源重建失败（其中一个点源被放弃）的事例

图 4.12 使用  $|\ln(E_{\text{truth,prompt}}/E_{\text{truth,delayed}}) - \ln(E_{\text{recon,prompt}}/E_{\text{recon,delayed}})| > 0.3$  区分重建“失败”的事例

但限于时间原因，该方案没有来得及部署在实际数据上。目前算法依然过慢，在大数据集上需要消耗巨大算力，因此代码需要进一步优化，处理速度需要提升至少 2 个数量级；其次，需要针对实际数据的增益刻度和时间刻度做修正、进行能标刻度，且要涉及误差分析，这些都是需要仔细完成的工作。



## 第 5 章 总结与展望

### 5.1 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ 搜寻结果与 $^{232}\text{Th}$ 含量估计

截止目前，有关锦屏 1 t 探测器内的  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  信号，本研究做了如下努力：

使用传统的触发事例级联寻找  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ ，并进行了触发电子学的研究。结论是触发电子学会导致时间精度受到一定影响。同时  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  信号微弱，再经过电子学的模糊效应后时间谱结构更加不明显。因此，未能搜索到  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  信号。

使用 `dipstest + kmeans1d` 对单个触发事例进行了切分。在模拟数据中切分表现较为良好，但在实际数据中发现仍会切开大量单事例；找到了一些筛选条件并看到了疑似 Bi-Po 的  $\alpha$  信号，但由于统计量较低、可能存在未知的时间修正，难以看到表征  $^{212}\text{Po}$  寿命的时间谱。该方法给出了目前较为接近真实信号的结果。

双点源重建算法是目前最有潜力的方案，它在模拟数据上表现出色、自带判断单双点源的能力、统计意义清晰。但是由于算法速度过慢，有限算力下难以处理完数据，且还有很多仔细的调节与论证需要进行，因此该方法暂未真正被使用。

根据上述结论，在本研究中，在事例间难以找到触发信号，且该困难由触发电子学限制——进一步缩短触发时间窗可能会涌入大量的，由慢液闪的长时间发光等原因造成的延迟本底，同时并不能解决电子学带来的模糊效应。更短的触发时间窗也会为触发电子学引入新的未知因素，目前 I-J 阶段 600 ns 的数据要比 A-F 阶段 1 029 ns 的数据更难以处理。

同时，事例内的级联分析给出了好的潜力，这是由于 FADC 对于同一条波形能够将时间精度控制在 ns 级别，排除了触发电子学的各类干扰。但如果时间窗过短，将会有大量级联事例被触发时间窗切开而损失，因此在 600 ns 时间窗下该方法的效率存在问题，最终导致统计量不高。双点源重建也会面临同样问题，但双点源重建能够更好地区分  $\Delta t$  较小的双事例。

$^{212}\text{Bi}$  的  $\beta$  能量较低，在模拟中也发现大量情况是仅有  $\alpha$  能够产生触发——这意味着触发时间事实上在慢事例上，而快事例  $\beta$  处于采数时间窗之前。如果能把采数时间窗向前延展，收入进  $\beta$  事例，则探测效率会有所提升。

探测器内的本底也会对分析产生干扰。 $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  除了时间谱外几乎与  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  拥有一致的特征，是主要本底。因此要继续保持氮气密闭，阻止  $^{222}\text{Rn}$  的渗漏带来大量的  $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  本底。

综上，本研究有关有关锦屏1 t探测器内 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  搜寻结果与 $^{232}\text{Th}$  含量估计的最终结论如下：

**本研究未能搜寻到 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ ，只观测到了疑似的候选体；未来需要进一步进行分析，使用更精确的手段进一步搜索，并估算 $^{232}\text{Th}$  含量。**

同时，对下一阶段的针对 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  的采数策略，以及分析工作能够给出以下建议：

1. 应当再次检查触发电子学，确认事例间的时间差存在浮动；如果属实，定量评估其对事例间级联分析的影响，如果影响较大，**应当放弃触发间事例级联的方法，将采数时间窗尽量延长；**
2. 保持氮封，尽可能降低 $^{222}\text{Rn}$  带来的本底；
3. 保持低触发阈值的取数条件，如果不向前延展时间窗；
4. 采数时间窗向前延展 300 ns~500 ns，同时可以提升触发域值；
5. 发展并部署双点源重建与粒子鉴别，尤其是鉴别探测器外部产生 $\gamma$  本底。

