

关于位置测量精度的研究

目的

1. 学会对数据作各种图表显示
2. 学会应用各种分布去研究各种图表和发现问题
3. 学会如何进行对数据的相关拟合研究
4. 学会如何做系统误差分析和可能减小误差的方法
5. 学会如何做数据分析的最终研究报告

没有标准答案，成绩的好坏将根据研究报告的内容在最后一次课中公布。

<http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/lectures/project.pdf>

相关数据与程序在 training.hep.tsinghua.edu.cn:/home/chensm

实验基本原理

在一只有有效体积为高862.4cm，直径855.2cm，重量约1千吨的纯净圆柱水桶中，一共安装了680根光电倍增管，其中桶壁安装了安装了456根，上下桶盖各安装了112根。由于中微子与水中的质子发生相互作用可以产生电子，而电子在水中飞行的速度大于光在水中的传播速度时，会发出契伦科夫光。根据光电倍增管所探测到的时间，我们可以确定中微子与水中的质子发生相互作用位置。为了定量测量这种实验方法的测量精度，我们设计了一个计算机控制的机械臂，在臂的末段挂上一个激光球，将桶外产生的一束激光经过在球内散射后，向四周发出均匀的光。将机械臂移动到不同位置，利用光电倍增管探测到的时间信息，分别测量相应的位置。通过与假设的机械臂位置相比较，研究位置测量的精度(系统误差)。