## 5.2 双点源重建算法在液闪探测器中的应用价值

在 JUNO 中，单个时间窗内会出现 $^{14}\text{C}$  与其它事例堆叠的情况，使得原先的单点源重建的能量、位置有偏。而目前发展的各类算法不具有清晰的统计含义，容易引入偏差，也较难进行后续的误差分析。此外，现存方法且会受到暗噪声的强烈影响。本文提出的基于探针函数的贝叶斯双点源重建，直接将双点源响应与暗噪声进行建模，从波形出发直接进行最大似然法估计双点源的位置、能量、时间信息，同时具有清晰明确的统计含义，便于后续更严格的误差分析，可以在 JUNO 的低能重建中扮演重要的角色。

## 插图和附表索引

图 1.1	常见于各种材料的天然放射性元素及其衰变链 .....	2
图 1.2	CJPL 是目前宇宙线与反应堆中微子通量最低的实验室 <sup>[1]</sup> .....	3
图 1.3	锦屏 1t 探测器原型机 <sup>[2]</sup> .....	4
图 2.1	探测器取数状态 .....	6
图 2.2	波形示意图 .....	7
图 2.3	正高压（左）与负高压（右）PMT 增益刻度的演化 <sup>[3]</sup> .....	8
图 2.4	30 路时间刻度的 TT 有效值演化 <sup>[3]</sup> .....	9
图 3.1	$^{212}\text{Bi}$ $\beta$ 衰变 <sup>[7]</sup> .....	11
图 3.2	$^{212}\text{Bi}$ 衰变路径 <sup>[7]</sup> .....	13
图 3.3	典型的双事例处于同一采数时间窗，对应情形 1， $\Delta t$ 再大一些就会成为情形 2 .....	14
图 3.4	复现的锦屏 1t 采数系统（最右侧是用于产生 14 路信号的复制板 V976） .....	15
图 3.5	波形 (a) 与触发信号 (b) .....	16
图 3.6	PMT 属性的球对称性 .....	22
图 3.7	给定光子、PMT 位置（位于圆的正下方），光子抵达 PMT 可能的光路 .....	23
图 3.8	在 0.6 m~0.61 m 处， $\cos\theta-t$ 的二维直方图（总共模拟了约 $5 \times 10^8$ 个光子） .....	23
图 3.9	固定光子飞行时间 $t$ ， $(r, \theta)$ 处的光子抵达 PMT 的数目（总共模拟了约 $5 \times 10^8$ 个光子） .....	24
图 3.10	将模拟的约 $5 \times 10^8$ 个光子进行分类，分别绘制在 0.6 m~0.61 m 处， $\cos\theta-t$ 的二维直方图 .....	25
图 3.11	损失函数经 Adam 优化器调整参数的下降过程 .....	26
图 3.12	直入射光 Probe 拟合结果；图中函数值只有相对大小有意义。 .....	27
图 3.13	拟合得到的直入射光 Probe $(r, \theta)$ 与被拟合的数据直方图的对比 .....	28
图 4.1	双事例触发效率曲线（全部数据点） .....	31
图 4.2	双事例触发效率曲线（关键数据点） .....	32
图 4.3	$\Delta t$ 测量值分布 .....	33
图 4.4	触发事例间级联分析结果——快慢事例时间分布 .....	34

图 4.5	模拟的级联事例 $\Delta t$ 、经过 diptest+kmeans1d 筛选后的级联事例 $\Delta t$ 、重建得到的 $\Delta t$ .....	35
图 4.6	时间与空间初步筛选 .....	35
图 4.7	$E_{\text{delayed}} - \Delta t$ 二维直方图 .....	36
图 4.8	经过 $\Delta t > 260 - 125 * E$ 筛选后的 $E_{\text{delayed}} -  \Delta \vec{r} $ 直方图 .....	36
图 4.9	切事例分析得到的候选体能量分布 .....	37
图 4.10	经过筛选后 $\Delta t$ 直方图 .....	37
图 4.11	全部双点源模拟事例的真值 $\Delta t$ -重建 $\Delta t$ 分布 .....	38
图 4.12	使用 $ \ln(E_{\text{truth,prompt}}/E_{\text{truth,delayed}}) - \ln(E_{\text{recon,prompt}}/E_{\text{recon,delayed}})  > 0.3$ 区分重建“失败”的事例 .....	39
表 4.1	级联事例触发效率测试 .....	32

## 参考文献

- [1] Beacom J F, Chen S, Cheng J, et al. Physics prospects of the jinping neutrino experiment[J/OL]. Chinese Physics C, 2017, 41(2): 023002. <http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/41/2/023002>.
- [2] Wang Z, Wang Y, Wang Z, et al. Design and analysis of a 1-ton prototype of the jinping neutrino experiment[J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2017, 855: 81 – 87. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2017.03.007>.
- [3] 赵林. 锦屏中微子实验预研的关键问题研究[J]. 清华大学理学博士学位论文（申请中），2021.
- [4] An F, An G, An Q, et al. Neutrino physics with jun0[J/OL]. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2016, 43(3): 030401. <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/43/3/030401>.
- [5] Caendigitizer library[M]. 2019.
- [6] Liu Q, He M, Ding X, et al. A vertex reconstruction algorithm in the central detector of jun0 [J/OL]. Journal of Instrumentation, 2018, 13(09): T09005–T09005. <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/13/09/T09005>. DOI: 10.1088/1748-0221/13/09/t09005.
- [7] Brown D, Chadwick M, Capote R, et al. ENDF/B-VIII.0: The 8<sup>th</sup> major release of the nuclear reaction data library with CIELO-project cross sections, new standards and thermal scattering data[J/OL]. Nuclear Data Sheets, 2018, 148: 1 - 142. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0090375218300206>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nds.2018.02.001>.
- [8] Birks J B. Scintillations from organic crystals: Specific fluorescence and relative response to different radiations[J/OL]. Proceedings of the Physical Society. Section A, 1951, 64(10): 874-877. <https://doi.org/10.1088/0370-1298/64/10/303>.
- [9] Agostinelli S, et al. GEANT4—a simulation toolkit[J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2003, 506: 250-303. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
- [10] Bao E, Wu Y, Xu B D, et al. Accurate and robust PMT waveform analysis[Z]. 2021.
- [11] Levina E, Bickel P. The Earth Mover’s distance is the Mallows distance: some insights from statistics[C/OL]//Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision. ICCV 2001: volume 2. 2001: 251-256 vol.2. DOI: 10.1109/ICCV.2001.937632.
- [12] Xu B. Pileup reconstruction[J]. KamLAND internal note, 2013.
- [13] Maechler M. diptest: Hartigan’s dip test statistic for unimodality - corrected[M/OL]. 2016. <https://CRAN.R-project.org/package=diptest>.

- [14] Grønlund A, Larsen K G, Mathiasen A, et al. Fast exact k-means, k-medians and bregman divergence clustering in 1d[Z]. 2018.
- [15] Dou W, Zhou J, Xu B D. Vertex reconstruction of point source by spherical harmonics in detectors with total internal reflection effect[Z]. 2021.
- [16] Schniter P, Potter L C, Ziniel J. Fast bayesian matching pursuit[M/OL]//2008 Information Theory and Applications Workshop. 2008: 326-333. <https://ieeexplore.ieee.org/document/4601068>. DOI: 10.1109/ITA.2008.4601068.
- [17] Schniter P. Fast Bayesian Matching Pursuit: Model Uncertainty and Parameter Estimation for Sparse Linear Models[J]. IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING: 12.
- [18] 王宇逸. 液闪探测器粒子径迹测量研究[J]. 清华大学本科生综合论文训练, 2021.
- [19] von F. Zernike. Beugungstheorie des schneidenverfahrens und seiner verbesserten form, der phasenkontrastmethode[J/OL]. Physica, 1934, 1(7): 689-704. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031891434802595>. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(34\)80259-5](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(34)80259-5).
- [20] Paszke A, Gross S, Massa F, et al. Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library[M/OL]//Wallach H, Larochelle H, Beygelzimer A, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 32. Curran Associates, Inc., 2019: 8024-8035. <http://papers.neurips.cc/paper/9015-pytorch-an-imperative-style-high-performance-deep-learning-library.pdf>.
- [21] Kingma D P, Ba J. Adam: A Method for Stochastic Optimization[J]. 2014.
- [22] Hunter J D. Matplotlib: A 2d graphics environment[J/OL]. Computing in Science & Engineering, 2007, 9(3): 90-95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55.
- [23] Virtanen P, Gommers R, Oliphant T E, et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python[J/OL]. Nature Methods, 2020, 17: 261-272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