一千吨水桶探测器外观图

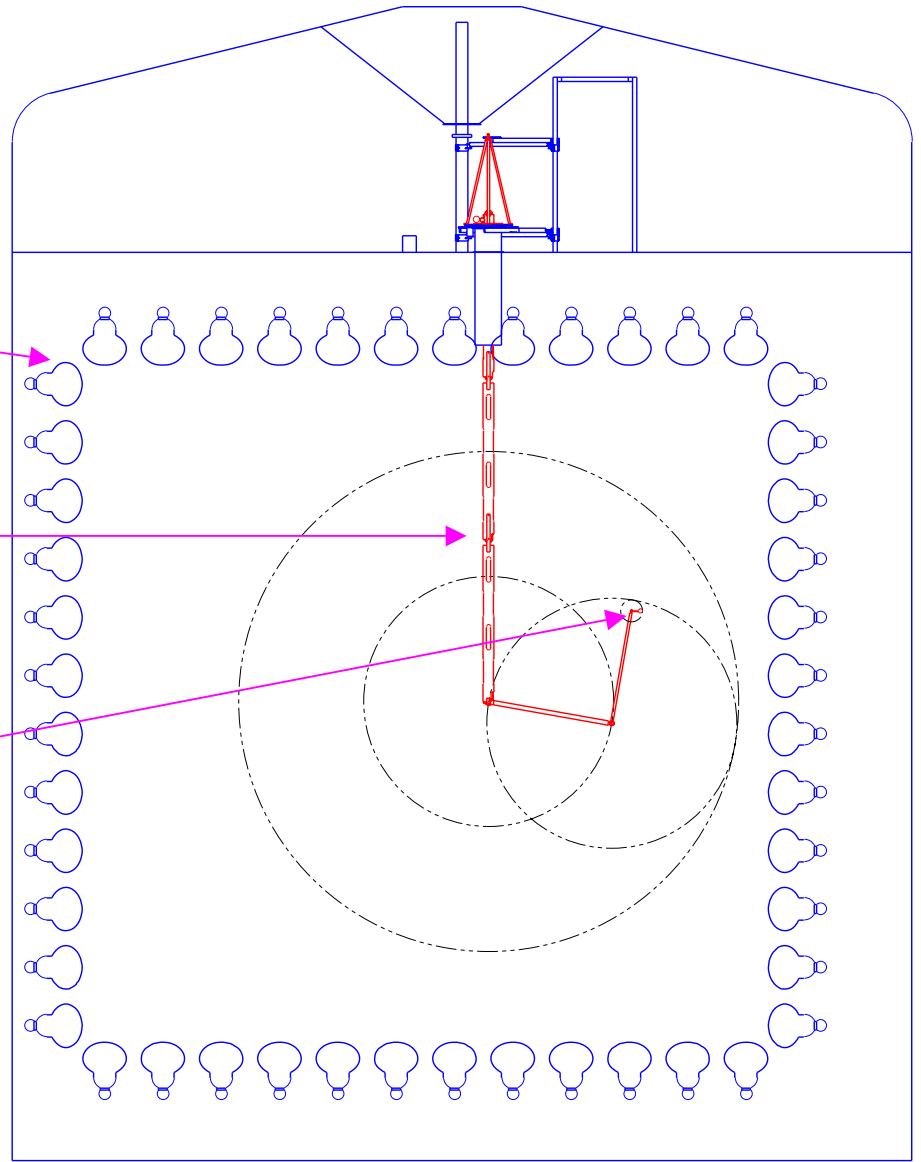


实验原理

光电倍增管

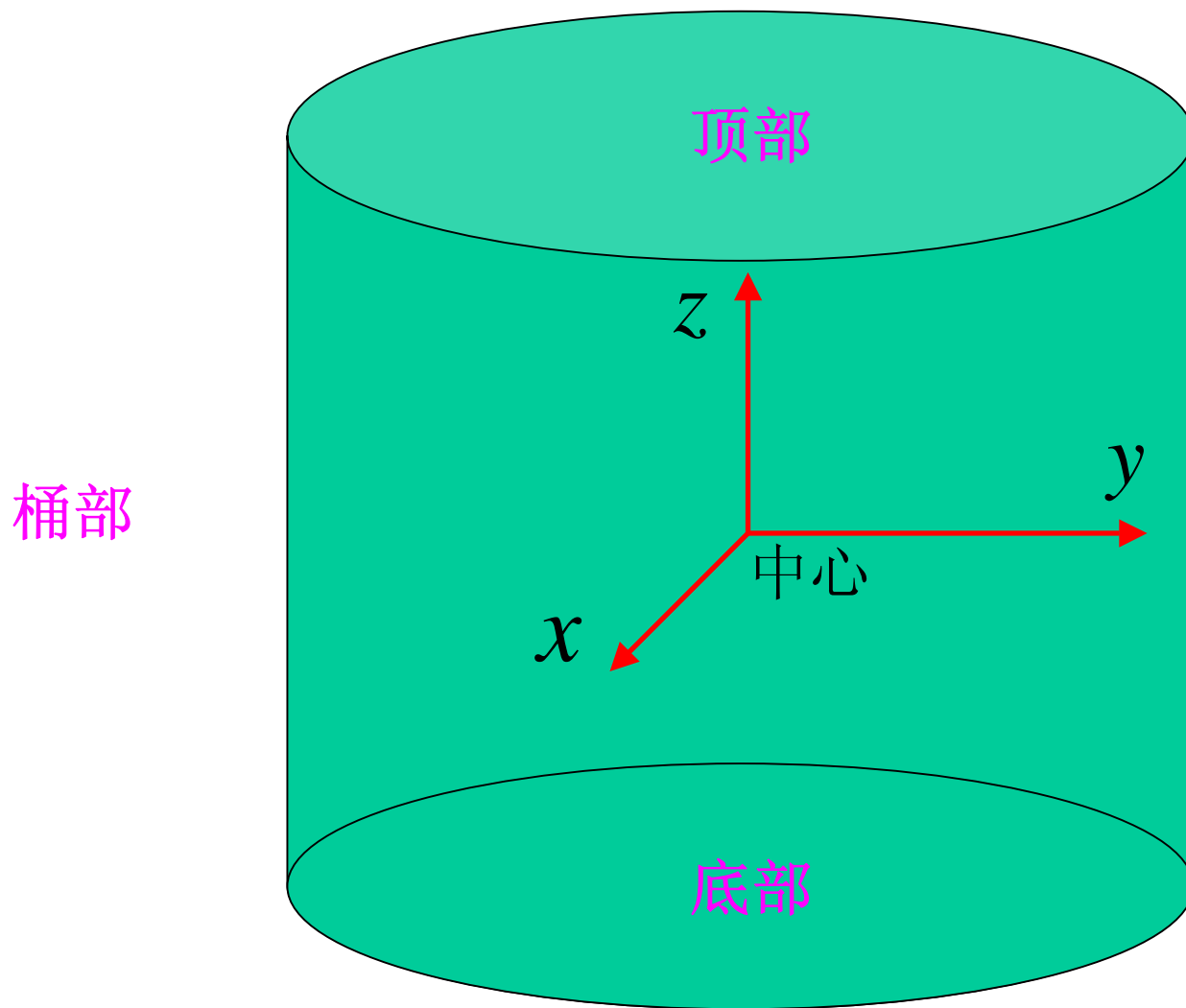
程控机械臂

激光球



- * circles denote travel of individual arms and the total combined reach
- * preliminary length of inner arm = 1500mm
- * preliminary length of centre arm = 1370mm
- * preliminary distance from outer arm hinge centre to outside of laser ball = 130mm