## 致 谢

以下个人、组织、实体都对我完成本段毕业设计提供了或多或少、或直接或间接的帮助。我由衷地想你们表示感谢！

1. 我的导师续本达，他全方位的指导让毕设中异想天开的方案一步步走向实际、让我不会实现的算法变成代码、让不会做统计分析的我掌握了大量统计技能。无论是数学、物理、硬件、软件，他都给予了我莫大的帮助。续老师还能经常组织起有意思的讨论，让我流连忘返，这项研究工作中我有不少思路都是在讨论产生！
2. 王喆老师是我在中微子物理领域的领路人，也是最早指导我进行级联分析的老师。在这项工作中，他指导我完成了电子学方面的测试，是本研究不可或缺的部分。
3. 锦屏中微子实验课题组内的郭子溢、李进京学长，他们是我数据分析的领路人，在我最开始接触中微子实验的时候提供了诸多帮助。
4. 锦屏中微子实验课题组内的窦威、徐大成、王宇逸、赵林、张爱强学长，他们都为我的研究提供了基础内容与技术的支撑。
5. 陈少敏老师，他在物理分析中给了我启发与引导，也十分关心我的研究，让我感到动力十足。
6. 参与锦屏中微子实验的各位老师、同学、工程师、研究单位，锦屏1t探测器的建造与采数离不开大家的努力。
7. 我的父母、我的女朋友，你们十分关心我的研究乃至生活中的各个方面，给予了我很大的物质与精神支持！
8. 我的室友陈逸贤、袁冬、张一加，你们创造了良好的寝室氛围，尤其是学术讨论的氛围，让我获益匪浅，并鼓励着我继续走学术之道！
9. 以 Geant4<sup>[9]</sup>、Git、matplotlib<sup>[22]</sup>、pytorch<sup>[20]</sup>、scipy<sup>[23]</sup>、texlive、VSCodium 等与研究及写作相关的自由软件。

## 声 明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名： 武益阳 日 期： 2021.6.2



## 附录 A 外文资料的调研阅读报告

### Neutrino Experiments and Pile up Analysis

#### Contents

A.1	Radio active backgrounds in liquid scintillator based neutrino experiments .....	48
A.2	Jinping Neutrino Experiment .....	50
A.3	Coincidence analysis .....	51
A.4	Pile up analysis.....	51

#### A.1 Radio active backgrounds in liquid scintillator based neutrino experiments

Since neutrino rarely interacts with matter, detectors have to increase their target mass and suppress various background in order to obtain higher statistics and sensitivity. Decay of radioactive isotopes is usually the dominant component among all known backgrounds, and those isotopes are classified as primordial, cosmogenic, and anthropogenic radio nuclides<sup>[1]</sup>.

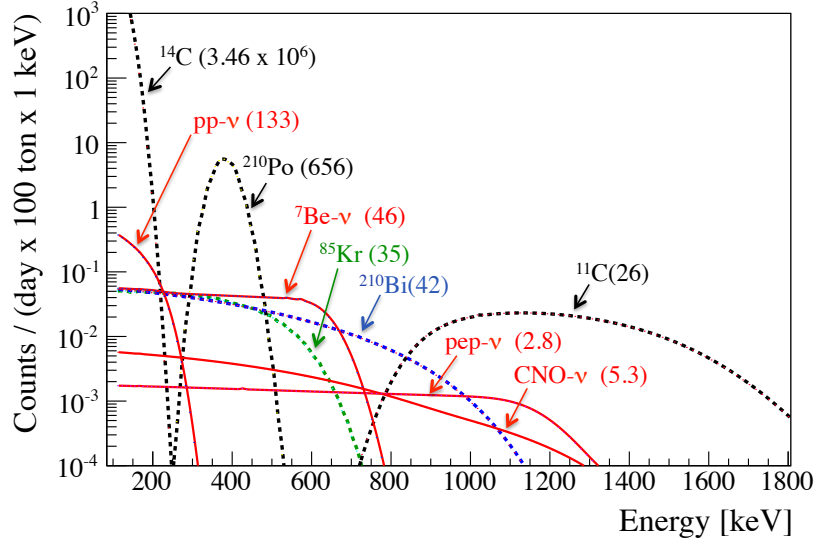


Figure A.1 Calculated energy spectrum of neutrinos and backgrounds in Borexino phase I detector<sup>[2]</sup>

Radioactive backgrounds have large impact on MeV scale neutrino energy spectrum. Figure A.1 shows the theoretical energy spectrum of solar neutrinos and their radioactive backgrounds during Borexino phase I. Neutrinos like  $pp$ - $\nu$  and  $pep$ - $\nu$  is covered by various backgrounds, complicating the total spectrum fit.

Because of inverse beta decay (IBD,  $\nu_e + p \rightarrow e^+ + n$ ), anti-neutrino detections benefit from the coincidence analysis of prompt positron and delayed neutron capture. But some radioactive backgrounds like  $^8\text{He}$  and  $^9\text{Li}$  have a  $\beta - n$  similar to the inverse beta decay<sup>[3]</sup>, since  $e^+$  and  $e^-$  is hard to distinguish in liquid scintillator.

Also,  $^{14}\text{C}$  can smear the energy spectrum by piling up with IBD events. Although  $^{14}\text{C}$  events cannot trigger by themselves, they can pile up with other events and complicate the energy measurement on low energy neutrinos. Current study in JUNO is proposing algorithm like clusterization, to strip off  $^{14}\text{C}$  events in order to increase the energy resolution of IBD events, and boost the sensitivity of mass ordering. It is also essential to separate  $^{14}\text{C}$  and  $pp$ - $\nu$  events for studying solar neutrinos, since the most dominant background of  $pp$ - $\nu$  is  $^{14}\text{C}$ , shown in Figure A.1.

## A.2 Jinping Neutrino Experiment

China Jinping Underground Laboratory (CJPL) is an excellent site for neutrino observatories, due to its extreme low cosmic muon flux, comparing to some existing laboratories shown in Figure A.2.

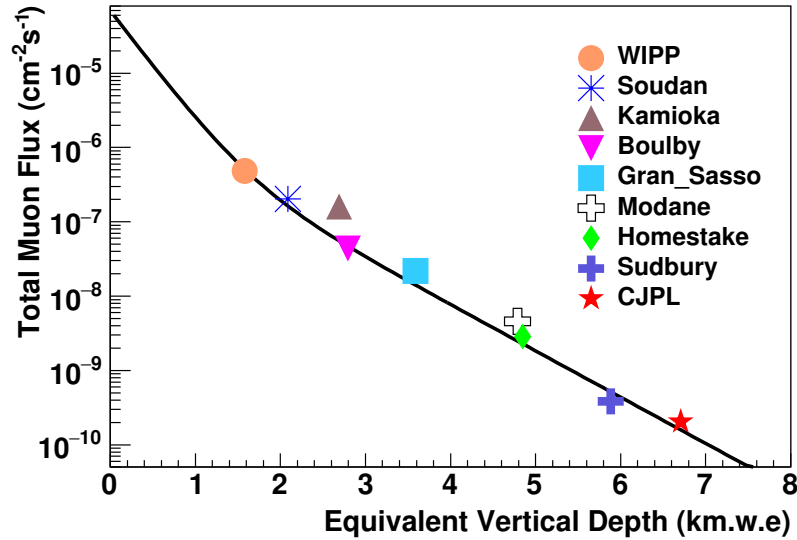


Figure A.2 (Color online) Cosmic-ray muon flux of CJPL and a comparison with other laboratories<sup>[4]</sup>

Jinping neutrino experiment aims to measure solar neutrino spectrum precisely. Detection of CNO neutrinos and precise measurements of all neutrino components will solve many open questions, including standard solar model parameters, metallicity problem, and oscillation probability transition from matter-governed region to the vacuum-like region. It also improves the precision of measuring  $\theta_{12}$  and  $\Delta m_{12}^2$  <sup>[5]</sup>.