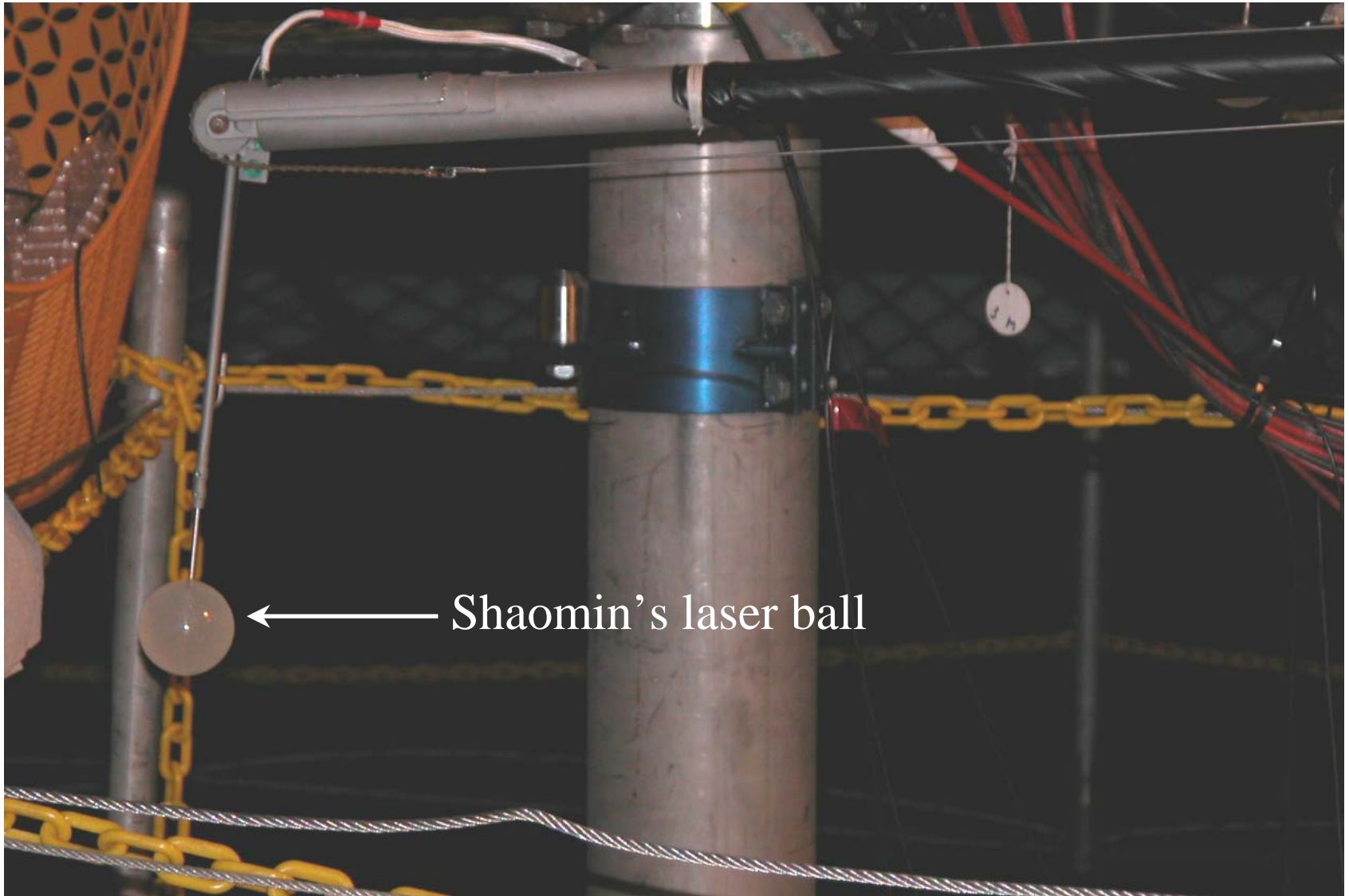
坐标定义



安装机械臂过程之一：搬运



安装机械臂过程之二：挂激光球

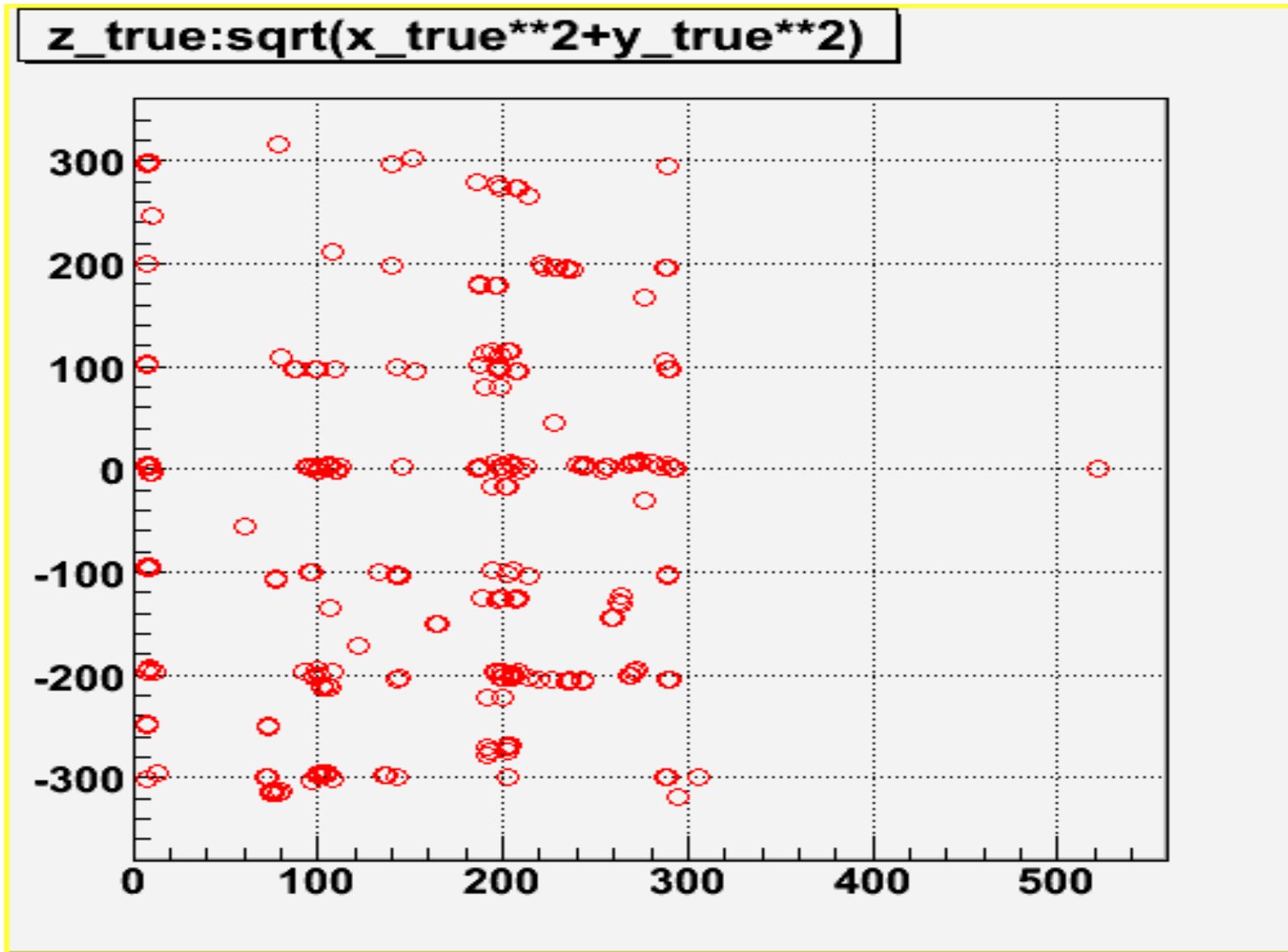


安装机械臂过程之三：放入水桶



实验中激光球的位置

Z (厘米)



R_{xy} (厘米)

实验数据中包含的基本信息

1. 事例号
2. 所击中的光电倍增管号码，从1到456为桶部的光电倍增管，排列从下到上，每排含12根光电倍增管，共38排；从457到568为顶部光电倍增管，其余为底部光电倍增管；
3. 与光电倍增管对应的时间测量值，单位为纳秒；
4. 与光电倍增管对应的电荷测量值，以光电子数为单位。
</home/chensm/data/>

另外，已知

1. 各光电倍增管的几何位置，以(x,y,z)表示；
</home/chensm/geom/>
2. 光电倍增管时间分辨随电荷大小的变化关系曲线。
</home/chensm/resolution/>

练习一

根据所给的数据，作出

1. 光电倍增管击中频数的直方图；
2. 假设光电倍增管时间分辨大约为2纳秒，从桶部和上下桶盖分别选出一只光电倍增管，作出对应的时间测量直方图；
3. 假设光电倍增管电荷测量精度(以光电子数为单位)大约为1个光电子，也作出对应的电荷测量直方图。

尽你的能力描述一下各直方图的含义或揭示的问题。

友情提示：

可以用CERN提供的免费分析软件包 paw 或者 root 来完成，也可以使用其它你所熟悉的数据分析软件，或者采用手工制作来完成。

参考程序

PAW 用户: /home/chensm/examples/paw
键入

```
>paw <return>
```

```
PAW>exec readin <return>
```

使用方法参见 <http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/paw/index.html>

root 用户: /home/chensm/examples/root
键入

```
>root -b -q readin.C+ <return>
```

```
>root <return>
```

```
Root>TFile f("run_615026.root") <return>
```

```
Root> h10->Draw(); <return>
```

...

使用方法参见 <http://root.cern.ch/>

基于Fortran

基于C++

两者均可免费下载，可在
WINDOWS 和**LINUX**环境
下运行。

PAW 与root 软件包中一维直方图与二维散点图

开出并填入一维直方图

```
...  
Call hbook1(图号,“标题”,区间数,下限,上限,0)  
...  
Call hfill(图号,x,0,1)
```

PAW用户

```
TH1F *图号 = new TH1F(“图号”,“标题”,区间数,下限,上限);  
...  
图号->Fill(x);  
...
```

root用户

开出并填入二维直方图

```
...  
Call hbook2(图号,“标题”,x区间数,下限,上限,y区间数,下限,上限,0)  
...  
Call hfill(图号,x,y,1)
```

```
TH2F *图号 = new TH2F(“图号”,“标题”,x区间数,下限,上限,y区间数,下限,上限);  
...  
图号->Fill(x,y);  
...
```

PAW 与root 软件包中一些有用的指令

画一维函数曲线

```
PAW>fun1 100 sin(x) 100 0. 3.14; h/pl 100
```

```
Root> TF1 *fun1=new TF1(“fun1”,”sin(x)”,0,3.14); fun1.Draw();
```

画二维函数曲面

```
PAW>fun1 100 sin(x)*sin(y) 100 0. 3.14 100 0. 3.14; h/pl 100 surf4
```

```
Root> TF2 *fun2=new TF2(“fun2”,”sin(x)*sin(y)”,0,3.14,0,3.14); fun2.Draw(“surf4”);
```

打开一个图形文件并列出现文件中的内容

```
PAW>h/fil 1 test.hbook; h/lis 1;
```

```
Root> TFile *hfile=new TFile(“test.root”); hfile.ls();
```

将两张图画在同一张图

```
PAW>h/pl id1; h/pl id2 s
```

```
Root> id1.Draw(); id2.Draw(“same”);
```

用高斯、或指数、或多项式、或自定义函数拟合直方图

```
PAW>h/fit id g; h/fit id e; h/fit id 2p; h/fit id myfun.f ! 3 par
```

```
Root>id.Fit(“gaus”); id.Fit(“exp”); id.Fit(“myfun.c”);
```