Due to the low flux of nuclear reactors, Jinping is also ideal for detecting natural anti-neutrinos such as geo-neutrinos and supernova relic neutrinos. The signal of detecting anti-neutrinos is via IBD events, and the main backgrounds are reactor anti-neutrino IBD events, cosmic muon spallation product  $^8\text{He}/^9\text{Li}$  with their  $\beta$ - $n$  decay signal, and invisible muon background introduced by atmospheric neutrino charged current process. In these cases, radioactivity is not the major background, thanks to the coincidence analysis on IBD events.

One of the requirement of solar neutrino measurement in Jinping is high radio purity

of liquid scintillator. The primordial radioactive isotopes inside liquid scintillator is  $^{238}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$ . They continuously decay to a series of daughter nucleus while generating  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  particles with MeV kinetic energy, which forms the radioactive background among the whole detector. So suppressing the contamination level of  $^{238}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$  will boost the precision of solar neutrino measurements at Jinping.

The Jinping 1 t detector aims to verify the techniques and materials necessary for future experiments, including radioactivity measurements of liquid scintillator. The measurements of  $^{238}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$  contamination in liquid scintillator is one of the major goal. Due to the small radius of the prototype,  $\gamma$ s generated by isotopes like  $^{40}\text{K}$  on the PMT window can easily penetrate the water buffer and reach the center of the detector, causing large number of background events. The key of measuring  $^{232}\text{Th}$  radioactivity inside liquid scintillator is to count  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  coincident events.

### A.3 Coincidence analysis

100  $\mu\text{s}$  scale coincidence analysis is mature in various experiments. It can be applied to  $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  for  $^{238}\text{U}$  contamination measurement. The basic concept is to find dual event with small time intervals, applying energy and spatial cut to rule out most of coincident backgrounds, and perform a fit of  $^{214}\text{Po}$  decay time on the time interval distribution. However,  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  can be difficult since  $^{212}\text{Po}$  has a half life of 299ns, and many events cannot be recorded into two triggers, causing significant loss in detection efficiency. Therefore, new methods have to be developed for  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$ .

### A.4 Pile up analysis

Pile up is commonly seen in short time interval coincidence analysis.  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  events can easily pile up, resulting in two events recorded within one readout window in most cases. Therefore, effective method of reconstructing those events can greatly improve the sensitivity of  $^{232}\text{Th}$ .

If the time interval is large enough, the hit pattern of such pile up events can be separated via clustering algorithm. The  $^{85}\text{Kr}$  pile up reconstruction using dip test and `kmeans1d` is successful in KamLAND, mentioned in<sup>[6]</sup>. In this work the first PE of each PMT is extracted, forming a hit profile which can then be classified as single events or

pile-up events by dip test. Although 1 t prototype has only 30 PMTs, all PE information can be extracted using optimized waveform analysis introduced in<sup>[7]</sup> and conduct dip test and kmeans1d algorithm successfully.

Dip test is a statistical metric for judging distribution's unimodality. If only a single event occurs in the readout window, all PEs will arrive continuously in most cases. For pile up events, the hit profile may include dual peaks, and dip test will indicate that they are not unimodal. By testing the hit profile of all readout events, pile up candidates can be selected and applied kmeans1d clustering algorithm to tag all PEs. After PE separation, reconstruction algorithms for single point source can be applied on the two events, and coincidence analysis will be performed accordingly.