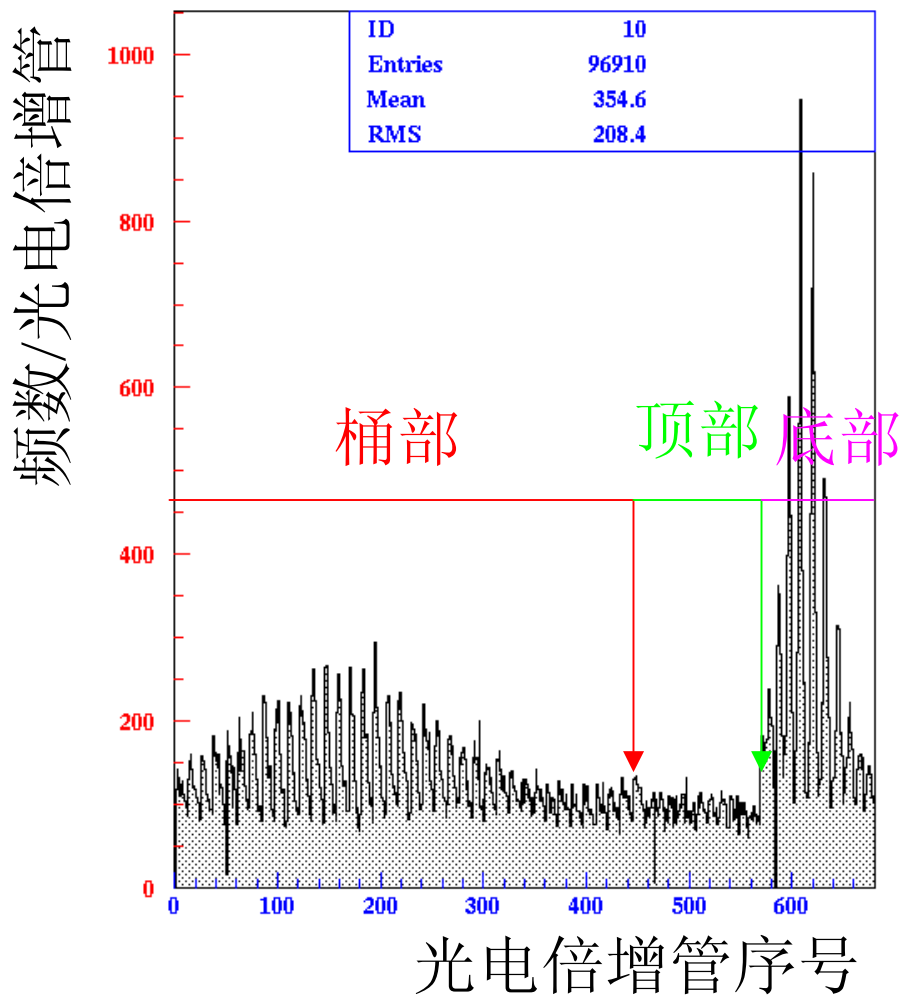
将两直方图相加或相除

```
PAW>h/op/add id1 id2 id3; h/pl id3; h/op/div id1 id2 id3; h/pl id3
```

```
Root> TH1F *id3=new TH1F(*id1); id3.Sumw2(); id3.Add(id1,id2,1,1); id3.Draw();
```

```
Root> TH1F *id3=new TH1F(*id1); id3.Divide(id1,id2,1,1); id2.Draw();
```

光电倍增管击中频数的直方图

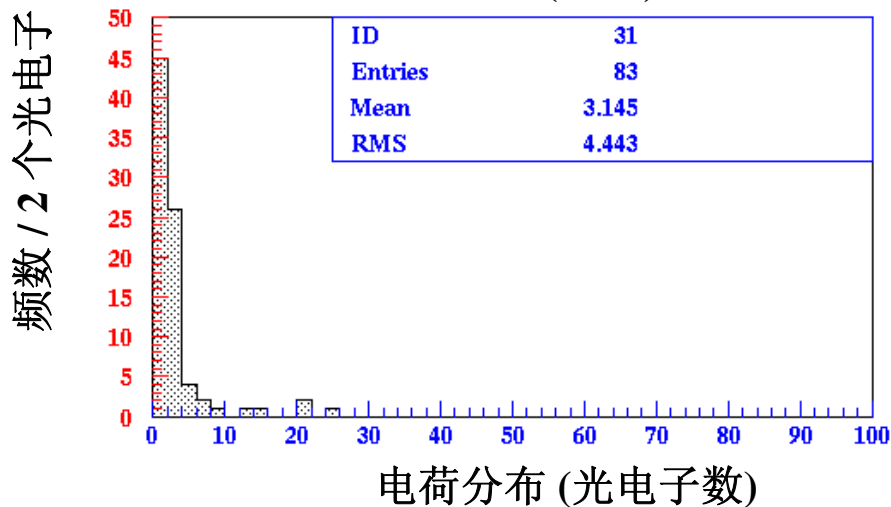
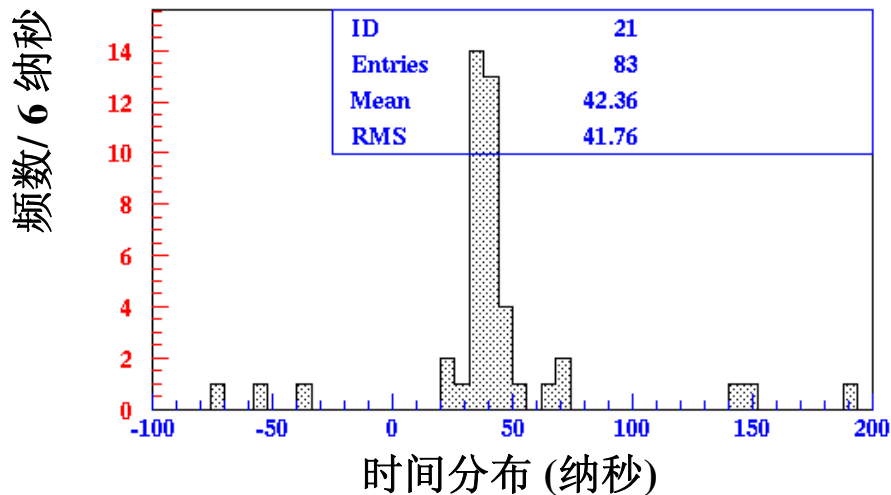


该图表明各光电倍增管的击中频数并不是常数。其中有三只光电倍增管频数接近零 (ID#=50, 466, 584), 表明它们或者是光电倍增管已损坏, 或者是对应的电子学线路有问题。底部频数明显高于其它各处, 表明光源离底部较近。同时还发现频数随光电倍增管号数呈周期性变化。

1. 探测器硬件问题
2. 探测器几何相关性

第500号光电倍增管击中信息

顶部光电倍增管



顶部单一光电倍增管测量到的时间近似呈高斯分布，而且平均值约为 42 ± 9 纳秒偏离零值，而且有些时间测量为负值。电荷分布大都小于10个光电子，平均值约为 3.1 ± 0.5 个光电子。

$$\text{Mean} = E[x] = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}; n_i = \text{频数}$$

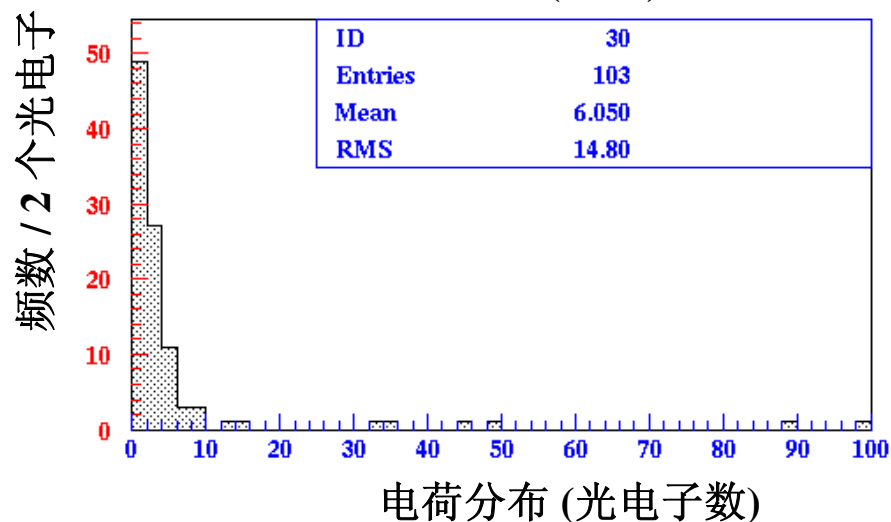
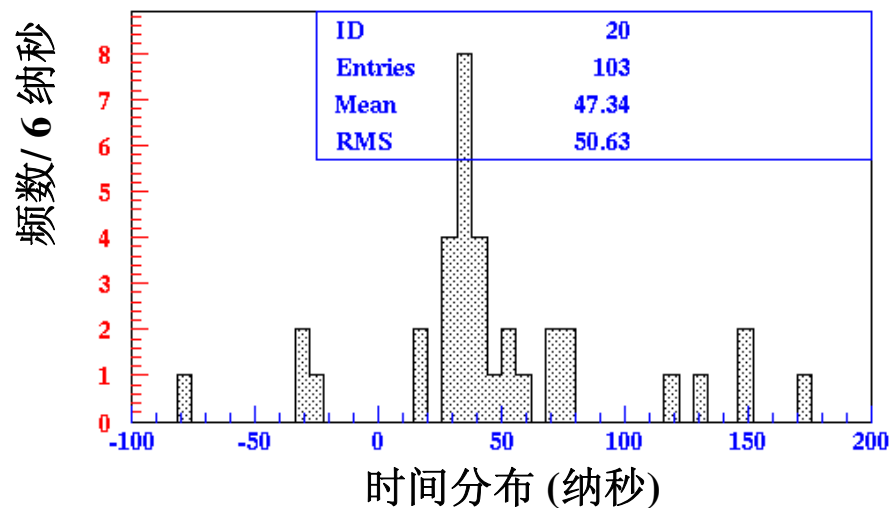
$$\text{RMS} = \sqrt{E[(x - E[x])^2]} = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \text{Mean})^2}{\sum n_i}} = \sigma$$