#### 参考文献

- [1] C. Arpesella, H.O. Back, M. Balata, T. Beau, G. Bellini, J. Benziger, S. Bonetti, A. Brigatti, C. Buck, B. Caccianiga, and et al. Measurements of extremely low radioactivity levels in borexino. *Astroparticle Physics*, 18(1):1–25, Aug 2002. ISSN 0927-6505. doi: 10.1016/S0927-6505(01)00179-7. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0927-6505\(01\)00179-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-6505(01)00179-7).
- [2] G. Bellini, J. Benziger, D. Bick, G. Bonfini, D. Bravo, M. Buizza Avanzini, B. Caccianiga, L. Cadonati, F. Calaprice, P. Cavalcante, and et al. Final results of borexino phase-i on low-energy solar neutrino spectroscopy. *Physical Review D*, 89(11), Jun 2014. ISSN 1550-2368. doi: 10.1103/physrevd.89.112007. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.89.112007>.
- [3] F. P. An, A. B. Balantekin, H. R. Band, M. Bishai, S. Blyth, D. Cao, G. F. Cao, J. Cao, W. R. Cen, Y. L. Chan, J. F. Chang, L. C. Chang, Y. Chang, H. S. Chen, Q. Y. Chen, S. M. Chen, Y. X. Chen, Y. Chen, J.-H. Cheng, J. Cheng, Y. P. Cheng, Z. K. Cheng, J. J. Cherwinka, M. C. Chu, A. Chukanov, J. P. Cummings, J. de Arcos, Z. Y. Deng, X. F. Ding, Y. Y. Ding, M. V. Diwan, M. Dolgareva, J. Dove, D. A. Dwyer, W. R. Edwards, R. Gill, M. Gonchar, G. H. Gong, H. Gong, M. Grassi, W. Q. Gu, M. Y. Guan, L. Guo, X. H. Guo, Y. H. Guo, Z. Guo, R. W. Hackenburg, R. Han, S. Hans, M. He, K. M. Heeger, Y. K. Heng, A. Higuera, Y. K. Hor, Y. B. Hsiung, B. Z. Hu, T. Hu, W. Hu, E. C. Huang, H. X. Huang, X. T. Huang, P. Huber, W. Huo, G. Hussain, D. E. Jaffe, P. Jaffke, K. L. Jen, S. Jetter, X. P. Ji, X. L. Ji, J. B. Jiao, R. A. Johnson, D. Jones, J. Joshi, L. Kang, S. H. Kettell, S. Kohn, M. Kramer, K. K. Kwan, M. W. Kwok, T. Kwok, T. J. Langford, K. Lau, L. Lebanowski, J. Lee, J. H. C. Lee, R. T. Lei, R. Leitner, J. K. C. Leung, C. Li, D. J. Li, F. Li, G. S. Li, Q. J. Li, S. Li, S. C. Li, W. D. Li, X. N. Li, Y. F. Li, Z. B. Li, H. Liang, C. J. Lin, G. L. Lin, S. Lin, S. K. Lin, Y.-C. Lin, J. J. Ling, J. M. Link, L. Littenberg, B. R. Littlejohn, D. W. Liu, J. L. Liu, J. C. Liu, C. W. Loh, C. Lu, H. Q. Lu, J. S. Lu, K. B. Luk, Z. Lv, Q. M. Ma, X. Y. Ma, X. B. Ma, Y. Q. Ma, Y. Malyshev, D. A.

Martinez Caicedo, K. T. McDonald, R. D. McKeown, I. Mitchell, M. Mooney, Y. Nakajima, J. Napolitano, D. Naumov, E. Naumova, H. Y. Ngai, Z. Ning, J. P. Ochoa-Ricoux, A. Olshevskiy, H.-R. Pan, J. Park, S. Patton, V. Pec, J. C. Peng, L. Pinsky, C. S. J. Pun, F. Z. Qi, M. Qi, X. Qian, N. Raper, J. Ren, R. Rosero, B. Roskovec, X. C. Ruan, H. Steiner, G. X. Sun, J. L. Sun, W. Tang, D. Taychenachev, K. Treskov, K. V. Tsang, C. E. Tull, N. Viaux, B. Viren, V. Vorobel, C. H. Wang, M. Wang, N. Y. Wang, R. G. Wang, W. Wang, X. Wang, Y. F. Wang, Z. Wang, Z. Wang, Z. M. Wang, H. Y. Wei, L. J. Wen, K. Whisnant, C. G. White, L. Whitehead, T. Wise, H. L. H. Wong, S. C. F. Wong, E. Worcester, C.-H. Wu, Q. Wu, W. J. Wu, D. M. Xia, J. K. Xia, Z. Z. Xing, J. Y. Xu, J. L. Xu, Y. Xu, T. Xue, C. G. Yang, H. Yang, L. Yang, M. S. Yang, M. T. Yang, M. Ye, Z. Ye, M. Yeh, B. L. Young, Z. Y. Yu, S. Zeng, L. Zhan, C. Zhang, H. H. Zhang, J. W. Zhang, Q. M. Zhang, X. T. Zhang, Y. M. Zhang, Y. X. Zhang, Y. M. Zhang, Z. J. Zhang, Z. Y. Zhang, Z. P. Zhang, J. Zhao, Q. W. Zhao, Y. B. Zhao, W. L. Zhong, L. Zhou, N. Zhou, H. L. Zhuang, and J. H. Zou. Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the daya bay experiment. *Phys. Rev. D*, 95:072006, Apr 2017. doi: 10.1103/PhysRevD.95.072006. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.95.072006>.