$$\text{Mean 的误差} \cong \text{RMS} / \sqrt{\sum n_i}$$

1. 发现反常测量值
2. 能定量给出分布的平均值与误差

第10号光电倍增管击中信息

桶部光电倍增管

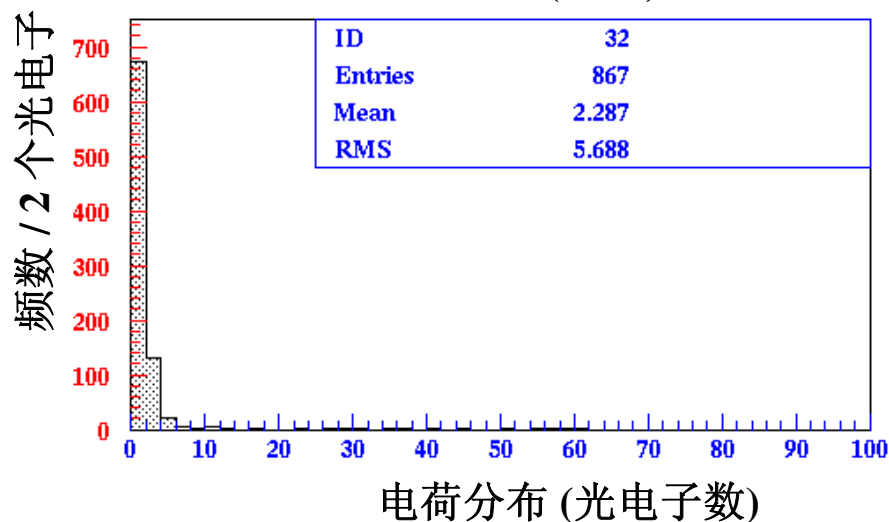
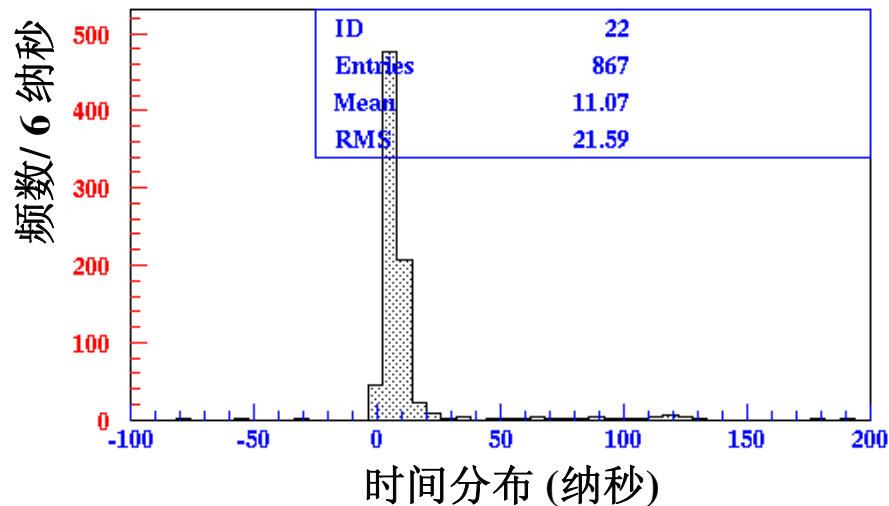


桶部单一光电倍增管测量到的时间近似呈高斯分布，而且平均值约为 47 ± 10 纳秒偏离零值，而且有些时间测量为负值。电荷分布大都小于10个光电子，平均值约为 6.1 ± 1.5 个光电子。

1. 发现反常测量值
2. 能定量给出分布的平均值与误差

第607号光电倍增管击中信息

底部光电倍增管



底部单一光电倍增管测量到的时间近似呈高斯分布，而且平均值约为 11.1 ± 0.7 纳秒偏离零值，而且有些时间测量为负值。电荷分布大都小于5个光电子，平均值约为 2.3 ± 0.2 个光电子。

1. 发现反常测量值
2. 能定量给出分布的平均值与误差

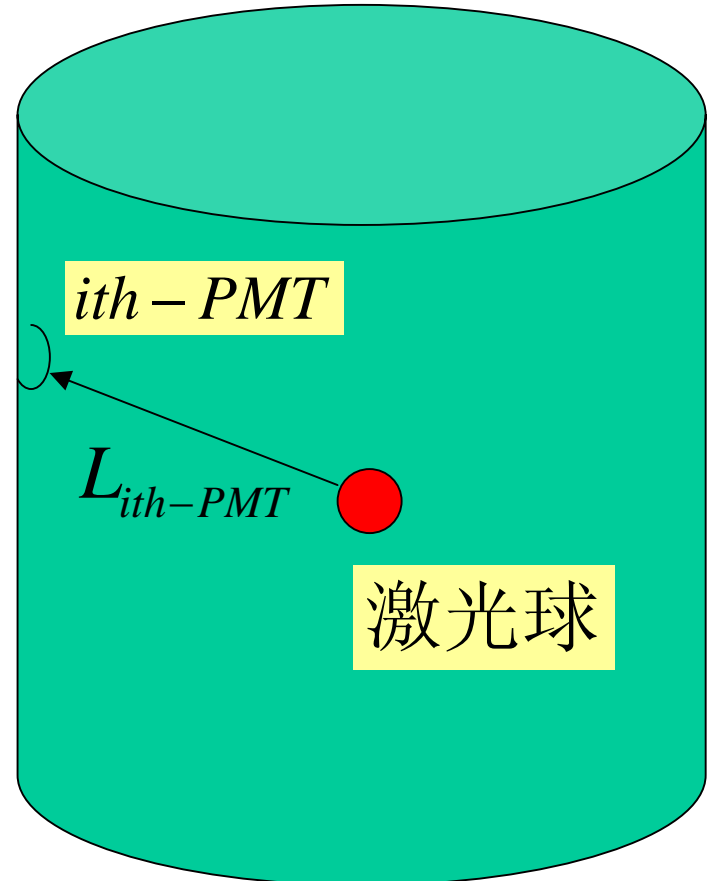
练习二

为了研究光电倍增管的探测效率以及对不同角度入射光的时间响应, 我们收集了一批将激光球置于水桶中心并向四周各向同性发光的数据。每一个事例的定义为: 每次激光球从发光到结束所有光电倍增管记录的数据。

激光的波长为: 390纳米
对应在水中的传播速度为:
21.66厘米/纳秒

由于激光发射的起始时间对所有光电倍增管都一样, 在不考虑其它因素影响的情况下, 预期每个时间测量的残差为常数

$$t_{ith-PMT} - \frac{L_{ith-PMT}}{v_{光速}} = \text{常数}$$



练习二(续)

根据所给的数据/home/chensm/data/run_615531.dat, 作出或http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/data/run_615531.dat

1. 利用激光球在中心, 发出的光强基本各向同性的特点, 估计桶部其中一圈光电倍增管各自对光的探测效率, 并作出探测效率与光电倍增管号码的关系分布图(提示, 每一个事例均是有激光从激光球中发出);
2. 利用各光电倍增管测量的时间, 减去光从激光球到各相应光电倍增管所用的时间, 可以得到时间测量的残差 Δt 。作出桶部其中一圈光电倍增管 Δt 的分布图, 并说明它们应该服从什么分布? 各对应的平均值与方差开方值是多少? 并作出平均值, 方差开方值与光电倍增管号码的关系分布图。
3. 在实际实验中, 光电倍增管时间测量精度与所接收的光电子数目是相关的。根据数据任选一只光电倍增管, 分别作出光电子数大于5与小于5的时间测量的残差 Δt , 验证上述相关关系。

尽你的能力描述一下各图的含义或揭示的问题。

练习三

在研究光电倍增管对时间测量的分辨率时，我们需要比较实际观测的时间分布与理论假设是否吻合，从而找出是否存在影响时间测量精度的其它因素。

已知：

激光球在水桶的中央(0,0,0);

任意一只光电倍增管位置为(x,y,z) (见/home/chensm/geom/geom.dat 或 <http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/geom/geom.dat>);

光电倍增管时间分辨与电荷大小的关系(Q, Sigma_t) (见/home/chensm/resolution/pmt_sig.dat 或 http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/resolution/pmt_sig.dat);

任意一只光电倍增管时间测量的残差为

$$\Delta t = t - L / v_{\text{光速}}; \quad L = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2};$$

$$v_{\text{光速}} = 21.66 \text{厘米 / 纳秒}$$

练习三(续)

请任意挑选一只光电倍增管, 利用数据/home/chensm/data/run_615531.dat 或 http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/data/run_615531.dat。作出时间残差分布图, 找出平均值 mean。然后, 随机产生平均值为 mean 的高斯分布, 每个事例的时间分辨率大小估计可通过将该光电倍增管对每一个事例的电荷测量值 (在run_615531.dat)与pmt_sig.dat 文件中的电荷-时间分辨关系相比较, 找出对应的时间分辨并进行随机抽样。作出蒙特卡罗模拟给出的时间残差分布。将实验数据的直方图与蒙特卡罗模拟的直方图画在一起, 比较两者之间在分布宽度上有什么区别? 能否说明时间测量的误差纯粹是由光电倍增管自身的原因造成的?

练习四

在数据/home/chensm/data/run_615082.dat 或

[http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/data/](http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/data/run_615082.dat)

run_615082.dat, 一共有十个事例。根据理想状况下, 任何一个光电倍增管对时间的测量, 在扣除飞行时间以后, 时间残差近似服从均值零的, 标准误差为 $\sigma_t(Q)$ 假设, 构造似然函数。以光源的位置 (x_0, y_0, z_0) 为拟合参数, 写出拟合程序, 给出光源位置的估计值。

练习五

利用数据/home/chensm/data/run_615616.dat, run_615620.dat 或
<http://hep.tsinghua.edu.cn/~chensm/training/data/>

run_615082.dat, run_615620.dat,

- a) 重复练习四的拟合步骤, 给出光源相应位置的估计值。
- b) 将时间误差放大若干倍, 使得拟合给出的 $\chi^2/(N-3)$ 为1, 观察估计值是否改变。
- c) 将估计值作为初值重新拟合, 观察拟合结果是否有变化。
- d) 按照第十一讲的方法, 将时间差的绝对值超过2.5纳秒的“不好测量”从拟合中去掉, 进行迭代。列出每次迭代的结果, 包括每次拟合的 $\chi^2/(N-3)$ 值。给出最后光源相应位置的收敛值。尝试给出统计意义上68.3%的误差范围或置信区间。