- [4] John F. Beacom, Shaomin Chen, Jianping Cheng, Sayed N. Doustimotlagh, Yuanning Gao, Guanghua Gong, Hui Gong, Lei Guo, Ran Han, Hong-Jian He, and et al. Physics prospects of the jinping neutrino experiment. *Chinese Physics C*, 41(2):023002, Feb 2017. ISSN 1674-1137. doi: 10.1088/1674-1137/41/2/023002. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/41/2/023002>.
- [5] John F. Beacom, Shaomin Chen, Jianping Cheng, Sayed N. Doustimotlagh, Yuanning Gao, Guanghua Gong, Hui Gong, Lei Guo, Ran Han, Hong-Jian He, and et al. Physics prospects of the jinping neutrino experiment. *Chinese Physics C*, 41(2):023002, Feb 2017. ISSN 1674-1137. doi: 10.1088/1674-1137/41/2/023002. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/41/2/023002>.
- [6] Benda Xu. Pileup reconstruction. Mar 2013.
- [7] E. Bao, Y. Wu, B. D. Xu, D. C. Xu, Y. Xu, and G. Zhang. Accurate and robust PMT waveform analysis. 2021.

## 附录 B 补充内容

### B.1 加权平均算法重建顶点

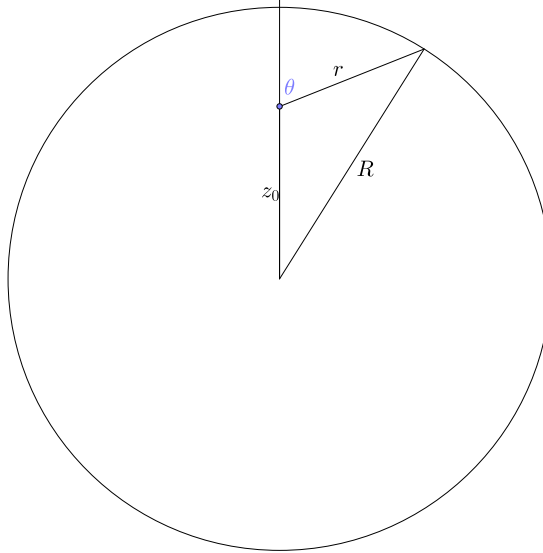


图 B.1 加权平均法示意图

如图 B.1 以顶点与球心连线为  $z$  轴，设真实顶点位置为  $z_0$ ，探测器半径  $r$ ，PMT 均匀覆盖探测器球面，每个 PMT 接受到的电荷期望值正比与其相对顶点所张立体角  $\Omega$ ，则电荷加权平均的期望为：

$$\begin{aligned}
 \langle z \rangle &= \frac{1}{4\pi} \int z d\Omega \\
 &= \frac{1}{4\pi} 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} (z_0 + r \cos \theta) \sin \theta d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int_{\theta=0}^{\pi} \left\{ z_0 + \left[ \sqrt{R^2 - (z_0 \cos \theta)^2} - z_0 \cos \theta \right] \cos \theta \right\} \sin \theta d\theta \\
 &= \frac{2}{3} z_0
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

因此真实顶点需要在加权平均的结果上乘以  $\frac{3}{2}$ ，即式 (2.1) 那样。

## 在学期间参加课题的研究成果

暂无







<p>指导教师评语</p>	<p>作者深入研究了绵阳一批实验中<math>^{232}\text{Th}</math>的信号特征,从三个角度为解决问题作了充分准备。作者成功在实验室复现了在线系数系统,率先提出了双电源重建方案,为最终的结果奠定了坚实基础。 指导教师签字: <u>徐本也</u> 2021年6月3日</p>
<p>评阅教师评语</p>	<p>研究工作有一定的深度、广度和创新性。 评阅教师签字: <u>王煜</u> 2021年6月3日</p>
<p>答辩小组评语</p>	<p>研究工作达到了初步的阶段性目标。 答辩小组组长签字: <u>王煜</u> 2021年6月3日</p>

总成绩: 徐东 B+

教学负责人签字: \_\_\_\_\_

2021年6月8日